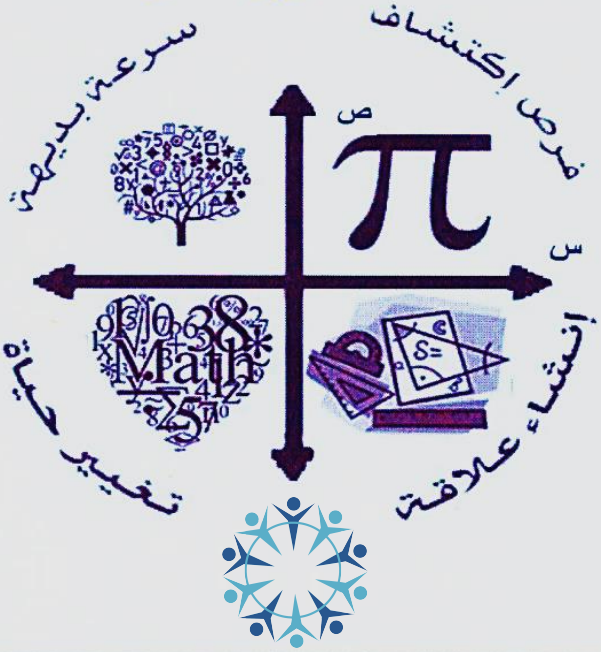
2019

# الوحدة الثانية

## الإحتمالات والإحصاء

## إعداد الأستاذ ناصر حشكي

مملكة الرياضيات




الفرع الأدبي

الفصل الثاني

0785968199

0797852004

facebook

أستاذ ناصر حشكي

مركز أكاديمية الإنتماء الثقافي

0795226781

# الفصل الأول : طرائق العد

## أولاً : مبدأ العد

**تعريف :-**

إذا أمكننا إجراء عملية ما في مرحلتين متتابعتين ، بحيث أجريت المرحلة الأولى بطرائق عددها ن١ ، والمرحلة الثانية بطرائق عددها ن٢ ، فإنه يمكننا إتمام المرحلتين الاولى والثانية معاً .

ن١ × ن٢

**قانون :-**

عدد طرق = ن١ × ن٢ × ن٣ × ... × نم

(ن١: عدد طرق المرحلة (١)، ن٢: عدد طرق المرحلة (٢)، ن٣: عدد طرق المرحلة (٣)، نم: عدد طرق المرحلة م)

**مثال ① :-** أراد أحمد تناول وجبة العشاء في أحد مطاعم عمان فوجد أمامه ثلاثة من الاطباق الرئيسية وهي { سمك ، لحمة ، دجاج } و نوعين من شوربات { عدس ، شعيبية } و ٤ أنواع عصائر { بيبسي ، شاي ، قهوة ، برتقال } . فكم طريقة يمكنه اختيار وجبة العشاء مكونة من نوع واحد من الاطباق والشوربات والعصائر ؟!

ن١ = ٣ ن٢ = ٢ ن٣ = ٤

عدد طرق = ن١ × ن٢ × ن٣

٣ × ٢ × ٤ = ٢٤ طريقة .

**مثال ② :-** محل لبيع الخضروات والفواكه يحتوي على أربعة أصناف من الفاكهة { موز ، برتقال ، تفاح ، دراقة } وصنفين من الخضروات { كوسا ، بطاطا } دخلت آية المحل لشراء صنف واحد من الفواكه وصنف آخر من الخضروات . ما الخيارات المتوفرة لها ؟!

ن١ = ٤ ن٢ = ٢

عدد طرق = ن١ × ن٢ = ٤ × ٢ = ٨ طرق

**مثال ③ :-** مجموعة مكونة من الأرقام { ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٩ } كم عدداً مكوناً من منزلتين

أ) إذا سمح التكرار

ن١ = ٤ ن٢ = ٤

عدد طرق = ن١ × ن٢

٤ × ٤ = ١٦

ب) إذا لم يسمح التكرار

ن١ = ٤ ن٢ = ٣

عدد طرق = ن١ × ن٢ = ٤ × ٣ = ١٢

٤٤
٥٤
٦٤
٩٤
٤٥
٥٥
٦٥
٩٥
٤٦
٥٦
٦٦
٩٦
٤٩
٥٩
٦٩
٩٩

**الأمل هي تلك النافذة الصغيرة، التي مهما صغر حجمها، إلّا أنها تفتح آفاقاً واسعة في الحياة.**

مثال ① :- كم عدداً مكوناً من ثلاثة منازل يمكنه تكوينه من بينة مجموعة الارقام
{ ٧ ، ٨ ، ٦ ، ١ ، ٤ ، ٦ } لا .

أ) إذا سمح التكرار

ن١ = ٤ ن٢ = ٤ ن٣ = ٤

عدد طرقه = ن١ × ن٢ × ن٣
= ٤ × ٤ × ٤ = ٦٤

ب) إذا لم يسمح التكرار

ن١ = ٤ ن٢ = ٣ ن٣ = ٢

عدد طرقه = ن١ × ن٢ × ن٣
= ٤ × ٣ × ٢ = ٢٤

مثال ② :- كم كلمة من ٣ حروف يمكنه تكوينها من حروف كلمة (توجيهي) علماً بأن ليس من الضروري انه يكون للكلمة معنى وبدون تكرار اي حرف .

ن١ = ٥ ن٢ = ٤ ن٣ = ٣

عدد طرقه = ن١ × ن٢ × ن٣
= ٥ × ٤ × ٣ = ٦٠

مثال ③ :- بكم طريقة يمكنه الاجابة على ٣ ثلاثة أسئلة من الاختيار من متعدد إذا كان كل سؤال اربعة خيارات للاجابة

ن١ = ٤ ن٢ = ٤ ن٣ = ٤

عدد طرقه = ن١ × ن٢ × ن٣
= ٤ × ٤ × ٤ = ٦٤

* تكرار مسموح .

مثال ④ :- كم كلمة مكونة من ٣ حروف يمكنه تكوينها من مجموعة الحروف
{ ا ، ب ، ج ، د ، هـ ، و ، ي }
ليس مهم انه تكون معنى للكلمة

أ) اذا سمح تكرار

ع : ٣٤٣

ب) اذا لم يسمح التكرار

ع : ٢١٠

مثال ⑤ :- إذا كان لدينا مجموعة الحروف { ا ، ب ، ج ، ي } ومجموعة الاعداد { ٩ ، ٦ ، ٤ ، ٥ } نريد تكوين لوحة تحتوي كل منها حرفين مجموعين بثلاث أرقام ، ما عدد اللوحات التي يمكن اذا

أ) لم يسمح بتكرار الحروف والارقام

ع : ١٤٤

ب) لم يسمح بتكرار الحروف وسمح الارقام

ع : ٣٨٤

ج) سمح بتكرار الاحرف ولم يسمح بتكرار الارقام

ع : ٢١٦

منهاجي
منصة التعليم الهادف

مثال ⑨ :- بكم طريقة يمكنه إجلاس ٥ أشخاص في ٥ أماكنه مختلفة.

مثال ⑩ :- بكم طريقة يمكنه إجلاس ١٦ شخاص في ٨ أماكنه فارغة.

## مضروب العدد الصحيح غير السالب.

إذا كان ن عدداً صحيحاً غير سالب
فإن مضروب العدد ن يساوي :

ن! = ن (ن-١) (ن-٢) (ن-٣) ... × ٣ × ٢ × ١

يعني :- هو حاصل ضرب العدد بنفسه منقوصاً واحد في كل مرة حتى نصل العدد (١) ويرمز له بـ !

١! = ١ ، ٠! = ١

مثال ① :- جد قيمة كل مما يلي :-

① ٢! = ١ × ٢ = ٢

② ٣! = ١ × ٢ × ٣ = ٦

③ ٤! = ١ × ٢ × ٣ × ٤ = ٢٤

④ ٥! = ١ × ٢ × ٣ × ٤ × ٥ = ١٢٠

⑤ ٦! = ١ × ٢ × ٣ × ٤ × ٥ × ٦ = ٧٢٠

⑥ ٧! = ١ × ٢ × ٣ × ٤ × ٥ × ٦ × ٧ = ٥٠٤٠

⑦ ٤! + ٢! = ٢٤ + ٦ = ٣٠

⑧ ٣! × ٢! =

⑨ (١+٤)! =

⑩ (٩-٦)! =

⑪ ٣! + ٥! - ٢!

ضع أمامك مثل أعلى، أشرف الخلق رسول الله صلي الله علية وسلم.

(١٢) $٤! - ٥!$

(١٣) $٢٠ \times ٢!$

(١٤) $٨ - (٢ \times ٣)! + ١!$

(١٥) $٦! - ٤ \times ٣!$

(١٦) $٣ \times (٦-٢)! + ٥!$

(١٧) $\frac{٥!}{٣!}$

(١٨) $\frac{١٠!}{(٩-٢)!}$

(١٩) $\frac{٦!}{٣! \times ٤!}$

(٢٠) $\frac{١٠! \times (٥-١)!}{(٣+٢)!}$

مثال ٥ :- بسط كل مما يلي بابط صورة ؟!

(١) $\frac{٦!}{٢! (٥-١)!}$

(٢) $\frac{٨! \times ٢!}{٣! \times (٧-٢)!}$

(٣) $\frac{(٢+١)! \times ٥!}{٦!}$

(٤) $\frac{ن!}{(ن-١)!}$

(٥) $\frac{(ن+١)!}{(ن-١)!}$

(٦) $\frac{(ن+٢)!}{ن!}$

منهاجي
منصة التعليم الهادف

مثال ٢:- إذا كان ٦! = ٧٢٠
فجد قيمة
١) ٥!

٢) ٧!

٣) ٢×٦!

مثال ٣:- إذا كان ٥! = ١٢٠
فجد قيمة
١) ٤!

٢) ٦!

٣) ٢×٥!

مثال ٥:- حل كلاً من المعادلات الآتية:-

① ٢(ن!) = ٤٨

② ن! = ٧٢٠

③ ٤+ ٢(ن!) = ٥٢

④ ٦- (ن+١)! = ١٠! + ١٧

⑤ ١٠+ ٣(ن!) = ١٦

⑥ $(٢ن+١)! = ١٢٠$

⑦ $\frac{ن!}{(ن-٢)!} = ١٢$

⑧ $\frac{ن!}{(ن-١)!} = ٩$

⑨ $\frac{ن!}{(ن-٢)!} = ٧٢$

⑩ $\frac{ن!}{(ن-٢)!} = ٣٠$

⑪ $(ن+٣)! = ٥(ن+٢)!$

⑫ $٦(ن-١)! = (ن+١)!$

⑬ $ن! = (ن-٣)! \times ٦٠$

⑭ $ن! - ٤! = ٩٦$

⑮ $(ن+٣)! = ٥٠٤٠$

منهاجي
منصة التعليم الهادف

# الفصل الأول : طرائق العد

## ثانياً : التباديل

تعريف :-

هي عدد العناصر عددها ر من مجموعة عددها عناصرها ن ، بحيث يكون ترتيب الاختيار مهماً .

قانون :-

$$ل(ن ، ر) = \frac{ن!}{(ن-ر)!}$$

$$0 \leq ر \leq ن$$

مثال ① :- جد قيمة كلاً مما يلي :-

① $ل(٥ ، ٢) = \frac{٥!}{(٥-٢)!} = \frac{١٢٠}{٦} = ٢٠$

② $ل(٦ ، ٦)$

③ $ل(٤ ، ١)$

④ $ل(٥ ، ١)$

⑤ $ل(٥ ، ٠)$

⑥ $ل(٤ ، ٠)$

⑦ $ل(٥ ، ٥)$

⑧ $ل(٦ ، ٦)$

⑨ $ل(٦ ، ٦) + ل(٧ ، ٥) + ٢!$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(١٠) $\frac{ل(٢٤٣) \times ل(١٦٧) + ل(٤٠٤)}{}$

(١١) $٢ل(٢٦٢) - ٥ ل(٠٠٦)$

(١٢) $\frac{ل(٣٦٨)}{٣!}$

(١٣) $\frac{ل(٥٦٩)}{ل(٣٦٨)}$

(١٤) $\frac{ل(٢٦٦)}{ل(٣٠٥)}$

(١٥) $ل(٠٦٣) + ل(٥٠٥) - ل(١٠٤)$

مثال ٣ :- جد قيمة ن في كلاً مما يلي :-

① $ل(ن ١٦) = ٥$

② $ل(ن ١٦) = ٩$

الاستاذ ناصر حشكي
0785968199
0797852004

④ ل(ن، ٢٦) = ٥٦

⑤ ل(ن، ٢٦) = ٣٠

⑥ ل(ن، ٣٦) = ١٢٠

⑦ ل(ن، ٣٦) = ٦٠

⑧ ٣ ل(ن، ٤) = ٢١٦

⑨ ل(ن، ٣٦) = ٩ ل(ن، ٢٦)

⑩ ل(ن، ٣) = ٢١٠

⑩ ل(ن،٣٦) = ٣٠ ل(ن،٤)

⑪ ل(ن،٥) = ٥٦ ل(ن،٣)

⑫ ل(ن،ن) - ٢ = ٤

⑬ ل(ن،ن) - ٤! = ٩٦

⑭ ٤> ل(ن،١) = ٢ ل(ن،٣)

مثال ③ جد قيمة ر في كلاً مما يلي :-

① ل(ر،٥) = ٦٠

② ل(٦ ر) = ٢٦٠

③ ل(٨ ر) = ١٦٨٠

④ ل(٠,٦٩) = ٠,٤

## الاسئلة النصية :-

① كم عدد التباديل لمجموعة من ستة عناصر مأخوذة من ٤ عناصر في كل مرة .

⑤ ٨٠ - ٣ل(٤,٦) = ١٠! + ٤٣

② كم عدد تباديل لمجموعة من ٨ عناصر مأخوذ منها ٥ عناصر في كل مرة .

⑥ ٣+ ٢ل(٦,٦) = ١٤! + ٣٩

③ ما عدد تباديل مجموعة هن ٤ عناصر

⑦ إذا علمت أنه ل(٧,٦) = ٤٢
فجد قيمة ل(٢,٦+١) ٣)

منهاجي
منصة التعليم الهادف

الاستاذ ناصر حشكي 0785968199
الفرع الأدبي 0797852004
T.Nasser Heshki

# الإحتمالات والإحصاء

④ بكم طريقة يمكنه اختيار طبخة مكونة من رئيس ونائبه من بين ٣٠ موظف.

⑤ بكم طريقة يمكنه اختيار طبخة ثلاثية من بين ١٠ معلمين بحيث يكون مدير، نائب مدير، مرشد

⑥ بكم طريقة يمكنه ظهور ٥ مرة كرة قدم على المراكز الثلاثة الاولى.

⑦ بكم طريقة يمكنه ترتيب ٦ كتب في ٨ أماكن فارغة

⑧ كم كلمة مكونة من ٣ أحرف مختلفة يمكنه تكوينها منه مجموعة الاحرف {ب، ي، ر، ف، ع، ل، ح}. علماً بانه ليس شرطاً ان يكون للكلمة معنى ؟!

# الفصل الأول : طرائق العد

## ثالثاً : التوافيق

هو عدد طرق التي يمكن فيها اختيار ر من العناصر من ضمن ن من العناصر دون مراعاة الترتيب ورمزها

$$\binom{ن}{ر} = \frac{ن}{(ن-ر)! \times ر!}$$

تقرأ ن فوق ر

$$٠ \leq ر \leq ن$$

مثال ١ :- جد قيمة كلاً مما يلي :-

① $\binom{٥}{٣}$

② $\binom{٨}{١}$

③ $\binom{٥}{٥}$

④ $\binom{٩}{٥}$

⑤ $\binom{٦}{٠}$

⑥ $\binom{٦}{٦}$

⑦ $\binom{٨}{٧}$

⑧ $\binom{٧}{٤}$

⑨ $\binom{٣}{٣}$

⑩ $٤\binom{٥}{٣}$

⑪ $\binom{٦}{٤}+\binom{٣}{١}$

⑫ $\binom{٥}{١}\times\binom{٤}{٢}$

⑬ $\binom{٤}{١}-$ ل(٤،١)

⑭ $\frac{\binom{٥}{٣}}{\text{ل}(٣،٥)}$

⑮ $\frac{٤\text{ل}(٧،٢)\times ٢\binom{٩}{٣}}{٨!}$

ملاحظة $\binom{ن}{ر}=\frac{\text{ل}(ن،ر)}{ر!}$.

مثال ⑤ : إذا كان ل(ن،٢) = ٢٠ فجد قيمة $\binom{ن}{٢}$

① إذا كان $\binom{ن}{٣} = ٢٠$ فجد قيمة
ل [ن ، ٣]

② $\binom{٧}{٣} + ٤! - ل[٤ ، ٢]$

ملاحظة :- ① $\binom{ن}{ر} = \binom{ن}{ن-ر}$

② إذا كانت $\binom{ن}{ر} = \binom{ن}{س}$ فإن
ر = س أو ن = ر + س.

مثال :- حل المعادلات الآتية :-
① $\binom{٥}{٣} = \binom{س}{٣}$
إما $س = ٣$ أو $س = ٥-٣$
$س = ٢$

② $\binom{٧}{٣} = \binom{٧}{س}$

③ إذا كانت $ن! = ٢ ل(٨ ، ٢) + \binom{٧}{٧}$
فجد قيمة ن.

④ اوجد $\binom{ن}{٢} + ٣! - ل(٥ ، ٢)$

③ $\binom{١٢}{٥} = \binom{١٢}{٤س-١٠}$

④ $\binom{٥}{س+١١} = \binom{٥}{١}$

⑤ $\binom{ن}{٣} = \binom{ن}{٥}$

⑥ $\binom{٩}{س} = \binom{٩}{٣}$

⑦ $\binom{٨}{٤س} = \binom{٨}{٦}$

⑧ $\binom{٤}{ر} = ١$

⑨ $\binom{١٠}{ر} = ١٠$

⑩ $\binom{ن}{١} = ٨$

(١١) إذا كان $\binom{ن}{٣} = ١٠$ فجد
ل(ن،٣) ثم جد قيمة ن

(١٢) إذا كان $\binom{ن}{٢} = ٢٨$ اوجد قيمة ن

(١٣) إذا كان $\binom{١٦}{٢} = \binom{١٦}{٤ + ك}$

(١٤) إذا كان $\binom{٢٠}{٤} = \binom{٢٠}{س}$
اوجد قيمة س

(١٥) إذا كان $\binom{ن-١}{٢} = ٥$ جد قيمة ن .

الأستاذ ناصر حشكي 0785968199
الإحتمالات والإحصاء الفرع الأدبي 0797852004
T.Nasser Heshki

## الأسئلة الشعبية :-

① فاعدد التوافيق لمجموعة من ٤ عناصر مأخوذ منها ٣ عناصر في كل مرة

② فاعدد التوافيق لمجموعة من ٥ عناصر.

③ فاعدد طريقة اختيار لجنة ثلاثية من بين ١٥ أشخاص.

④ فاعدد طريقة اختيار لجنة من رباعية من بين ٣٠ شخص.

⑤ فاعدد طريقة اختيار فريقين كرة سلة فكون من ١٥ لاعبين من بين ١٠ لاعبين.

⑥ بكم طريقة يمكن تشكيل فريقين كرة قدم ١١ لاعب من بين ١٥ لاعب.

① بكم طريقة يمكنه بها اختيار أربعة أحرف من مجموعة الاحرف اللغة العربية وعددها ٢٨ بدون تكرار ؟!

⑧ امتحان رياضيات مكون من ٧ أسئلة بكم طريقة يمكنه اختياره ٥ اسئلة للاجابة عنها.

⑨ ملاحظة :- عند حساب عدد الطرق فإن

و تعني عملية الضرب

أو تعني عملية الجمع

أي اسئلة تهتم بالترتيب ← التباديل

اي اسئلة لاتهتم بالترتيب ← التوافيق

⑨ مجموعة مكونة من ٥ معلمين و ٦ معلمات بكم طريقة يمكنه تشكيل لجنة رباعية في حالات الآتية :-

ⓐ أن تتكون من ٣ معلمين ومعلمة واحدة .

ⓑ أن تتكون من ~~معلمة~~ معلمتين على الأقل .

ⓒ ان تتكون من معلمة على الاكثر .

ⓓ أن لا تتكون من أي معلمة .

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(١٠) مجموعة مكونة من ٤ طلاب و ٥ طالبات يراد تشكيل لجنة ثلاثية ، بكم طريقة يمكن تشكيل هذه اللجنة في الحالات الاتية :-

(أ) ان تتكون من طالبان والباقي من الطالبات .

(ب) أن تتكون من طالبين على الأكثر .

(ج) ان تتكون من طالب على الاقل طالب

(د) أن تتكون من رئيس ونائبه من الطلاب والباقي من الطالبات

(١١) مجموعة مكونة من ٨ رجال و ٤ نساء جد عدد طرق التي يمكن فيها تكوين لجنة رباعية منهم في الحالات الاتية :-

(أ) تتكون من رجلين والباقي من النساء .

(ب) ان تتكون من رجلين على الأقل

(ج) أن تتكون من رئيس ونائبه من الرجال والباقي من النساء .

(د) أن تتكون امرأة واحدة على الأكثر والباقي من الرجال .

(١١) صندوق يحوي على ٧ كرات بيضاء و٣ كرات سوداء، ما عدد الطرق الممكنة في الحالات الآتية :-

(أ) سحب كرتان بيضاء دفعة واحدة ؟!

$$\binom{٧}{٢} = \frac{٧!}{(٧-٢)!\times ٢!} = \frac{٧\times ٦\times ٥!}{٥!\times ٢} = ٢١$$

ب) سحب كرتان سوداء على التوالي بدون إجراء

$$ل(٣\,٢) = \frac{١٣!}{(٣-٢)!} = ٦$$

جـ) سحب كرتان معاً مختلفتا اللون

$$\binom{٧}{١}\times\binom{٣}{١} = ٧\times ٣ = ٢١$$

د) سحب ٣ كرات معاً اثنتان منها على الأقل سوداء

$$\binom{٣}{٢}\times\binom{٧}{١} + \binom{٣}{٣}\times\binom{٧}{٠}$$

$$٣\times ٧ + ١ = ٢٢$$

منهاجي
منصة التعليم القادم

# الفصل الثاني : المتغيرات العشوائية المنفصلة والمتصلة

## أولاً : المتغير العشوائي المنفصل و توزيع ذات الحدين

**تعريف :-**

هو اقتران معرف من الفضاء العيني لـ $\Omega$ إلى مجموعة جزئية من الأعداد الحقيقية $(\mathbb{R})$ بحيث تستخدم الرموز $س_1, س_2, س_3, ...$ للدلالة على المتغيرات العشوائية

أما إذا كانت القيم التي يأخذها المتغير العشوائي مجموعة معدودة فإن يسمى متغير العشوائي منفصل.

**دائماً :-**

مجال : الفضاء العيني

مدى : مجموعة جزئية من الاعداد الحقيقية .

الفضاء العيني :- هو جميع النتائج الممكنة لتجربة ما ويرمز له بـ $\Omega$ .

قطعة نقد

مثال ① :- اكتب الفضاء العيني لتجربة إلقاء مرة واحدة .

$\Omega = \{ص, ك\}$

قطعة نقد

مثال ② :- اكتب الفضاء العيني لتجربة إلقاء مرتين.

قطعة نقد

مثال ③ :- اكتب الفضاء العيني لتجربة إلقاء ٣ مرات.

مثال ④ :- اكتب الفضاء العيني لتجربة إلقاء مجرد مرة واحدة

مثال ⑤ :- اكتب الفضاء العيني لتجربة تحديد نوع المولود لعائلة لديها ٣ أطفال .

## احتمال حدوث الحادث "ل(ح)"

$$ل(ح) = \frac{ع(ح)}{ع(س)} = \frac{\text{عدد عناصر الحادث ح}}{\text{عدد عناصر الفضاء العيني س}}$$

مثال ①:- في تجربة إلقاء قطعة نقد مرتين وكان المتغير العشوائي س يدل على عدد مرات ظهور صورة اجب عما يلي :-

أ) اكتب قيم المتغير العشوائي س .

س = ٠ ، ١ ، ٢ ،  س = {(ص،ص)، (ص،ك)، (ك،ص)، (ك،ك)}

ب) اكتب جدول التوزيع الاحتمالي.

| س | ٠ | ١ | ٢ |
|---|---|---|---|
| ل(س) | $\frac{1}{4}$ | $\frac{2}{4}$ | $\frac{1}{4}$ |

٠ : تعني عدم ظهور صورة

١ : تعني ظهور صورة مرة واحدة

٢ : تعني ظهور صورة مرتين .

{(٠، $\frac{1}{4}$)، (١، $\frac{2}{4}$)، (٢، $\frac{1}{4}$)}

يسمى الكتابة على شكل أزواج مرتبة بـ التوزيع الاحتمالي .

**ملاحظة :-**

يسمى ل اقتران احتمال للمتغير س العشوائي المنفصل إذا حقق الشرطين :-

١) ٠ ≤ ل(س) ≤ ١

∴ دائماً الاحتمال محصور بين ٠ ، ١ .

٢) $\sum$ ل(س) = ١

∴ دائماً مجموع الاحتمالات = ١ .

مثال ②:- في تجربة تحديد نوع المولود لعائلة لديها ٣ أطفال وكان المتغير العشوائي س يدل على عدد مرات ظهور بنت اجب عما يلي :-

أ) جد القيم الممكنة للمتغير العشوائي س .

ب) اكتب جدول التوزيع الاحتمالي .

مثال ③ :- إذا دل المتغير العشوائي س على عدد مرات الفوز ، إذا لعب الفريق ٣ مباريات وكانت النتيجة فوز ، خسارة جـ

١) الفضاء العيني .

٢) القيم الممكنة للمتغير العشوائي س .

٣) جدول التوزيع الاحتمالي .

١) ف = {(ف،ف،ف)، (ف،ف،خ)، (ف،خ،ف)، (خ،ف،ف)، (خ،خ،ف)، (خ،ف،خ)، (ف،خ،خ)، (خ،خ،خ)}

٢) س = ٠، ١، ٢، ٣ .

٣)

| س | ٠ | ١ | ٢ | ٣ |
|---|---|---|---|---|
| ل(س) | ١/٨ | ٣/٨ | ٣/٨ | ١/٨ |

مثال ④ :- في تجربة رمي حجر نرد مرة واحدة ودل المتغير العشوائي س على عدد مرات ظهور العدد ٥ اكتب جدول التوزيع الاحتمالي .

مثال ⑤ :- عند رمي حجر نرد مرتين وتسجيل النتيجة الظاهرة على الوجهين ودل المتغير العشوائي س على عدد مرات ظهور العدد ٤ اكتب جدول التوزيع الاحتمالي .

س = ٠، ١، ٢

| س | ٠ | ١ | ٢ |
|---|---|---|---|
| ل(س) | ٢٥/٣٦ | ١٠/٣٦ | ١/٣٦ |

مثال ⑥ :- صندوق يحتوي على ٤ كرات حمراء و٣ كرات صفراء ، فإذا سحبت من الصندوق كرتان على التوالي مع الارجاع ودل المتغير العشوائي س على عدد الكرات الصفراء فاكتب جدول التوزيع الاحتمالي

س = ٠، ١، ٢

| س | ٠ | ١ | ٢ |
|---|---|---|---|
| ل(س) | ١٦/٤٩ | ٢٤/٤٩ | ٩/٤٩ |

مثال ⑦ :- صندوق يحوي ٣ كرات سوداء وكرتان بيضاء ، سحب من الصندوق ٣ كرات معاً إذا دل المتغير العشوائي س على عدد الكرات البيضاء المسحوبة اكتب جدول التوزيع الاحتمالي.

س = ٠ ، ١ ، ٢

لا يمكن أن تكون ٣ كرات المسحوبة بيضاء

| س | ٠ | ١ | ٢ |
|---|---|---|---|
| ل(س) | $\frac{3}{10}$ | $\frac{6}{10}$ | $\frac{1}{10}$ |

مثال ⑧ :- بالاعتماد على جدول التوزيع الاحتمالي الآتي أوجد قيمة P .

| س | ٠ | ١ | ٢ |
|---|---|---|---|
| ل(س) | P | ٠,٣ | ٠,٤ |

ل(س = ٠) + ل(س = ١) + ل(س = ٢) = ١

P + ٠,٣ + ٠,٤ = ١

P + ٠,٦ = ١ ⇐ P = ١ - ٠,٦

P = ٠,٤

مثال ⑨ :- بالاعتماد على الجدول الآتي الذي يمثل جدول التوزيع الاحتمالي أوجد قيمة ك .

| س | ٠ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ |
|---|---|---|---|---|---|
| ل(س) | ٠,١٥ | ٠,٢ | ك | ٠,٣ | ٠,١ |

مثال ⑩ :- إذا كان التوزيع الاحتمالي يمثل بالمجموعة {(٠ ، $\frac{3}{11}$) ، (١ ، P٢) ، (٢ ، $\frac{1}{11}$)} أوجد قيمة P.

مثال ⑪ :- إذا كان التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي هو {(-٢ ، ٠,٣) ، (٠ ، ٠,٢) ، (١ ، ٠,١) ، (٣ ، ك)}

أوجد قيمة (ك) .

مثال ⑫ :- يمثل الجدول الآتي توزيعاً احتمالياً للمتغير العشوائي س وكانت ب = ٢P أوجد قيمة P ، ب -

| س | ٦ | ٨ | ١٠ |
|---|---|---|---|
| ل(س) | ا | ب | P٢ |

مثال (٣) :- إذا كان س متغيراً عشوائياً ليأخذ القيم ١، ٢، ٣، ٤ وكان ل(س=ا) = P س فأوجد قيمة P.

مثال (٤) :- اي من التوزيعات التالية يعد توزيعاً احتمالياً :-

ا) {(٠، ٥ و ن)، (١، ٢ و ن)، (٢، ٤ و ن)}

ب) {(٠، ٣ و ن)، (١، ٣ و ن)، (٣، ٤ و ن)}

جـ) {(٠، ١ و ن)، (١، ٣ و ن)، (٢، ٧ و ن)}

د) {(٠، ٦ و ن)، (١، ٣ و ن)، (٣، ٢ و ن)}

# توزيع ذات الحدين

إذا أجريت تجربة برنولي ن من المرات وكان احتمال النجاح P وكان س متغيراً عشوائياً ذا حدين معاملاه P، ن فإن احتمال النجاح في ر من المرات هو :-

$$ل(س=ر) = \binom{ن}{ر} \times P^{ر} \times (1-P)^{ن-ر}$$

ر = ٠، ١، ٢، ٣، ... ، ن ،

مثال (١) :- إذا كان س متغيراً عشوائياً ذا حدين معاملاه ن = ٥ ، P = ٣و٠ فجد

١) ل(س=٢)
٢) ل(س=٣)
٣) ل(س≤٤)
٤) ل(س≥١)
٥) ل(١≤س≤٣)
٦) ل(٢≤س≤٤)

مثال ② إذا كان س متغيراً عشوائياً ذا حدين ومعاملاه ن = ٣ ، م = ٢٥٠ فجد قيمة .

أ) ل (س = ٣)  ب) ل (س ≥ ٢)

ج) ل (س > ١)  د) ل (س < ١)

مثال ③ :- إذا كان س متغيراً عشوائياً يخضع التوزيع الاحتمالي ذا الحدين حيث ن = ٤ وكان ل (س ≤ ٣) = $\frac{١٥}{١٦}$ فجد قيمة م .

ر = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤}

ل (س ≤ ٣) = ل (س = ٠) + ل (س = ١) + ل (س = ٢) + ل (س = ٣)

= ١ − ل (س = ٤) = $\frac{١٥}{١٦}$

= ١ − $\frac{١٥}{١٦}$ = $\frac{١}{١٦}$

$$\boxed{\text{ل (س = ٤)} = \frac{١}{١٦}}$$

$$\text{ل (س = ٤)} = \binom{٤}{٤} \times (م^{٤}) \times (١ - م)^{٤-٤} = \frac{١}{١٦}$$

$$م^{٤} = \frac{١}{١٦} \Leftarrow \boxed{م = \frac{١}{٢}}$$

مثال ④ :- إذا كان س متغيراً عشوائياً يخضع لتوزيع ذات الحدين حيث ن = ٣ ، ل (س ≥ ١) = $\frac{١٩}{٢٧}$ فجد لكلٍ مما يلي :-

① قيمة م  ② ل (س = ٢) .

مثال ٥ :- إذا كانت س متغيراً عشوائياً ذا الحدين فعائلته ن = ٣ ، ل = ٤٠ . اجب عما يلي

١) قيم المتغير العشوائي

٢) جدول التوزيع الاحتمالي.

مثال ٦ :- لدى عائلة ٧ أطفال فما احتمال أن يكون ٤ اطفال منهم ذكور

مثال ٧ :- إذا كان احتمال نمو بذور البازلاء عند زراعتها ٧٥٠ . إذا عن زراعة ٤ بذرات اجب عما يلي -

① احتمال ان تنبت ٤ بذرات .

② احتمال ان تنمو بذره واحدة على الأكثر

③ احتمال أن تنمو ٣ بذرات على الأقل.

مثال ⑧:- عند رمي حجر نرد ٤ مرات متتالية فما احتمال ظهور عدد فردي مرة واحدة على الاكثر.

مثال ⑨:- اذا كان احتمال أن يصيب أحمد هدفاً يساوي (٠,٨) فإذا اطلق ٥ طلقات على الهدف فما احتمال

① اصابة الهدف ٣ مرات .
② عدم اصابة الهدف
③ انه يخطأ الهدف مرتين
④ اصابة الهدف مرة واحدة على الاكثر
⑤ اصابة الهدف مرة على الاقل

مثال ⑩:- اذا كان احتمال نجاح عملية جراحية للدكتور ناصر يساوي ٩٥٪ فما احتمال نجاح عمليتين من الأقل اذا اجريت ٣ عمليات

مثال ⑪:- قررت احدى شركات استيراد مصابيح كهربائية ورفض أية شحنة من مستورداتها اذا وجدت وحدتان معيبتان أو اكثر في عينة عشوائية مكونة من ٨ وحدات اذا كانت نسبة المعيب في انتاج الشركة ١٠٪ فما احتمال قبول الشركة الشحنة

$$ل(س<٢) = ل(س=٠) + ل(س=١)$$

$$ن = ٨ ، \quad P = ٠,١ \quad 1-P = ٠,٩$$

$$= (^{٨}_{٠})(٠,١)^{٠}(٠,٩)^{٨} + (^{٨}_{١})(٠,١)^{١}(٠,٩)^{٧}$$

$$= ٠,٨١$$

# الفصل الثاني : المتغيرات العشوائية المنفصلة والمتصلة

## ثانياً : العلامة المعيارية

**تعريف :-**

العلامة المعيارية للمشاهدة س هي نسبة انحراف المشاهدة س عن المتوسط الحسابي $\bar{س}$ إلى الانحراف المعياري ع ويرمز لها ز

$$ز_{س} = \frac{س - \bar{س}}{ع} \quad , \quad ع \neq 0$$

س :- العلامة " المشاهدة ".

$\bar{س}$ :- الوسط الحسابي

ع :- الانحراف المعياري

$ز_{س}$ :- العلامة المعيارية

$$\bar{س} = \frac{مج س}{ن} = \frac{\text{مجموع العلامات (المشاهدات)}}{\text{عددها}}$$

الانحراف المعياري به هو متوسط تباعد أو تشتت القيم (المشاهدات) عن الوسط الحسابي.

العلامة المعيارية $ز_{س}$ تكون

موجبة + : قيمة مشاهدة أكبر (فوق) الوسط الحسابي

سالبة - :- قيمة مشاهدة أصغر (تحت) الوسط الحسابي

**مثال ① :-**

إذا كان الوسط الحسابي لعلامات طلاب في امتحان رياضيات ٨٠ والانحراف المعياري هو ٦ فجد

١) العلامة التي تنحرف فوق المتوسط بأربعة انحرافات معيارية

٢) العلامة التي تنحرف تحت المتوسط بـ انحرافين معياريين.

**مثال ② :-**

جد قيمة المتوسط الحسابي لعلامات طلاب في مادة الجغرافيا علماً بأن الانحراف المعياري للعلامات ٤ وعلامة رغد تنحرف فوق هذا المتوسط بمقدار $1\frac{1}{4}$ انحراف معياري.

مثال ③ :- إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من المشاهدات (٤٠) والانحراف المعياري ٥
اوجد العلامة المعيارية للمشاهدات
٦٠ ، ٤٠ ، ٣٠

مثال ④ :- اوجد قيمة الانحراف المعياري للعلامة ٧٠ والتي تقابل العلامة المعيارية ٣ وكان الوسط الحسابي ٥٨ .

مثال ⑤ :-
معتمداً على الجدول الآتي اجب عما يلي :-

| | متوسط حسابي | الانحراف المعياري | علامة هناء | علامة هبة |
|---|---|---|---|---|
| اللغة الانجليزية | ٧٨ | ٥ | ٧٣ | ٨٣ |
| الرياضيات | ٦٠ | ٤ | ٦٨ | ٧٢ |

١) في اي المجموعتين كان تحصيل هناء افضل ؟!
٢) في اي المجموعتين كانت هبة اضعف ؟!

مثال ⑥:- معتمداً الجدول المجاور الذي يبين العلامات المعيارية لطالب في اربعة مباحث فما المبحث الذي يكون تحصيل الطالب فيه افضل

حيفي ٠١٨

| المبحث | الرياضيات | التاريخ | الجغرافيا | اللغة العربية |
|---|---|---|---|---|
| العلامة المعيارية | ١ | ٠ | -٣ | ٢ |

أ) الرياضيات ب) التاريخ
ج) الجغرافيا د) اللغة العربية

مثال ⑦:- اذا كان الوسط الحسابي لعلامات طلبة

شتوي ٠١٤ في احدى الصفوف في مادة العلوم ٦٠ والانحراف المعياري ٦ اجب عما يلي-

① جد العلامة التي تنحرف انحرافين معياريين فوق الوسط الحسابي.

② اذا كانت الفرق بين علامتين طالبين من الصف نفسه في مادة العلوم هو ٩ فما الفرق بين العلامتين المعياريتين المناظرتين لهاتين العلامتين.

مثال ⑧:- صف مكون من ٣٠ طالب فاذا كانت علامات الطلاب أحمد، ياسر، معاذ هي ٨٠، ٩٠، ٦٠ على الترتيب وعلاماتهم بالمعيارية بالترتيب ٢، ٣، -١ فما علامة معاذ

مثال ⑨ :- اذا كانت علامات المعيارية للطالبات هبة , رغد , هاري هي ١,٥ ، -١ ، -٢ على الترتيب وكان الوسط الحسابي لعلامات الصف ٧٠ والفرق بينه علامتي هبة , رغد سيادي ١٠ اوجد العلامات الفعلية لكل منهن .

منهاجي
متعة التعليم الهادف

## ثالثاً:- التوزيع الطبيعي:-

التوزيع الطبيعي:- هو التوزيع الذي وسطه الحسابي (صفر) والانحراف المعياري (١).

خصائص التوزيع الطبيعي:-

① متماثل حول محور الرأسي.

② مساحة المنطقة تحت منحنى الطبيعي تساوي ١.

قوانينه:-

① ل(ز ≤ P) مباشرة من الجدول.

② ل(ز ≥ P) = ١ - ل(ز ≤ P)

③ ل(ز ≥ -P) = ل(ز ≤ P)

④ ل(ز ≤ -P) = ل(ز ≥ P) = ١ - ل(ز ≤ P)

⑤ ل(P ≤ ز ≤ ب)
= ل(ز ≤ ب) - ل(ز ≤ P)

مثال:- جد قيمة كلاً مما يلي:-

① ل(ز ≤ ٥ر٠)

② ل(ز ≤ ٢)

③ ل(ز ≤ ١ر٥٢)

④ ل(ز ≤ ١)

⑤ ل(ز ≤ ٦ ٣ر٠)

⑥ ل(ز ≤ ١ر٤٣)

⑦ ل(ز ≤ -٢ر٠)

⑧ ل(ز ≤ -٣٢٣ر٠)

⑨ ل(ز ≤ ٦٠ر٠)

(١٠) ل ( ز ≤ -ج )

(١١) ل ( ز ≤ ٠,٥ج )

(١٢) ل ( ١ ≤ ز ≤ ج )

(١٣) ل ( -ج ≤ ز ≤ ٢ )

قانون :-

$$ز_س = \frac{س - م}{ع}$$

$ز_س$ :- العلاقة المعيارية (تمثل قيمة ز الموقع السيني (ر م))

س :- العلامة

م : الوسط الحسابي

ع : الانحراف المعياري

مثال ① :- يخضع معامل الذكاء للطلبة المسجلين في إحدى الجامعات لتوزيع الطبيعي وسطه الحسابي ١٠٥ والانحراف المعياري ١٠ فإذا تم اختيار طلبة عشوائياً

① ما احتمال أن يكون من الطلبة الذين معامل ذكائهم أقل من ١١٠

② ما احتمال أنه يكون معامل ذكائهم أكبر من ١١٠

مثال ② :- اذا كانت أوزان الأطفال عند الولادة تتبع التوزيع الطبيعي وسطه الحسابي ٣,٢ والانحراف المعياري ٠,٤ ، إذا اختير طفل عشوائياً عند الولادة فما احتمال أنه يكون أكبر من ٤ كغم .

مثال ③ :- اذا كانت علامات (١٠٠٠) طالب تتخذ شكل التوزيع الطبيعي وكان الوسط الحسابي للعلامات ٦٥ والانحراف المعياري ١٠ وكان عدد الناجحين ٨٥٠ فما علامة النجاح

ملاحظة :-

نسبة النجاح = عدد الطلبة الناجحين / عدد الكلي

عدد الطلبة = نسبة النجاح × العدد الكلي

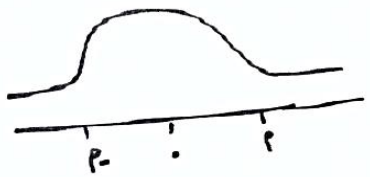
مثال ④ :- تخضع عبوات احدى المنتجات الزراعية لتوزيع الطبيعي وسطه ٥٠ كغم وانحرافه المعياري ٢ كغ ، اذا اختيرت إحدى العبوات عشوائياً فما احتمال أنه

(أ) يزيد وزنها عن ٥٧ كغ .

(ب) يتراوح وزنها بين ٤٨٥ كغ و ٥٠,٥ كغ .

مثال ⑤ :- اذا كانت رواتب ١٠٠٠ معلم وعلمة تتخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي ٥٠٠ دينارا وانحراف معياري ما دينار فما عدد المعلمين والمعلمات الذين تنحصر رواتبهم بين ٤٨٠ دينار، ٥١٠ دينار

مثال ⑥ :- الشكل المجاور يمثل منحنى التوزيع الطبيعي لبيانات احدى الدراسات اذا علمت أنه
ل ( ز ≤ -م ) = ٠٣و فما قيمة ل ( ز ≤ م )




أ) ٠٣و  ب) ٠٤و  ج) ٠٧و  د) ٠٨و

مثال ⑦ :- اذا كانت أوزان ١٠٠٠ طالب تتخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسطه الحسابي ٥٠ كغ وانحراف المعياري ٦ فما عدد الطلبة الذين تنحصر اوزانهم بين ٤٧ كغ و ٥٦ كغ ؟

مثال (٨) اذا كانت علامات ١٠٠٠ طالب تتخذ شكل التوزيع الطبيعي وكان الوسط الحسابي للعلامات ٥٨ و الانحراف المعياري ١٠ و كان عدد الطلبة الناجحين ٧٦٩ طالباً فجد العلامة النجاح.

مثال (٩) تقدم ١٥٠٠٠ طالباً لامتحان ما وكانت نتائجهم تتخذ شكل توزيع الطبيعي وكان الوسط الحسابي لعلاماتهم ٦٥ و انحراف معياري ٥ وعلامة النجاح ٦٠ فجد عدد الطلبة الناجحين في الامتحان.

الاستاذ ناصر حشكي 0785968199
الإحتمالات والإحصاء الفرع الأدبي 0797852004
T.Nasser Heshki

# الفصل الثاني : الارتباط والانحدار

## أولاً : الارتباط

**الارتباط :-** هو علاقة بين متغيرين (س ، ص)

مثل: عدد ساعات دراسة ومعدل التحصيلي
عدد ساعات العمل ، كمية الانتاج
وزن ، ضغط
الدخل العائلي ، الانفاق

### أنواع الارتباط

① الارتباط الطردي (ايجابي)
كلما زاد احد المتغيرين زاد الآخر

② الارتباط العكسي (سلبي)
كلما زاد احد المتغيرين نقص الآخر

يمكن ايجاد قوة الارتباط بطريقتين.

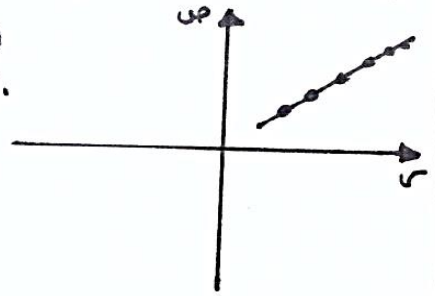
① الرسم البياني "شكل الانتشار".

② معامل الارتباط بيرسون

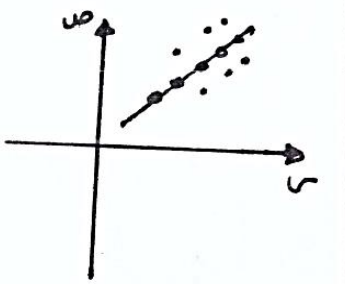
### شكل الانتشار

رسم بياني لعلاقة بين الازواج المرتبة في المستوى الديكارتي

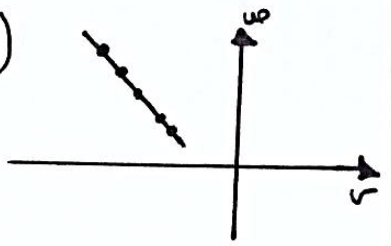
(طردي تام)
جميع النقاط على خط مستقيم



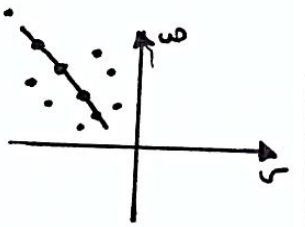

طردي



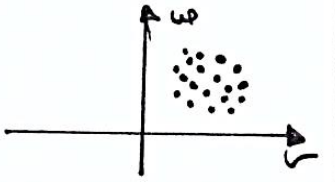

(عكسي تام)
جميع النقاط على خط مستقيم




عكسي




عدوم الارتباط



## معامل الارتباط بيرسون

يستخدم معامل الارتباط بيرسون لتحديد قوة والقيمة العددية بينهما المتغيرين سس، صص حيث خلال القانون

$$ر = \frac{\sum_{ت=1}^{ن} (س_ت - \bar{س})(ص_ت - \bar{ص})}{\sqrt{\sum_{ت=1}^{ن} (س_ت - \bar{س})^2 \times \sum_{ت=1}^{ن} (ص_ت - \bar{ص})^2}}$$

$\bar{س}$ :- الوسط الحسابي لقيم س

$\bar{ص}$ :- الوسط الحسابي لقيم ص

ر = ١ ٦ ٢٦ ٣٦ ٤٦ ٠٠٠ ٦٠ ن

| معامل الارتباط | نوع العلاقة وقوتها |
|---|---|
| ر = ١ | طردي تام |
| ٠,٨ ≤ ر < ١ | طردي قوي |
| ٠,٥ ≤ ر < ٠,٨ | طردي متوسط |
| ٠ < ر < ٠,٥ | طردي ضعيف |
| ر = ٠ | معدوم الارتباط |
| -٠,٥ < ر < ٠ | عكسي ضعيف |
| -٠,٨ < ر ≤ -٠,٥ | عكسي متوسط |
| -١ < ر ≤ -٠,٨ | عكسي قوي |
| ر = -١ | عكسي تام |

مثال ٥ :- احسب معامل الارتباط بيرسون بينهما المتغيرين سس، صص في الجدول الآتي

| س | ١١ | ١٠ | ١٢ | ١٤ | ٨ |
|---|---|---|---|---|---|
| ص | ٤ | ١٠ | ٦ | ٩ | ١١ |

| س | ص | س - $\bar{س}$ | ص - $\bar{ص}$ | (س - $\bar{س}$)(ص - $\bar{ص}$) | (س - $\bar{س}$)$^2$ | (ص - $\bar{ص}$)$^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ١١ | ٤ | | | | | |
| ١٠ | ١٠ | | | | | |
| ١٢ | ٦ | | | | | |
| ١٤ | ٩ | | | | | |
| ٨ | ١١ | | | | | |
| مجموع ٥٥ | ٥٠ | | | | | |

$$\bar{س} = \frac{\sum س}{ن} = \frac{٥٥}{٥} = ١١$$

$$\bar{ص} = \frac{\sum ص}{ن} = \frac{٥٠}{٥} = ١٠$$

ر =

مثال ② احسب معامل الارتباط بيرسون بين المتغيرين س ، ص .

| س | ٢ | ٥ | ٦ | ٧ |
|---|---|---|---|---|
| ص | ١ | ٤ | ٩ | ١٠ |

مثال ③ يبين الجدول المجاور علامات ٥ طلاب في مادتي الفيزياء والرياضيات في امتحان قصير

صفي ١٠ / ع

الرضابة الفاطمي (١٠) احسب معامل الارتباط بيرسون

| رقم الطالب | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ |
|---|---|---|---|---|---|
| الفيزياء (س) | ٢ | ٥ | ٣ | ٦ | ٤ |
| الرياضيات (ص) | ٥ | ٦ | ٣ | ٧ | ٩ |

الاستاذ ناصر حشكي
0785968199

الفرع الأدبي
0797852004

# الاحتمالات والاحصاء

T.Nasser Heshki

**مثال ①:-** يبين الجدول الآتي علامات ٥ طلاب في مادتي الرياضيات (س) والعلوم (ص) في امتحان قصير

| من ٩ | من ١٠ علامات |
|---|---|

نهاية الوظيفي ١٠

① انقل الى دفترك الجدول ثم املاء الاعمدة الداردة منه

② معتمداً على الجدول احسب معامل الانباط بيرسون

| س | ص | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ٦ | ٥ | | | | | |
| ٧ | ٦ | | | | | |
| ٥ | ٥ | | | | | |
| ٣ | ١ | | | | | |
| ٤ | ٤ | | | | | |
| ٢٥ | ٢٠ | | | | | |

**مثال ②:-** احسب معامل الانباط بيرسون الخطي بين المتغيرين س، ص في الجدول الآتي

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| س | ١٠ | ٩ | ١٣ | ١٥ | ٨ |
| ص | ١٠ | ١١ | ٥ | ٧ | ١٢ |

منهاجي
متعة التعليم الهادف

مثال ⑥ :- اذا كان س ، ص متغيرين عدد قيم كل منهما ٦ و كان

$\sum_{i=1}^{6}(س_i - \bar{س})(ص_i - \bar{ص}) = 12$

$\sum_{i=1}^{6}(س_i - \bar{س})^2 = 9$

$\sum_{i=1}^{6}(ص_i - \bar{ص})^2 = 16$

احسب معامل الارتباط بيرسون

مثال ⑦ :- اذا كان س ، ص متغيرين عدد قيم كل منهما ٥ و كان

$\sum(س - \bar{س})(ص - \bar{ص}) = 7$

$\sum(س - \bar{س})^2 = 10$

$\sum(ص - \bar{ص})^2 = 40$

جد معامل الارتباط بيرسون بين س ، ص.

مثال ⑧ :- ضع دائرة حول رمز الاجابة الصحيحة

① أي معاملات الارتباط التالية الأقوى :-

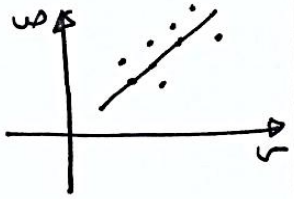
أ) -٠,٨٠ ب) ٠,٧٠ ج) ٠,٠ د) ٠,٥٠

② اذا كان معامل الارتباط بين س ، ص يساوي -٠,٩٨ فإنه معامل الارتباط

أ) عكسي تام ب) طردي قوي

ج) طردي ضعيف د) عكسي قوي

③ معتمداً على الشكل المجاور فإنه نوع الارتباط بين س ، ص هو




أ) عكسي ب) طردي

ج) معدوم د) طردي تام

④

## أثر التعديل على معامل الارتباط

إذا كان معامل الارتباط بيرسون بين س، ص يساوي ر، وتم تعديل كل من س، ص حسب العلاقة:

$س^* = أ س + ب$ ، $ص^* = ج ص + د$

$أ \neq 0$ ، $ب \neq 0$

فإن معامل الارتباط بين $س^*$، $ص^*$ هو:-

١) إذا كانت إشارة أ، جـ متشابهتين يبقى الارتباط كما هو

٢) إذا اختلفت إشارة أ، جـ مختلفتين نضرب معامل الارتباط بـ سالب.

مثال ①:- إذا كان معامل الارتباط بيرسون بين س، ص هو ٠,٥ فجد معامل الارتباط بين $س^*$، $ص^*$ في الحالات الآتية:-

① $س^* = -٩ك + ١٥$ ، $ص^* = ٨ - ٣ص$

② $س^* = ٤ك + ٢٥$ ، $ص^* = ص - ٥$

③ $س^* = ١٧ - ٤ك$ ، $ص^* = ٥ص - ٣$

④ $س^* = ٣س^٢ + ٣$ ، $ص^* = -٢ص + ٥$

مثال ②:- إذا كان معامل الارتباط بين س، ص هو -٠,٦ فجد معامل الارتباط بين $س^*$، $ص^*$ في حالات:-

① $س^* = ٣ك + ٥$ ، $ص^* = ٣ص - ٧$

② $س^* = -٥ك + ٥$ ، $ص^* = ٨ - ٣ص$

③ $س^* = ٨ - س$ ، $ص^* = ٩ - ص$

④ $س^* = ١ + س$ ، $ص^* = ٣ + ص$

⑤

## الفصل الثاني : الارتباط والانحدار

### ثانياً : خط الانحدار

هي علاقة خطية تربط بين متغيرين وتستخدم في التنبؤ بقيمة أحد المتغيرين إذا علمت قيمة معينة .

**معادلة خط الانحدار :-**

$$\hat{ص} = ب س + ا$$

ب :- معامل س

ا :- الحد الثابت

$$ب = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sum (س - \bar{س})^2}$$

$$ا = \bar{ص} - ب \bar{س}$$

$\bar{س} = \frac{\sum س}{ن}$ وسط حسابي لقيم س

$\bar{ص} = \frac{\sum ص}{ن}$ وسط حسابي لقيم ص

الخطأ في التنبؤ = القيمة الحقيقية - القيمة المتنبأ بها

(القيمة الحقيقية: من الجدول — القيمة المتنبأ بها: من المعادلة بتعويض مكان س)

ويمكن أن يكون موجب , سالب .

مثال ① :- يبين الجدول الآتي علامات خمسة طلاب في مادتي الرياضيات والعلوم حيث النهاية العظمى (٢٠) جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم ص إذا علمت قيم س

| رقم الطالب | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ |
|---|---|---|---|---|---|
| علامة الرياضيات س | ١١ | ١٢ | ١٠ | ١٣ | ١٤ |
| علامة العلوم ص | ١٣ | ١٦ | ١٠ | ١٤ | ١٨ |

مثال ① : ليكن الجدول الاتي تم جد معادلة خط الانحدار البسيط لصيغة ص١ س

| س | ص | س - س̄ | ص - ص̄ | (س - س̄)(ص - ص̄) | (س - س̄)² |
|---|---|---|---|---|---|
| ٥ | ٦ | | | | |
| ٦ | ٧ | | | | |
| ٧ | ٨ | | | | |
| ١٢ | ٩ | | | | |
| ١٢ | ١٠ | | | | |
| ٤٠ | ٤٠ | | | | |

مثال ② : ليكن الجدول الآتي يمثل درجات ٥ طلاب في مبحثي الرياضيات س واللغة العربية ص من صيغة النهاية العظمى ١٠ جد معادلة خط الانحدار البسيط للتنبؤ بقيم ص اذا علمت قيم س

| الرياضيات س | ٦ | ٩ | ٧ | ٨ | ١٠ |
|---|---|---|---|---|---|
| اللغة العربية ص | ٨ | ١٠ | ٩ | ١٠ | ٨ |

مثال ٤ :- اذا كانت معادلة خط الانحدار للعلاقة بين معدل الطالب في الثانوية العامة (س) ومعدله في الجامعة (ص) هي:

$\hat{ص} = ٤,١ س + ٣٥$

فتنبأ بمعدل الطالب في الجامعة اذا كان معدله في الثانوية العامة ٨٥

مثال ٥ :- لتوصيل قسم الانتاج في مصنع ما لمعادلة الانحدار الخطي البسيط للعلاقة بين عدد ساعات العمل اليومي (س) وكمية الاستهلاك من الكهرباء بالكيلو واط/ساعة (ص) فكانت

$\hat{ص} = ٠,٥ س + ٣٠$ اجب عما يلي:

① استخرج قيمة أ، ب

② قدر كمية الاستهلاك اذا كانت عدد ساعات العمل ليوم ما ٨ ساعات

مثال ٦ :- بينه الجدول الآتي ستة طلاب في مبحثي الرياضيات (س) والتربية الوطنية (ص) في امتحان قصير نهايته العظمى (١٠) اجب عما يلي

| رقم الطالب | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ |
|---|---|---|---|---|---|
| الرياضيات س | ٢ | ٣ | ٦ | ٤ | ١٠ |
| التربية الوطنية ص | ٥ | ٣ | ٧ | ٩ | ٦ |

① احسب معامل الارتباط ليرسون بين س، ص

② جد معادلة خط الانحدار بين س، ص

③ قدر علامة الرياضيات لطالب حصل في التربية الوطنية ٨

④ جد الخطأ في التنبأ في علامة طالب في الوطنية اذا كانت علامة الرياضيات ٥ .

مثال ⑦ :- اذا كانت معادلة الخط الانحدار هي $\hat{ص} = ٢س + ١$ و كانت (٩٦٣) نقطة من نقاط مشكل الانتشار بين س، ص فجد الخطأ في التنبؤ بين س، ص عندما س = ٣.

مثال ⑧ :- اذا كان س، ص متغيرين عدد قيم كل منهما ٦ و كان $\bar{س} = ٤$

$\bar{ص} = ٦$ ، $\sum_{ر=١}^{٦} (س_ر - \bar{س})(ص_ر - \bar{ص}) = ٧$

$\sum_{ر=١}^{٦} (ص_ر - \bar{ص})^٢ = ١٠$

فجد معادلة خط الانحدار

مثال ⑨ :- اذا كان $\bar{س} = ٦$

$\bar{ص} = ١٨$ ، $\sum_{ر=١}^{٥} (س_ر - \bar{س})(ص_ر - \bar{ص}) = ٣٥$

$\sum_{ر=١}^{٥} (س_ر - \bar{س})^٢ = ١٠$ فجد معادلة خط الانحدار

مثال ⑩ :- اذا كان س، ص يمثلان عدد ساعات الدراسة اليومي (س) والمعدل التحصيلي ص لخمس طلاب وكانت

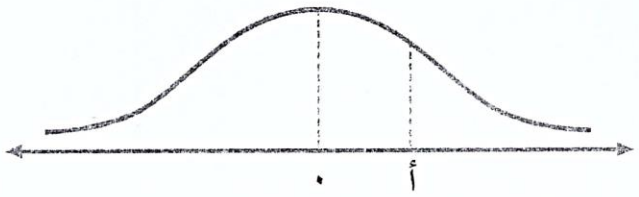
$\sum س = ٥٠$ ، $\sum ص = ٨٢$

$\sum (س - \bar{س})^٢ = ٢٦$ ، $\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص}) = ١٣٠$

فجد معادلة خط الانحدار

منهاجي
متعة التعليم الهادف

# جدول التوزيع الطبيعي




| أ | ٠,٠٠ | ٠,٠١ | ٠,٠٢ | ٠,٠٣ | ٠,٠٤ | ٠,٠٥ | ٠,٠٦ | ٠,٠٧ | ٠,٠٨ | ٠,٠٩ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ٠,٠ | ٠,٥٠٠٠ | ٠,٥٠٤٠ | ٠,٥٠٨٠ | ٠,٥١٢٠ | ٠,٥١٦٠ | ٠,٥١٩٩ | ٠,٥٢٣٩ | ٠,٥٢٧٩ | ٠,٥٣١٩ | ٠,٥٣٥٩ |
| ٠,١ | ٠,٥٣٩٨ | ٠,٥٤٣٨ | ٠,٥٤٧٨ | ٠,٥٥١٧ | ٠,٥٥٥٧ | ٠,٥٥٩٦ | ٠,٥٦٣٦ | ٠,٥٦٧٥ | ٠,٥٧١٤ | ٠,٥٧٥٣ |
| ٠,٢ | ٠,٥٧٩٣ | ٠,٥٨٣٢ | ٠,٥٨٧١ | ٠,٥٩١٠ | ٠,٥٩٤٨ | ٠,٥٩٨٧ | ٠,٦٠٢٦ | ٠,٦٠٦٤ | ٠,٦١٠٣ | ٠,٦١٤١ |
| ٠,٣ | ٠,٦١٧٩ | ٠,٦٢١٧ | ٠,٦٢٥٥ | ٠,٦٢٩٣ | ٠,٦٣٣١ | ٠,٦٣٦٨ | ٠,٦٤٠٦ | ٠,٦٤٤٣ | ٠,٦٤٨٠ | ٠,٦٥١٧ |
| ٠,٤ | ٠,٦٥٥٤ | ٠,٦٥٩١ | ٠,٦٦٢٨ | ٠,٦٦٦٤ | ٠,٦٧٠٠ | ٠,٦٧٣٦ | ٠,٦٧٧٢ | ٠,٦٨٠٨ | ٠,٦٨٤٤ | ٠,٦٨٧٩ |
| ٠,٥ | ٠,٦٩١٥ | ٠,٦٩٥٠ | ٠,٦٩٨٥ | ٠,٧٠١٩ | ٠,٧٠٥٤ | ٠,٧٠٨٨ | ٠,٧١٢٣ | ٠,٧١٥٧ | ٠,٧١٩٠ | ٠,٧٢٢٤ |
| ٠,٦ | ٠,٧٢٥٧ | ٠,٧٢٩١ | ٠,٧٣٢٤ | ٠,٧٣٥٧ | ٠,٧٣٨٩ | ٠,٧٤٢٢ | ٠,٧٤٥٤ | ٠,٧٤٨٦ | ٠,٧٥١٧ | ٠,٧٥٤٩ |
| ٠,٧ | ٠,٧٥٨٠ | ٠,٧٦١١ | ٠,٧٦٤٢ | ٠,٧٦٧٣ | ٠,٧٧٠٤ | ٠,٧٧٣٤ | ٠,٧٧٦٤ | ٠,٧٧٩٤ | ٠,٧٨٢٣ | ٠,٧٨٥٢ |
| ٠,٨ | ٠,٧٨٨١ | ٠,٧٩١٠ | ٠,٧٩٣٥ | ٠,٧٩٦٧ | ٠,٧٩٩٥ | ٠,٨٠١٣ | ٠,٨٠٥١ | ٠,٨٠٧٨ | ٠,٨١٠٦ | ٠,٨١٣٣ |
| ٠,٩ | ٠,٨١٥٩ | ٠,٨١٨٦ | ٠,٨٢١٢ | ٠,٨٢٣٨ | ٠,٨٢٦٤ | ٠,٨٢٨٩ | ٠,٨٣١٥ | ٠,٨٣٤٠ | ٠,٨٣٦٥ | ٠,٨٣٨٩ |
| ١,٠ | ٠,٨٤١٣ | ٠,٨٤٣٨ | ٠,٨٤٦١ | ٠,٨٤٨٥ | ٠,٨٥٠٨ | ٠,٨٥٣١ | ٠,٨٥٥٤ | ٠,٨٥٧٧ | ٠,٨٥٩٩ | ٠,٨٦٢١ |
| ١,١ | ٠,٨٦٤٣ | ٠,٨٦٦٥ | ٠,٨٦٨٦ | ٠,٨٧٠٨ | ٠,٨٧٢٩ | ٠,٨٧٤٩ | ٠,٨٧٧٠ | ٠,٨٧٩٠ | ٠,٨٨١٠ | ٠,٨٨٣٠ |
| ١,٢ | ٠,٨٨٤٩ | ٠,٨٨٦٩ | ٠,٨٨٨٨ | ٠,٨٩٠٧ | ٠,٨٩٢٥ | ٠,٨٩٤٤ | ٠,٨٩٦٢ | ٠,٨٩٨٠ | ٠,٨٩٩٧ | ٠,٩٠١٥ |
| ١,٣ | ٠,٩٠٣٢ | ٠,٩٠٤٩ | ٠,٩٠٦٦ | ٠,٩٠٨٢ | ٠,٩٠٩٩ | ٠,٩١١٥ | ٠,٩١٣١ | ٠,٩١٤٧ | ٠,٩١٦٢ | ٠,٩١٧٧ |
| ١,٤ | ٠,٩١٩٢ | ٠,٩٢٠٧ | ٠,٩٢٢٢ | ٠,٩٢٣٦ | ٠,٩٢٥١ | ٠,٩٢٦٥ | ٠,٩٢٧٩ | ٠,٩٢٩٢ | ٠,٩٣٠٦ | ٠,٩٣١٩ |
| ١,٥ | ٠,٩٣٣٢ | ٠,٩٣٤٥ | ٠,٩٣٥٧ | ٠,٩٣٧٠ | ٠,٩٣٨٢ | ٠,٩٣٩٤ | ٠,٩٤٠٦ | ٠,٩٤١٨ | ٠,٩٤٢٩ | ٠,٩٤٤١ |
| ١,٦ | ٠,٩٤٥٢ | ٠,٩٤٦٣ | ٠,٩٤٧٤ | ٠,٩٤٨٤ | ٠,٩٤٩٥ | ٠,٩٥٠٥ | ٠,٩٥١٥ | ٠,٩٥٢٥ | ٠,٩٥٣٥ | ٠,٩٥٤٥ |
| ١,٧ | ٠,٩٥٥٤ | ٠,٩٥٦٤ | ٠,٩٥٧٣ | ٠,٩٥٨٢ | ٠,٩٥٩١ | ٠,٩٥٩٥ | ٠,٩٦٠٨ | ٠,٩٦١٦ | ٠,٩٦٢٥ | ٠,٩٦٣٣ |
| ١,٨ | ٠,٩٦٤١ | ٠,٩٦٤٩ | ٠,٩٦٥٦ | ٠,٩٦٦٤ | ٠,٩٦٧١ | ٠,٩٦٧٨ | ٠,٩٦٨٦ | ٠,٩٦٩٣ | ٠,٩٦٩٩ | ٠,٩٧٠٦ |
| ١,٩ | ٠,٩٧١٣ | ٠,٩٧١٩ | ٠,٩٧٢٦ | ٠,٩٧٣٢ | ٠,٩٧٣٨ | ٠,٩٧٤٤ | ٠,٩٧٥٠ | ٠,٩٧٥٦ | ٠,٩٧٦١ | ٠,٩٧٦٧ |
| ٢,٠ | ٠,٩٧٧٢ | ٠,٩٧٧٨ | ٠,٩٧٨٣ | ٠,٩٧٨٨ | ٠,٩٧٩٣ | ٠,٩٧٩٨ | ٠,٩٨٠٣ | ٠,٩٨٠٨ | ٠,٩٨١٢ | ٠,٩٨١٧ |
| ٢,١ | ٠,٩٨٢١ | ٠,٩٨٢٦ | ٠,٩٨٣٠ | ٠,٩٨٣٤ | ٠,٩٨٣٨ | ٠,٩٨٤٢ | ٠,٩٨٤٦ | ٠,٩٨٥٠ | ٠,٩٨٥٤ | ٠,٩٨٥٧ |
| ٢,٢ | ٠,٩٨٦١ | ٠,٩٨٦٤ | ٠,٩٨٦٨ | ٠,٩٨٧١ | ٠,٩٨٧٥ | ٠,٩٨٧٨ | ٠,٩٨٨١ | ٠,٩٨٨٤ | ٠,٩٨٨٧ | ٠,٩٨٩٠ |
| ٢,٣ | ٠,٩٨٩٣ | ٠,٩٨٩٦ | ٠,٩٨٩٨ | ٠,٩٩٠١ | ٠,٩٩٠٤ | ٠,٩٩٠٦ | ٠,٩٩٠٩ | ٠,٩٩١١ | ٠,٩٩١٣ | ٠,٩٩١٦ |
| ٢,٤ | ٠,٩٩١٨ | ٠,٩٩٢٠ | ٠,٩٩٢٢ | ٠,٩٩٢٥ | ٠,٩٩٢٧ | ٠,٩٩٢٩ | ٠,٩٩٣١ | ٠,٩٩٣٢ | ٠,٩٩٣٤ | ٠,٩٩٣٦ |
| ٢,٥ | ٠,٩٩٣٨ | ٠,٩٩٤٠ | ٠,٩٩٤١ | ٠,٩٩٤٣ | ٠,٩٩٤٥ | ٠,٩٩٤٦ | ٠,٩٩٤٨ | ٠,٩٩٤٩ | ٠,٩٩٥١ | ٠,٩٩٥٢ |
| ٢,٦ | ٠,٩٩٥٣ | ٠,٩٩٥٥ | ٠,٩٩٥٦ | ٠,٩٩٥٧ | ٠,٩٩٥٩ | ٠,٩٩٦٠ | ٠,٩٩٦١ | ٠,٩٩٦٢ | ٠,٩٩٦٣ | ٠,٩٩٦٤ |
| ٢,٧ | ٠,٩٩٦٥ | ٠,٩٩٦٦ | ٠,٩٩٦٧ | ٠,٩٩٦٨ | ٠,٩٩٦٩ | ٠,٩٩٧٠ | ٠,٩٩٧١ | ٠,٩٩٧٢ | ٠,٩٩٧٣ | ٠,٩٩٧٤ |
| ٢,٨ | ٠,٩٩٧٤ | ٠,٩٩٧٥ | ٠,٩٩٧٦ | ٠,٩٩٧٧ | ٠,٩٩٧٧ | ٠,٩٩٧٨ | ٠,٩٩٧٩ | ٠,٩٩٧٩ | ٠,٩٩٨٠ | ٠,٩٩٨١ |
| ٢,٩ | ٠,٩٩٨١ | ٠,٩٩٨٢ | ٠,٩٩٨٢ | ٠,٩٩٨٣ | ٠,٩٩٨٤ | ٠,٩٩٨٤ | ٠,٩٩٨٥ | ٠,٩٩٨٥ | ٠,٩٩٨٦ | ٠,٩٩٨٦ |
| ٣,٠ | ٠,٩٩٨٧ | ٠,٩٩٨٧ | ٠,٩٩٨٧ | ٠,٩٩٨٨ | ٠,٩٩٨٨ | ٠,٩٩٨٩ | ٠,٩٩٨٩ | ٠,٩٩٨٩ | ٠,٩٩٩٠ | ٠,٩٩٩٠ |
| ٣,١ | ٠,٩٩٩٠ | ٠,٩٩٩١ | ٠,٩٩٩١ | ٠,٩٩٩١ | ٠,٩٩٩٢ | ٠,٩٩٩٢ | ٠,٩٩٩٢ | ٠,٩٩٩٢ | ٠,٩٩٩٣ | ٠,٩٩٩٣ |
| ٣,٢ | ٠,٩٩٩٣ | ٠,٩٩٩٣ | ٠,٩٩٩٤ | ٠,٩٩٩٤ | ٠,٩٩٩٤ | ٠,٩٩٩٤ | ٠,٩٩٩٤ | ٠,٩٩٩٥ | ٠,٩٩٩٥ | ٠,٩٩٩٥ |
| ٣,٣ | ٠,٩٩٩٥ | ٠,٩٩٩٥ | ٠,٩٩٩٦ | ٠,٩٩٩٦ | ٠,٩٩٩٦ | ٠,٩٩٩٦ | ٠,٩٩٩٦ | ٠,٩٩٩٦ | ٠,٩٩٩٦ | ٠,٩٩٩٧ |
| ٣,٤ | ٠,٩٩٩٧ | ٠,٩٩٩٧ | ٠,٩٩٩٧ | ٠,٩٩٩٧ | ٠,٩٩٩٧ | ٠,٩٩٩٧ | ٠,٩٩٩٧ | ٠,٩٩٩٧ | ٠,٩٩٩٧ | ٠,٩٩٩٨ |