أسئلة وزارية

الوحدة الخامسة: القطوع المخروطية

أسئلة وزارية منوعة على القطوع المخروطية

الثاني عشر العلمي

إعداد المعلمة: ميسون الحسين

0798959071

شبكة منهاجي التعليمية

س: جد معادلة القطع الزائد الذي رأساه هما بؤرتا القطع الناقص الذي معادلته:
$\frac{س^2}{4} + \frac{ص^2}{9} = 1$ وبؤرتاه هما رأسا هذا القطع.

الحل: $\frac{س^2}{4} + \frac{ص^2}{9} = 1$ ناقص صادي

$م^2 = 9$ $ب^2 = 4$ $جـ^2 = 9 - 4 = 5$

$م = 3$ $ب = 2$ $جـ = \sqrt{5}$

المركز (0، 0)

بؤرتا الناقص $(0، \sqrt{5})$ ، $(0، -\sqrt{5})$ رأسا الزائد

رأسا الناقص $(0، 3)$ ، $(0، -3)$ بؤرتا الزائد

للقطع الزائد: المركز (0، 0)

$م^2 = 5$ ، $ب^2 = 4$ ، $جـ^2 = 9$.

∴ المعادلة للزائد:

$\frac{ص^2}{5} - \frac{س^2}{4} = 1$

س: قطع مكافئ يقع رأسه على مركز القطع الزائد الذي معادلته: $\frac{9}{4}(س-1)^2 - 8(ص-2)^2 = 72$
وبؤرته (3، 1) جد ما يأتي:

1) معادلة هذا القطع.

2) معادلة المحور ومعادلة الدليل.

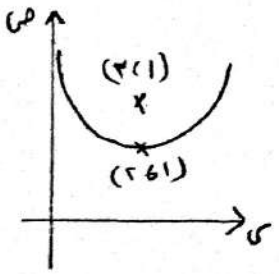
الحل: مركز القطع الزائد هو (1، 2) ⇐

رأس القطع المكافئ هو (1، 2)

بؤرة القطع المكافئ هي (3، 1) ⇐

القطع للأعلى

$ل = 3 - 2 = 1$



∴ المعادلة: $(س-1)^2 = 4جـ(ص-2)$

لكن $جـ = 1$ ⇐ المعادلة:

$(س-1)^2 = 4(ص-2)$

الدليل: $ص = 2 - 1 = 1$ ⇐ $ص = 1$

معادلة المحور: $س = 1$

س: جد معادلة الدائرة التي تمر بمركز القطع الزائد الذي بؤرتيه $(3، -1)$ ، $(-7، -1)$ وتمر بالنقطة $(2، 4)$ ويقع مركزها على محور الصادات.

الحل: مركز القطع الزائد $= (\frac{3-7}{2}، -1) = (-2، -1)$

الدائرة تمر بالنقطة $(-2، -1)$ وتمر بالنقطة $(2، 4)$.

المركز على محور الصادات ← احداثيات المركز $(0، هـ)$

معادلة الدائرة:

$س^2 + (ص-هـ)^2 = ر^2$

$(-2، -1)$ ← $4 + (-1-هـ)^2 = ر^2$ ---①

$(2، 4)$ ← $16 + (4-هـ)^2 = ر^2$ ---②

$4 + (-1-هـ)^2 = 16 + (4-هـ)^2$

$4 + 1 + 2هـ + هـ^2 = 16 + 16 - 8هـ + هـ^2$

$\frac{6}{6}هـ = \frac{15}{6}$ ← $هـ = 2.5$

المركز $(0، 2.5)$ ∴ $ر = \sqrt{16.25}$

المعادلة:

$س^2 + (ص-2.5)^2 = 16.25$.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س٦ جد معادلة القطع الزائد الذي أحد رأسيه مركز الدائرة التي معادلتها
$(س-٨)^{٢} + (ص-٦)^{٢} = ١٦$ وطول محوره المرافق يساوي طول قطر هذه الدائرة ومركزه يقع على المستقيم $س = -١$.

الحل: في الدائرة :

$(س-٤)^{٢} + (ص-٣)^{٢} = ١٦$

$٤(س-٤)^{٢} + ٤(ص-٣)^{٢} = ١٦$

$(س-٤)^{٢} + (ص-٣)^{٢} = ٤$

مركز الدائرة هو (٤، ٣) نصف قطر الدائرة $= \sqrt{٤} = ٢$

مركز الدائرة هو رأس للقطع الزائد وهو (٤، ٣)

طول المحور المرافق = طول قطر الدائرة $= ٢ب$

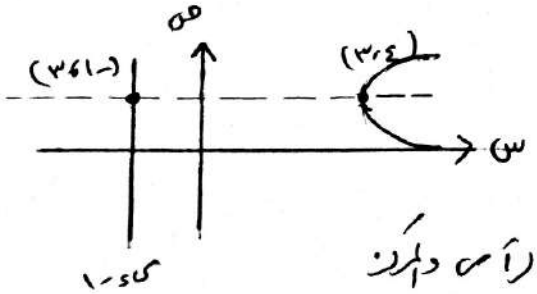
$٤ = ٢ب \Leftarrow \boxed{ب = ٢}$

مركز الزائد يقع على المستقيم $س = -١ \Leftarrow$

ومركز القطع الزائد هو $(-١، ص)$.

∴ المحور القاطع يوازي السينات ويمر بالنقطة (٤، ٣)

∴ المركز $(-١، ٣)$.



م : المسافة بين الرأس والمركز

$م = ٤ - ١ = ٥$

معادلة القطع الزائد :

$$\frac{(س+١)^{٢}}{٢٥} - \frac{(ص-٣)^{٢}}{٤} = ١$$

س٨ جد معادلة الدائرة التي تمر بالنقطة (٤، ٢) ويقع مركزها في بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته
$(س+٣)^{٢} = ١٢(ص-٣)$

الحل: نجد بؤرة القطع المكافئ

$٤ب = ١٢ \Leftarrow ب = ٣$

الرأس $(-٣، ٣)$

بؤرة القطع المكافئ $(-٣، ٥)$ وهي مركز الدائرة

الصورة العامة لمعادلة الدائرة :

$س^{٢} + ص^{٢} + ٢د س + ٢هـ ص + ج = صفر$

المركز $(-د، -هـ) = (-٣، ٥)$

$د = ٣ \quad ، \quad هـ = -٥$

∴ المعادلة :

$س^{٢} + ص^{٢} + ٦س - ١٠ص + ج = صفر$

الدائرة تمر بالنقطة (٤، ٢)

∴ $١٦ + ٤ + ٢٤ - ٢٠ + ج = صفر$

$ج = -١٦$

∴ معادلة الدائرة

$س^{٢} + ص^{٢} + ٦س - ١٠ص - ١٦ = صفر$.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س جد معادلة الدائرة التي يقع مركزها في بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته ص = $\frac{1}{4}$ س^2 + س + ٣ وتمس دليله.

الحل: $\frac{1}{4}$ س^2 + س = ص − ٣

$\frac{1}{4}$ (س^2 + ٤س + ٤) = ص − ٣ + ١

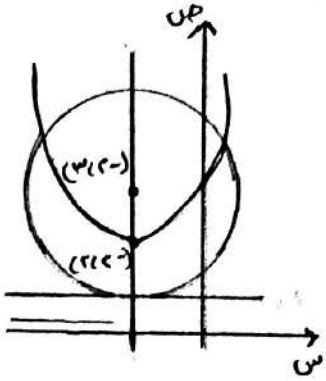
$\frac{1}{4}$ (س + ٢)^2 = ص − ٣

(س + ٢)^2 = ٤ (ص − ٣)

الرأس (−٢، ٣)

٤ جـ = ٤ ⇐ جـ = ١

البؤرة (−٢، ٣) وهو مركز الدائرة



بما أن الدائرة تمس الدليل ⇐ المسافة بين المركز (بؤرة المكافئ) والدليل = ٢ جـ

وتساوي طول نصف القطر.

ر = ٢ جـ = ٢

معادلة الدائرة:

(س + ٢)^2 + (ص − ٣)^2 = ٢^2

(س + ٢)^2 + (ص − ٣)^2 = ٤.

س قطع ناقص معادلته $\frac{(س-٢)^2}{٢٥} + \frac{ص^2}{٩} = ١$ ، جد معادلة الدائرة التي مركزها مركز هذا القطع وتمر ببؤرته.

الحل: مركز القطع الناقص (٢، ٠) ← مركز الدائرة

في القطع الناقص أ^2 = ٢٥ ← أ = ٥

ب^2 = ٩ ← ب = ٣

جـ^2 = أ^2 − ب^2 = ١٦ ⇐ جـ = ٤

بما أن مركز الدائرة هو مركز القطع الناقص وتمر الدائرة ببؤرة القطع الناقص فإن نصف قطر الدائرة = جـ (المسافة بين المركز والبؤرة)

ر = ٤

∴ معادلة الدائرة: (س − ٢)^2 + ص^2 = ١٦

س جد معادلة القطع الناقص الذي رأساه يقعان على بؤرتي القطع الزائد الذي معادلته $\frac{(س-٢)^2}{١٦} - \frac{(ص-٢)^2}{٩} = ١$ ويمر منحناه بالنقطة (٥، ٥٣)؟

القطع الزائد: مركزه (٢، ٢) ، أ^2 = ١٦ ← أ = ٤

ب^2 = ٩ ← ب = ٣ ⇐ جـ^2 = ١٦ + ٩ = ٢٥ ← جـ = ٥

بؤرتي الزائد: (٧، ٢) ، (−٣، ٢)

رأسا القطع الناقص (٧، ٢) ، (−٣، ٢)

مركز القطع الناقص (٢، ٢). (سبق)

أ = ٧ − ٢ ⇐ أ = ٥

$\frac{(س-٢)^2}{٢٥} + \frac{(ص-٢)^2}{ب^2} = ١$

يمر بالنقطة (٥، ٥٣)

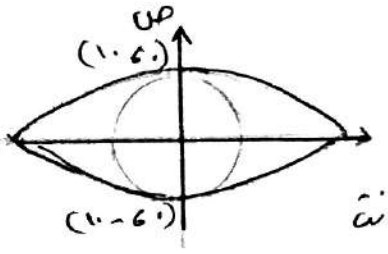
$\frac{٩}{ب^2} + \frac{٩}{٢٥} = ١$ ← ب^2 = ٩

$\frac{(س-٢)^2}{٢٥} + \frac{(ص-٢)^2}{٩} = ١$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س٨

يمثل الشكل المجاور دائرة وقطع ناقص مشتركان في المركز (٠،٠)، إذا كانت



مساحة القطع الناقص بدلالة مساحة الدائرة المرسومة داخله فجد:

أ) الاختلاف المركزي للقطع الناقص

ب) معادلة القطع الناقص.

الحل: نصف قطر الدائرة = ر = ١٠

في القطع الناقص ٢ب = ٢٠ ⇐ **ب = ١٠**

مساحة القطع الناقص = ٠.٨ مساحة الدائرة

~~π أ ب = ٠.٨ π ر^{٢}~~ نقسم على π

أ × ١٠ = ٠.٨ × ١٠^{٢}

أ = ٨٠ ⇐ ١٠أ = ١٠٠ ⇐ **أ = ١٠**

في القطع الناقص: جـ^{٢} = أ^{٢} − ب^{٢} = ١٠٠ − ٤٠٠

جـ^{٢} = ٣٠٠ ← جـ = $\sqrt{١٠٠ \times ٣}$ = $\sqrt{٣}$١٠

الاختلاف المركزي = هـ = $\frac{\text{جـ}}{\text{أ}}$ = $\frac{\sqrt{٣}١٠}{١٠}$

هـ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$.

معادلة القطع الناقص:

$\frac{\text{س}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} + \frac{\text{ص}^{٢}}{\text{ب}^{٢}} = ١$

$\frac{\text{س}^{٢}}{٤٠٠} + \frac{\text{ص}^{٢}}{١٠٠} = ١$

س٩ جد معادلة القطع الناقص الذي طول محوره الأصغر (٢) وحدة وبؤرتاه هما نقطتي تقاطع منحنى القطع المكافئ الذي معادلته س^{٢} = ص مع منحنى القطع الناقص الذي معادلته ص^{٢} = ١٥ − ٢س^{٢}

الحل: نجد نقاط التقاطع للقطع المكافئ مع القطع الناقص

ص^{٢} + ٢س^{٢} = ١٥ لكن س^{٢} = ص

ص^{٢} + ٢ص − ١٥ = صفر

(ص + ٥)(ص − ٣) = صفر

ص = −٥ مرفوضة أو ص = ٣

ص = ٣ ⇐ س^{٢} = ٣ ⇐ س = $\pm\sqrt{٣}$

(٣، $\sqrt{٣}$) ، (٣، −$\sqrt{٣}$) بؤرتا القطع الناقص

البعد البؤري = $\sqrt{٣}$ − −$\sqrt{٣}$ = $\sqrt{٣}$٢

جـ = $\sqrt{٣}$ ⇐ $\sqrt{٣}$ = جـ ⇐ **جـ = $\sqrt{٣}$**

مركز القطع الناقص هو منتصف المسافة بين البؤرتين

المركز = $\left(\frac{\sqrt{٣}+\sqrt{٣}-}{٢}, ٣\right)$ = (صفر، ٣)

طول المحور الأصغر = ٢ب = ٢ (من السؤال)

⇐ **ب = ١**

أ^{٢} = ب^{٢} + جـ^{٢} ⇐ أ^{٢} = ١ + ٣ = ٤

القطع سيني مركزه (٠، ٣)

المعادلة:

$\frac{\text{س}^{٢}}{٤} + \frac{(\text{ص}-٣)^{٢}}{١} = ١$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س١ جد معادلة القطع الناقص الذي إحدى بؤرتيه مركز الدائرة التي معادلتها
$(س-٦)^{٢} + (ص-٤)^{٢} = ٣٦$ ، وطول محوره الأصغر يساوي طول قطر هذه الدائرة ومعادلة محوره الأصغر هي $س = -١$

الحل: $٤(س-٣)^{٢} + ٤(ص-٢)^{٢} = ٣٦$

$\Leftarrow (س-٣)^{٢} + (ص-٢)^{٢} = ٩$ مركز الدائرة $(٣، ٢)$

أحد بؤرتي القطع الناقص هي مركز الدائرة $(٣، ٢)$

نصف قطر الدائرة $= ٣ \Leftarrow$ طول القطر $= ٦$

طول المحور الأصغر $= ٢ب = ٦ \Leftarrow$ $ب = ٣$

بما أن معادلة المحور الأصغر هي $س = -١$

∴ المركز $(-١، ٢)$ هي نقطة تقاطع المحور الأصغر والأكبر

$جـ$ = بعد البؤرة عن المركز $= ٣ - (-١) = ٤$

$جـ^{٢} = أ^{٢} - ب^{٢} \Leftarrow ١٦ = أ^{٢} - ٩ \Leftarrow أ^{٢} = ٢٥$

∴ معادلة القطع الناقص:

$$\frac{(س+١)^{٢}}{٢٥} + \frac{(ص-٢)^{٢}}{٩} = ١$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف