إجابات

منهاجي
متعة التعليم الهادف

رياضيات عاشر

الكتاب الجديد

وحدة

الدائرة

منهاجي
متعة التعليم الهادف

إعداد : المعلمة سلسبيل الخطيب

منهاج كولينز

الدرسُ 1

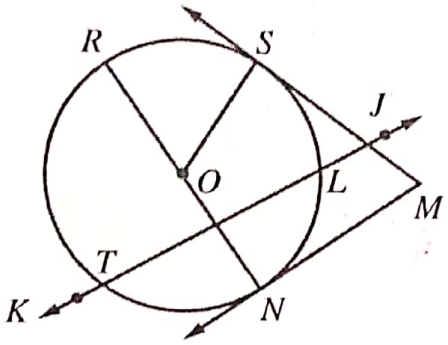
أوتارُ الدائرةِ، وأقطارُها، ومماسّاتُها

Chords, Diameters and Tangents of a Circle

منهاجي
متعة التعليم الهادف

أتحقق من فهمي

يُبيِّنُ الشكلُ المجاورُ دائرةً مركزُها O. أُسمّي:



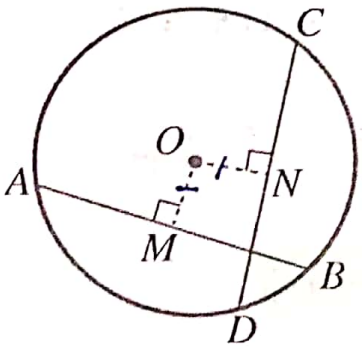
a) قاطعًا للدائرةِ. $\overleftrightarrow{KJ}$

b) وترًا للدائرةِ. $\overline{LT}$ ، $\overline{RN}$

c) مماسًّا للدائرةِ. $\overrightarrow{MN}$ ، $\overrightarrow{MS}$

أتحقق من فهمي

في الشكلِ المجاورِ، $\overline{AB}$ وَ $\overline{CD}$ وترانِ في دائرةٍ مركزُها O. إذا كانَ $OM = ON$، وَ $CN = 12\text{ cm}$، فما طولُ $\overline{AB}$؟



بما ان $OM = ON$ (وهما يمثلان بعدي الوترين $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ عن المركز)

$\therefore AB = CD$

بما ان $ON \perp CD$ $\therefore CN = DN$ (العمود النازل من مركز الدائره على أي وتر فيها ينصفه)

$CD = 2CN$

$CD = 2(12)$

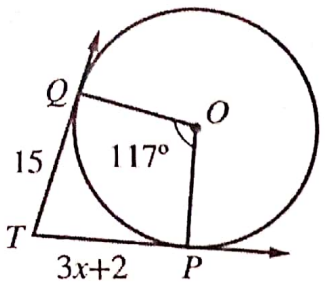
$CD = 24$

$\therefore AB = 24\text{ cm}$

سلسبيل الخطيب
اشتراك
YouTube

أتحقق من فهمي

في الشكلِ المجاورِ، $\overrightarrow{TP}$ وَ $\overrightarrow{TQ}$ مماسّانِ لدائرةٍ مركزُها O:



a) أَجِدُ قيمةَ x.

b) أَجِدُ قياسَ الزاويةِ PTQ.

(a) بما ان المماسان $\overrightarrow{TP}$ و $\overrightarrow{TQ}$ مرسومان من نقطة خارج دائرة ، اذن

$$TQ = TP$$

$$15 = 3x + 2$$

$$-2 \qquad -2$$

$$\frac{13}{3} = \frac{3x}{3} \rightarrow \boxed{x = \frac{13}{3}}$$

(b)

$m\angle TQO = m\angle TPO = 90^\circ$ (المماس يعامد دوما المعارض نقطة التماس)

في الشكل الرباعي $TQOP$

$$m\angle PTQ + 90 + 90 + 117 = 360$$

$$m\angle PTQ + 297 = 360$$

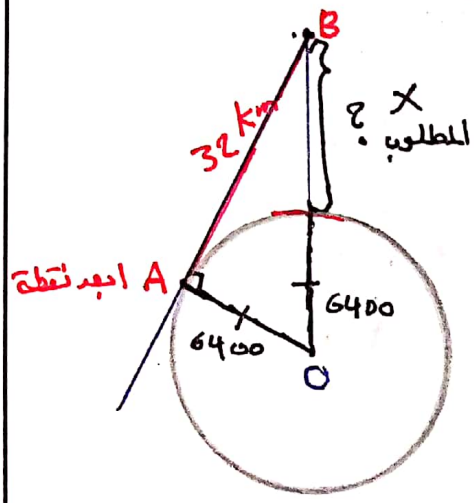
$$-297 \qquad -297$$

$$\therefore \boxed{m\angle PTQ = 63^\circ}$$

سلسبيل الخطيب
اشترك
YouTube

أتحقق من فهمي

برجُ مراقبةٍ: تبعدُ أقصى نقطةٍ يُمكِنُ مشاهدَتُها منْ قمَّةِ برجِ مراقبةٍ مسافةَ 32 km عنْهُ. ما ارتفاعُ قمَّةِ البرجِ عنْ سطحِ الأرضِ، علمًا بأنَّ طولَ نصفِ قُطْرِ الأرضِ 6400 km تقريبًا؟



+ $m < BAO = 90^\circ$ (العماس يعامد نصف القطر عند نقطة التماس)

+ حسب ح ع م فيثاغورس

$$(BO)^2 = (AO)^2 + (AB)^2$$

$$(BO)^2 = (6400)^2 + (32)^2$$

$$(BO)^2 = 40960000 + 1042$$

$$\sqrt{(BO)^2} = \sqrt{40961024}$$

$$BO = 6400.08$$

$$\therefore X + 6400 = 6400.08$$

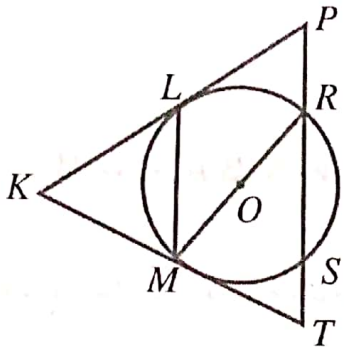
$$-6400 \qquad -6400$$

$$\therefore X = 0.08\,\text{Km} \times \frac{1000\,\text{m}}{1\,\text{Km}}$$

$$X = 80\,\text{m}$$

سلسبيل الخطيب
اشترك
YouTube

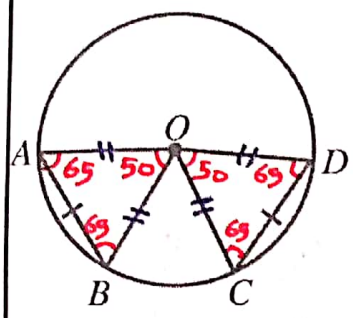
يُمثِّلُ الشكلُ المجاورُ دائرةً مركزُها O. أَسمّي:



1. نصفَيْ قُطْرَيْنِ. $\overline{OR}$ ، $\overline{OM}$
2. وترَيْنِ. $\overline{LM}$ ، $\overline{RM}$
3. مماسَّيْنِ. $\overline{KT}$ ، $\overline{KP}$
4. قاطعًا. $\overline{PT}$

تجد شرح مادة الرياضيات للصف العاشر المنهاج الجديد على قناة المعلمة
سلسبيل الخطيب عاليوتيوب
لا تنس الاشتراك في القناة
سلسبيل الخطيب
اشتراك
YouTube

$\overline{AB}$ وَ $\overline{CD}$ وتراننِ لهُما الطولُ نفسُهُ في دائرةٍ مركزُها O:



5 ما نوعُ المثلثِ AOB؟ أُبرِّرُ إجابتي.

6 هلِ المثلثانِ AOB وَ COD مُتطابِقانِ؟ أُبرِّرُ إجابتي.

7 إذا كانَ قياسُ الزاويةِ OAB هوَ $65°$، فما قياسُ الزاويةِ COD؟

⑤ متطابق الضلعين ؛ لأن $AO = 130$ لأنهم أنصاف أقطار

⑥ ابحث عن تطابق المثلثين :

$AB = CD$ (معطيات)

$AO = DO$ (أنصاف أقطار)

$CO = 130$ (أنصاف أقطار)

∴ المثلثان متطابقان ؛ حيث يطابق المثلثان بثلاثة أضلاع.

⑦ في المثلث AOB

$m\angle A = m\angle B = 65°$

لأن المثلث متطابق الضلعين ← زوايا القاعدة متساوية.

$m\angle A + m\angle B + m\angle AOB = 180°$

$65 + 65 + m\angle AOB = 180$

$130 + m\angle AOB = 180$

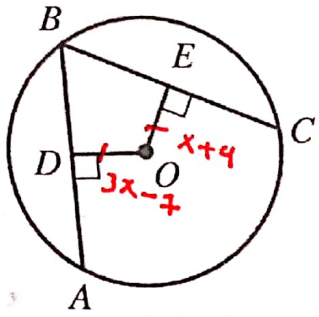
$-130 \quad -130$

$\therefore m\angle AOB = 50°$

$\therefore m\angle COD = m\angle AOB = 50°$ (تطابق المثلثين)

سلسبيل الخطيب
اشترك
YouTube

8 جَبْرٌ: في الشكلِ المجاورِ، $\overline{AB}$ وَ $\overline{CB}$ وترانِ مُتطابِقانِ في دائرةٍ مركزُها O.
إذا كانَ $OE = x + 9$ ، وَ $OD = 3x - 7$، فما قيمةُ x؟



∵ عما أن الوتران AB = CB

∴ هما يبعدان نفس البعد عن مركز الدائرة

$\therefore EO = DO$

$x + 9 = 3x - 7$

$-x \quad -x$

$9 = 2x - 7$

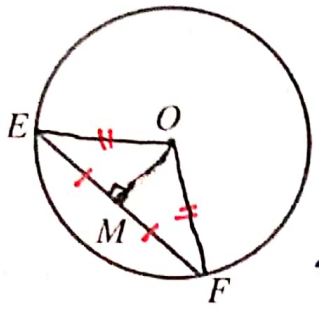
$+7 \quad +7$

$\frac{16}{2} = \frac{2x}{2}$

$\therefore \boxed{x = 8}$

سلسبيل الخطيب
اشتراك
YouTube

في الشكلِ المجاورِ، $\overline{EF}$ وترٌ في دائرةٍ مركزُها O، والنقطةُ M هيَ منتصفُ الوترِ $\overline{EF}$:



9 هلِ المثلثانِ EOM، وَ FOM مُتطابِقانِ؟ أُبرِّرُ إجابتي.

$EM = FM$ (معطيات) $OE = OF$ (أنصاف أقطار)

$\overline{OM}$ (ضلع مشترك) ∴ يتطابق المثلثين بحالة التطابق ض ض ض.

10 هلِ الزاويةُ EMO قائمةٌ؟ أُبرِّرُ إجابتي.

نعم ؛ لأن M منتصف الوتر، والضلع $\overline{MO}$ يمر بالمركز.

11 إذا كانَ قياسُ الزاويةِ MOF هوَ $72°$، فما قياسُ الزاويةِ MEO؟ أُبرِّرُ إجابتي.

$m\angle EOM = m\angle FOM = 72°$ (بطابق المثلثين)

$\therefore m\angle MEO = 90 - m\angle EOM$

$m\angle MEO = 90 - 72$

$m\angle MEO = 18°$

ويمكن ان نجاوب أيضا

بما ان $m\angle EMO = m\angle FMO$ ومجموعهم 180

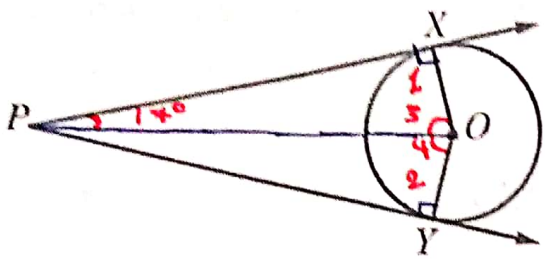
$\therefore m\angle EMO = \frac{180}{2} = 90°$

سلسبيل الخطيب
اشترك
YouTube

في الشكلِ المجاورِ، $\overrightarrow{PX}$ وَ $\overrightarrow{PY}$ مماسّانِ لدائرةٍ مركزُها O:

12 هلْ قياسُ الزاويةِ PXO هوَ $90°$؟ أبرّرُ إجابتي.

نعم ؛ لأن المماس يعامد دوما العقل عند نقطه التماس.



13 أُبيّنُ أنَّ المثلثيْنِ XPO وَ YPO مُتطابِقانِ.

$\overline{PO}$ ضلع مشترك

$XO = YO$ (انصاف اقطار)

$m\angle 1 = m\angle 2$ (المماس يعامد دائما عند نقطه التماس)

14 إذا كانَ قياسُ الزاويةِ XPO هوَ $17°$، فما قياسُ الزاويةِ XOY؟

∴ يطابق المثلثين ضلع ومرتدقائه.

بما ان المثلثان متطابقان ؛ اذن الزوايا المتناظره متساويه.

أي أن :-

$m\angle XPO = m\angle YPO$ $\qquad$ $m\angle 3 = m\angle 4$

في المثلث PXO

$m\angle 3 = 90 - 17$

$= 73°$

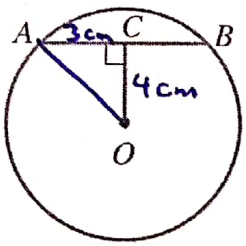
$\therefore m\angle 4 = 73°$

$m\angle XOY = m\angle 3 + m\angle 4$

$m\angle XOY = 73 + 73$

$m\angle XOY = 146°$

سلسبيل الخطيب
اشترك
YouTube



15 في الشكلِ المجاورِ، $\overline{AB}$ وترٌ طولُهُ 6 cm في دائرةٍ مركزُها O. إذا كانَ قياسُ الزاويةِ ACO هوَ $90°$، وَ $OC = 4$ cm، فما طولُ نصفِ قُطْرِ الدائرةِ؟

* $AB = CB$ لأن $OC \perp AB$

$\therefore AC = \frac{1}{2} AB$

$= \frac{1}{2}(6)$

$= 3$ cm

* طبق على مبرهنة فيثاغورس

$(AO)^2 = (AC)^2 + (OC)^2$

$(AO)^2 = (3)^2 + (4)^2$

$(AO)^2 = 9 + 16$

$\sqrt{(AO)^2} = \sqrt{25}$

$\therefore \boxed{AO = 5 \text{ cm}}$

وهو يمثل نصف قطر الدائرة.

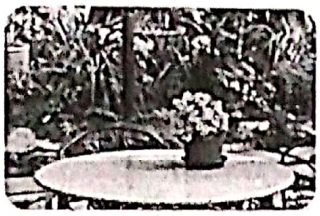
تجد شرح مادة الرياضيات للصف العاشر المنهاج الجديد على قناة المعلمة

سلسبيل الخطيب عاليوتيوب

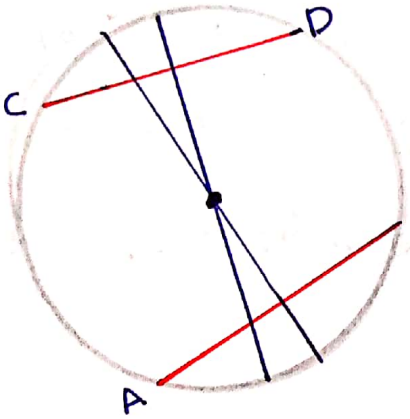
لا تنس الاشتراك في القناة

سلسبيل الخطيب اشتراك YouTube

16 أَحُلُّ المسألةَ الواردةَ في بدايةِ الدرسِ.



مسألةُ اليوم في حديقةِ منـزلِ عبيرَ طاولـةٌ دائريةٌ، وهيَ تريدُ عمـلَ فتحةٍ عندَ مركزِها لتثبيـتِ عمودٍ يحملُ مِظلَّةً بها. كيـفَ يُمكِنُ لعبيرَ تحديدُ مركزِ الطاولةِ؟



* نرسم وترين على الطاولة، ثم ننصف كل وتر اما باستخدام مسطرة أو باستخدام الفرجار.

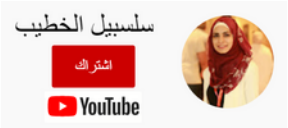
ثم نقيم عمود من منتصف الوتر ونتأكد أن الزاويه قائمه باستخدام منقلة.

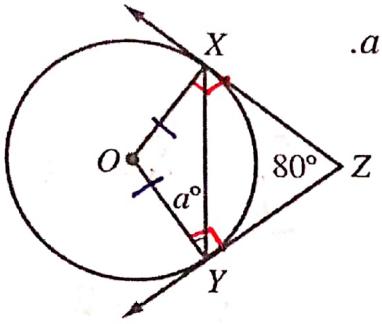
فتكون نقطة التقاء العمودين (القطرين) تمثل مركز الدائرة (الطاولة).

تجد شرح مادة الرياضيات للصف العاشر المنهاج الجديد على قناة المعلمة

سلسبيل الخطيب عاليوتيوب

لا تنس الاشتراك في القناة





17 في الشكلِ المجاورِ، $\overrightarrow{ZX}$ وَ $\overrightarrow{ZY}$ مماسّانِ لدائرةٍ مركزُها O. أَجِدُ قيمةَ a.

* $m\angle OXZ = m\angle OYZ = 90°$

(المماس يعامد نصف القطر عند نقطة التماس).

* في الشكل الرباعي $OXZY$

$$m\angle XOY + 90 + 90 + 80 = 360$$

$$m\angle XOY + 260 = 360$$

$$-260 \quad -260$$

$$\therefore m\angle XOY = 100$$

* في المثلث XOY متطابق الضلعين لأن $OY = OX$ لا يهم اضافة اقطار

∴ زوايا القاعدة متساوية

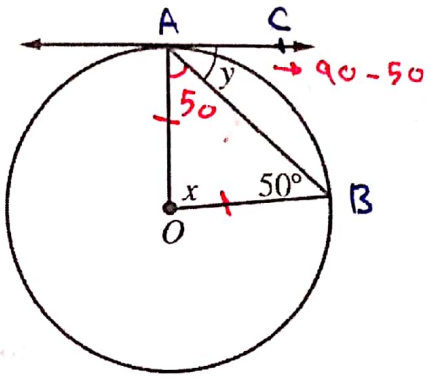
$$180 - 100 = 80$$

$$\therefore a = \frac{80}{2} = 40°$$

سلسبيل الخطيب
اشترك
YouTube

يَظهرُ في كلٍّ منَ الشكليْنِ الآتييْنِ مماسٌّ لدائرةٍ مركزُها O. أَجِدُ قيمةَ x وَ y في كلِّ حالةٍ.

19



* المثلث AOB متطابق الضلعين
لأن AO = BO (أنصاف أقطار)
∴ زوايا القاعدة متساويه

∴ $m\angle OAB = m\angle B = 50^\circ$

∴ $x + 50 + 50 = 180$

$x + 100 = 180$
$-100 \quad -100$

∴ $\boxed{x = 80^\circ}$

* (المماس يعامد نصف قطر الدائرة عند نقطة التماس)

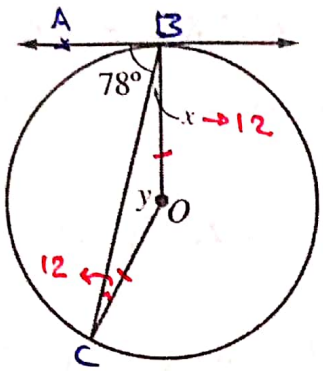
$m\angle CAO = 90^\circ$

$y + m\angle OAB = 90$

$y + 50 = 90$
$-50 \quad -50$

$\boxed{y = 40^\circ}$

18



$m\angle ABO = 90^\circ$ (المماس يعامد نصف قطر الدائرة عند نقطة التماس)

∴ $x = 90 - 78$

$\boxed{x = 12^\circ}$

المثلث BOC متطابق الضلعين لأن BO = CO
لأنهما أنصاف أقطار
∴ زوايا القاعدة متساويه

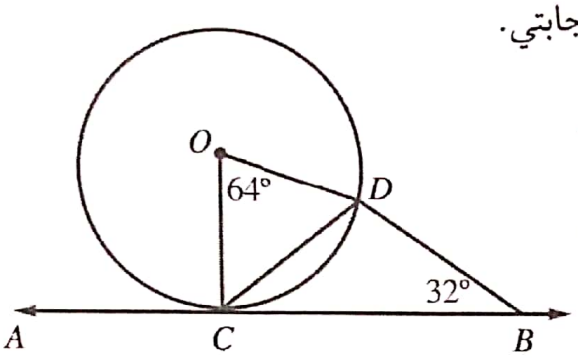
∴ $y + 12 + 12 = 180$

$y + 24 = 180$
$-24 \quad -24$

∴ $\boxed{y = 156^\circ}$

سلسبيل الخطيب
اشترك
YouTube

20 في الشكلِ المجاورِ، $\overleftrightarrow{AB}$ مماسٌّ لدائرةٍ مركزُها O في النقطةِ C.
لماذا يُعَدُّ المثلثُ BCD مُتطابِقَ الضلعيْنِ؟ أُبرِّرُ إجابتي.



المثلث COD متطابق الضلعين

لأنهم أنصاف أقطار $DO = CO$

∴ زوايا القاعدة متساوية

$180 - 64 = 116$

$\therefore m\angle DCO = \frac{116}{2} = 58°$

(المماس يكون عمودي عند نقطة التماس) $\therefore m\angle BCD = 90°$

$\therefore m\angle BCD = 90 - 58$
$= 32$

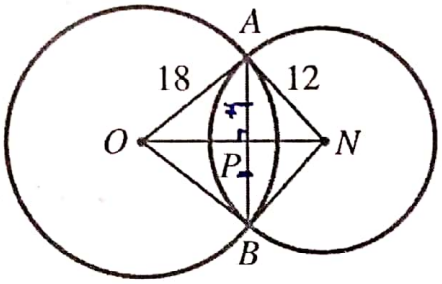
∴ بما أن $\angle BCD = \angle DBC$

∴ المثلث BCD متطابق الضلعين

سلسبيل الخطيب
اشترك
YouTube

منهاجي
متعة التعليم الهادف

21 تحدٍّ: $\overline{AB}$ وترٌ مشـــتركٌ بينَ دائرتيْنِ متقاطعتيْنِ، وهوَ عموديٌّ على القطعةِ المســـتقيمةِ $\overline{ON}$ الواصلةِ بينَ مركزيْهما. إذا كانَ $AB = 14\text{ cm}$، فما طولُ $\overline{ON}$ ؟ أُبرِّرُ إجابتي.



$OP \perp AB \quad \therefore AP = BP = \frac{14}{2} = 7\text{cm}$

طبق مرضه فيثاغورس في المثلث APO وفي المثلث APN

في المثلث APO

$(AO)^2 = (AP)^2 + (OP)^2$

$(18)^2 = (7)^2 + (OP)^2$

$324 = 49 + (OP)^2$

$-49 \quad -49$

$\sqrt{275} = \sqrt{(OP)^2}$

$\therefore \boxed{OP \cong 16.6\text{ cm}}$

في المثلث APN

$(AN)^2 = (AP)^2 + (PN)^2$

$(12)^2 = (7)^2 + (PN)^2$

$144 = 49 + (PN)^2$

$-49 \quad -49$

$95 = (PN)^2$

$\therefore \boxed{PN \cong 9.7\text{ cm}}$

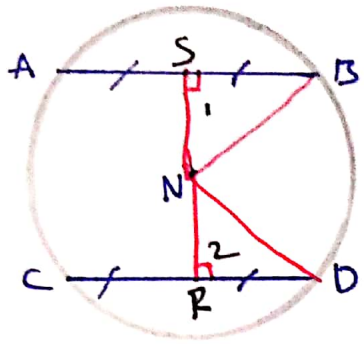
$ON = OP + PN$

$= 16.6 + 9.7 = \boxed{26.3\text{ cm}}$

وهو المطلوب

سلسبيل الخطيب
اشتراك
YouTube

22 برهانٌ: $\overline{AB}$، وَ $\overline{CD}$ وترانِ متساويانِ في دائرةٍ مركزُها N. أُثبِتُ أنَّ لهُما البُعْدَ نفسَهُ عنِ النقطةِ N.



∝ نصل بين N و B وبين N و D

∠ نبحث عن تطابق المثلثين

NB = ND (أنصاف أقطار)

$m\angle 1 = m\angle 2 = 90^\circ$

$NS \perp AB \longrightarrow SB = \frac{1}{2}AB$ حيث SB = RD

$NR \perp CD \longrightarrow RD = \frac{1}{2}CD$

وبما أن AB = CD فإذن SB = RD

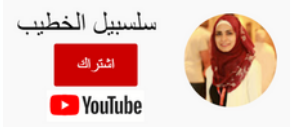
∴ يطابق المثلث بضلع ودرجة، وينتج من هذا التطابق أن:

SN = RN وهو المطلوب

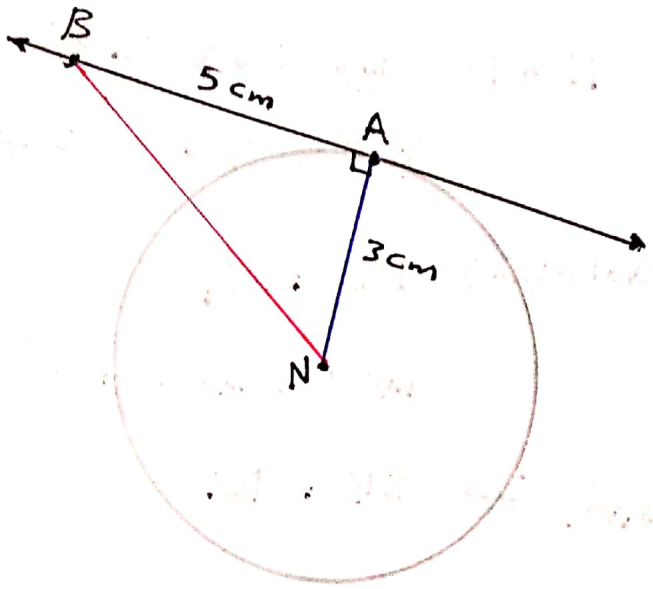
تجد شرح مادة الرياضيات للصف العاشر المنهاج الجديد على قناة المعلمة

سلسبيل الخطيب عاليوتيوب

لا تنس الاشتراك في القناة



23 تبريرٌ: $\overleftrightarrow{AB}$ مماسٌّ لدائرةٍ مركزُها N في النقطةِ A، وطولُ نصفِ قُطرِها 3 cm، وَ $BA = 5\text{ cm}$. قالَتْ سارةُ إنَّ $BN = 4\text{ cm}$؛ لأنَّ $(BN)^2 = (BA)^2 - (AN)^2 = 16$. هلْ قولُ سارةَ صحيحٌ؟ أُبرِّرُ إجابتي.



$$(BN)^2 = (NA)^2 + (BA)^2$$

$$(BN)^2 = (3)^2 + (5)^2$$

$$(BN)^2 = 9 + 25$$

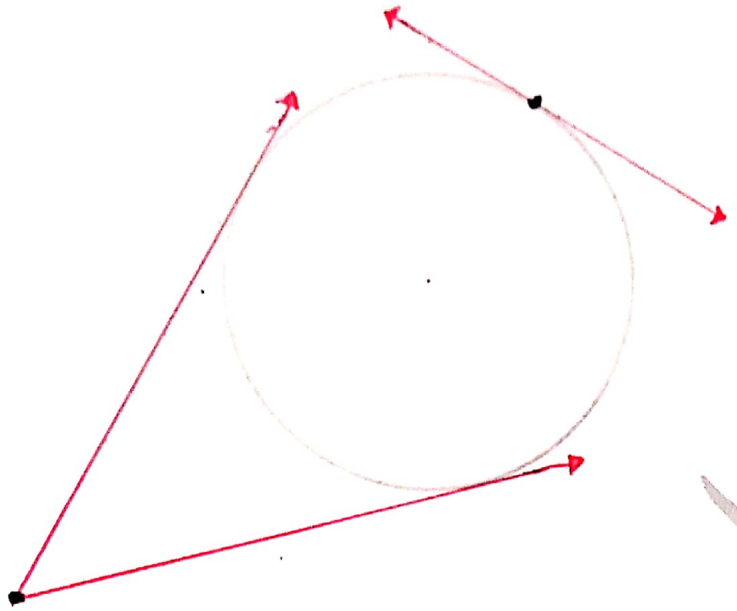
$$\sqrt{(BN)^2} = \sqrt{34}$$

$$\therefore BN \approx 5.8 \text{ cm}$$

∴ قول سارة غير صحيح.

سلسبيل الخطيب
اشترك
YouTube

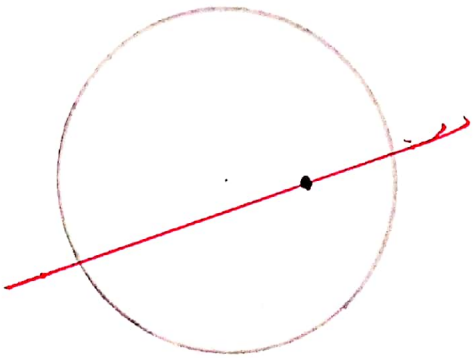
24 أَكتبُ: كمْ مماسًّا يُمكِنُ أنْ يُرسَمَ للدائرةِ منْ نقطةٍ عليْها، ومنْ نقطةٍ خارجَها، ومنْ نقطةٍ داخلَها؟ أُبرِّرُ إجابتي



يمكن رسم
مماس واحد فقط
من نقطة على الدائرة

يمكن رسم مماسان
من نقطة خارج الدائرة

ولا يمكن رسم أي مماس من نقطة داخل الدائرة ؛ لأن المستقيم
سيقطع الدائرة في نقطتين .



سلسبيل الخطيب

تجد شرح مادة الرياضيات للصف العاشر المنهاج الجديد على قناة المعلمة

سلسبيل الخطيب عاليوتيوب

لا تنس الاشتراك في القناة

الدرسُ 2

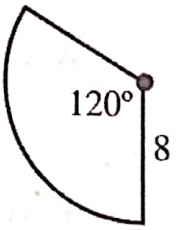
الأقواسُ والقطاعاتُ الدائريةُ

Arcs and Sectors

منهاجي
متعة التعليم الهادف

أتحقق من فهمي

يُمثِّلُ الشكلُ المجاورُ قطاعًا دائريًّا. أَجِدُ طولَ القوسِ، ومساحةَ القطاعِ الدائريِّ.



يمكنك مباشرة استخدام القوانين :-

طول القوس $l = \frac{\theta}{360} \times 2\pi r$

مساحة القطاع $A = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

$\theta = 120$

$r = 8$

$\therefore l = \frac{120}{360} * 2\pi(8)$

$l = \frac{1}{3} * \pi$

$l = \frac{16}{3}\pi$

$A = \frac{120}{360} * \pi(8)^2$

$A = \frac{1}{3} * 64\pi$

$A = \frac{64}{3}\pi$

* ملاحظة : إذا لم يحدد في السؤال بأن تكون الإجابة بدلالة π أما لا ، فلك الخيار

لذا في المثال السابق تركنا الإجابة بدلالة π وهي أسهل

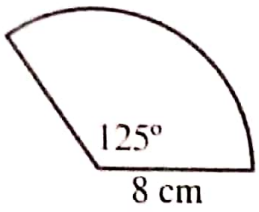
اما اذا طلب الإجابة مثلا لأقرب منزلة عشرية فيجب التعويض بدل π بـ $(\frac{22}{7})$

سلسبيل الخطيب
اشترك
YouTube

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

أتحقق من فهمي

أَجِدُ طولَ القوسِ ومساحةَ القطاعِ في الشكلِ المجاورِ.



$\theta = 125$

$r = 8\ cm$

$$L = \frac{\theta}{360} * 2\pi r$$

$$L = \frac{125}{360} * 2\pi (8)$$

$$L = \frac{125}{360} * 16\pi$$

$$L = \frac{25}{9}\pi\ cm$$

$$A = \frac{\theta}{360} * \pi r^2$$

$$A = \frac{125}{360} * \pi (8)^2$$

$$A = \frac{125}{360} * 64\pi$$

$$A = \frac{25}{9} * 8\pi$$

$$A = \frac{200}{9}\pi\ cm^2$$

سلسبيل الخطيب
اشترك
YouTube

أتحقق من فهمي

أَجِدُ محيطَ قطـاعٍ دائريٍّ زاويتُهُ 225°، في دائرةٍ طولُ نصفِ قُطْرِها 50 cm، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقربِ منزلةٍ عشريةٍ واحدةٍ. ← هنا يجب التقريب بدل π بـ $\frac{22}{7}$

$\theta = 225$

$r = 50$ cm

قانون محيط القطاع الدائري :-

$$L = \frac{\theta}{360} * 2\pi r + 2r$$

$$\therefore L = \frac{225}{360} * \frac{1}{2} * \frac{11}{\cancel{22}} * \cancel{50} + 2(50)$$

$$\frac{\cancel{18}}{9}$$

$$L = \frac{\overset{25}{\cancel{225}}}{\underset{1}{\cancel{9}}} * \frac{11}{7} * 5 + 100$$

$$L = 25 * \frac{55}{7} + 100$$

$$L = \frac{1375}{7} + 100$$

$$L = 196.42857 + 100$$

$$L \cong 296.4 \text{ cm}$$

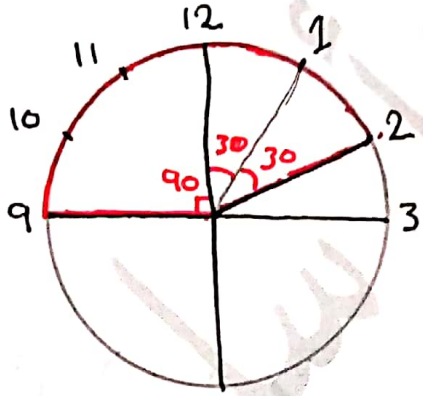
لأقرب منزلة عشرية.

سلسبيل الخطيب
اشترك
YouTube

أتحقق من فهمي

طولُ عقربِ الدقائقِ في ساعةِ حائطٍ هوَ 15 cm. ما المسافةُ التي يقطعُها رأسُ العقربِ في حركتِهِ منَ العددِ 9 إلى العددِ 2؟

← طول عقرب الدقائق يمثل نصف القطر الدائرة



$$L = \frac{\theta}{360} * 2\pi r$$

$$L = \frac{150}{360} * 2 * \frac{22}{7} * 15$$

$$L = \frac{5}{12} * 30 * \frac{22}{7}$$

$$L = \frac{5 * 5 * 11}{7}$$

$$L = \frac{275}{7}$$

$$L \approx 39.3 \text{ cm}$$

* قياس الزاوية التي يتحركها العقرب ساعة واحدة زاوي

$$\frac{90}{3} = 30^\circ$$

∴ قياس الزاوية التي يتحركها العقرب من الساعة 9 إلى الساعة 2 زاوي

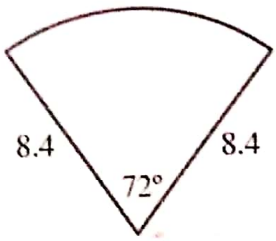
$$90 + 30 + 30 = 150^\circ$$

تجد شرح مادة الرياضيات للصف العاشر المنهاج الجديد على قناة المعلمة

سلسبيل الخطيب عاليوتيوب

لا تنس الاشتراك في القناة

أتدرب وأحل المسائل



يُمثِّلُ الشكلُ المجاورُ قطاعًا دائريًّا:

1. أُعبِّرُ بكسرٍ عنِ الجزءِ الذي يُمثِّلُهُ هذا القطاعُ منَ الدائرةِ.
2. أَجِدُ طولَ القوسِ، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقربِ منزلةٍ عشريةٍ واحدةٍ.
3. أَجِدُ مساحةَ القطاعِ، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقربِ منزلةٍ عشريةٍ واحدةٍ.

الحل:

① الكسر الذي يمثله هذا القطاع من الدائره يساوي $\frac{\theta}{360}$

$$\therefore \frac{\theta}{360} = \frac{72}{360} = \frac{1}{5}$$

② $L = \frac{\theta}{360} * 2\pi r$

$= \frac{72}{360} * 2 * \frac{22}{7} * 8.4$

$= \frac{1}{5} * \frac{44}{7} * 8.4 \simeq 10.6$ باستخدام الآلة الحاسبة

③ $A = \frac{\theta}{360} * \pi r^2$

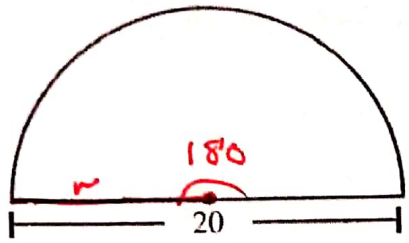
$= \frac{72}{360} * \frac{22}{7} * (8.4)^2$

$= 44.4$

سلسبيل الخطيب
اشترك
YouTube

أَجِدُ طولَ القوسِ ومساحةَ القطاعِ في كلٍّ منَ الأشكالِ الآتيةِ (أَكتبُ الإجابةَ بدلالةِ π):

4



$\theta = 180^\circ$

$r = \frac{20}{2} = 10$

$L = \frac{\theta}{360} * 2\pi r$

$L = \frac{180}{360} * 2\pi(10)$

$L = \frac{1}{2} * \frac{10}{20}\pi$

$L = 10\pi$

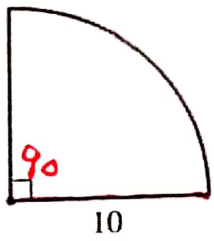
$A = \frac{\theta}{360} * \pi r^2$

$A = \frac{180}{360} * \pi(10)^2$

$A = \frac{1}{2} * \frac{50}{100}\pi$

$A = 50\pi$

5



$\theta = 90^\circ$

$r = 10$

$L = \frac{\theta}{360} * 2\pi r$

$L = \frac{90}{360} * 2\pi(10)$

$L = \frac{1}{4} * \frac{5}{20}\pi$

$L = 5\pi$

$A = \frac{\theta}{360} * \pi r^2$

$A = \frac{90}{360} * \pi(10)^2$

$A = \frac{1}{4} * \frac{25}{100}\pi$

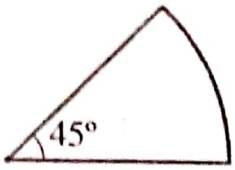
$A = 25\pi$

تجد شرح مادة الرياضيات للصف العاشر المنهاج الجديد على قناة المعلمة

سلسبيل الخطيب عاليوتيوب

لا تنس الاشتراك في القناة

6



$\theta = 45°$

$r = 10$

$$L = \frac{\theta}{360} * 2\pi r$$

$$L = \frac{45}{360} * 2\pi (10)$$

$$L = \frac{1}{8} * 20\pi$$

$$L = \frac{5}{2}\pi = 2.5\pi$$

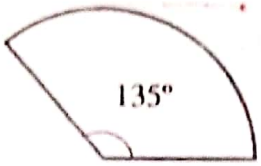
$$A = \frac{\theta}{360} * \pi r^2$$

$$A = \frac{45}{360} * \pi (10)^2$$

$$A = \frac{1}{8} * 100\pi$$

$$A = \frac{100}{8}\pi = 12.5\pi$$

7



$\theta = 135°$

$r = 7$

$$L = \frac{\theta}{360} * 2\pi r$$

$$L = \frac{135}{360} * 2\pi (7)$$

$$L = \frac{3}{8} * 14\pi$$

$$L = \frac{21}{4}\pi = 5.25\pi$$

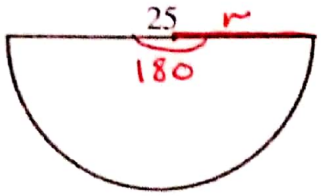
$$A = \frac{\theta}{360} * \pi r^2$$

$$A = \frac{135}{360} * \pi (7)^2$$

$$A = \frac{3}{8} * 49\pi$$

$$A = \frac{147}{8}\pi = 18.375\pi$$

سلسبيل الخطيب
اشترك
YouTube



8 أَجِدُ مساحةَ نصفِ الدائرةِ المجاورةِ، ثمَّ أُجِدُ محيطَها.

$\theta = 180$

$r = \frac{25}{2} = 12.5$

$$A = \frac{\theta}{360} * \pi r^2$$

$$= \frac{180}{360} * \frac{22}{7} * (12.5)^2$$

$$= \frac{1}{2} * 156.25 * \frac{22}{7}$$

$$= 245.5$$

لأقرب منزلة عشرية

$$L = \frac{\theta}{360} * 2\pi r + 2r$$

$$= \frac{180}{360} * 2 * \frac{22}{7} (12.5) + 2(12.5)$$

$$= \frac{1}{2} * 2 * \frac{275}{7} + 25$$

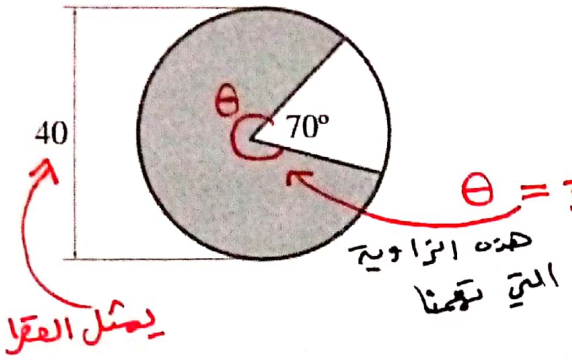
$$= 39.3 + 25$$

$$= 64.3$$

لأقرب منزلة عشرية

سلسبيل الخطيب
اشترك
YouTube

9 أَجِدُ مساحةَ الجزءِ المُظلَّلِ في الشكلِ المجاورِ (أَكتبُ الإجابةَ بدلالةِ π). أُبرِّرُ إجابتي.



$\theta = 360 - 70 = 290$

هذه الزاوية التي تهمنا

يمثل القطر

$\therefore r = \frac{40}{2} = 20$

$$A = \frac{\theta}{360} * \pi r^2$$

$$A = \frac{290}{360} * \pi * (20)^2$$

$$A = \frac{29}{36} * 400\pi$$

باستخدام الآلة الحاسبة

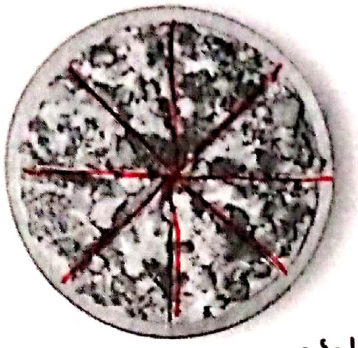
$$A = 322.2\pi$$

تجد شرح مادة الرياضيات للصف العاشر المنهاج الجديد على قناة المعلمة

سلسبيل الخطيب عاليوتيوب

لا تنس الاشتراك في القناة

10 أَحُلُّ المسألةَ الواردةَ في بدايةِ الدرسِ.



أَعَدَّتْ عفافُ فطيرةَ بيتزا في وعاءٍ دائريٍّ طولُ قُطْرِهِ 24 cm. وبعدَ أنْ خبزَتْها أحدثَتْ فيها شَقَّيْنِ منَ المركزِ إلى الطرفِ، بحيثُ كانَ قياسُ الزاويةِ بينَهُما 45°. كيفَ يُمكِنُ إيجادُ مساحةِ الجزءِ الذي قطعَتْهُ عفافُ منَ الفطيرةِ؟

الجزء الذي قطعته عفاف من الفطيرة يمثل قطاع دائري.

والمطلوب هو إيجاد مساحة سطح الفطيرة

$\theta = 45°$

$r = \frac{24}{2} = 12 \text{ cm}$

$A = \frac{\theta}{360} * \pi r^2$

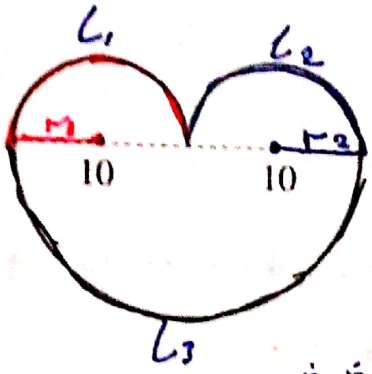
$= \frac{45}{360} * \frac{22}{7} * (12)^2$

$= \frac{1}{8} * \frac{22}{7} * 144$

$= 56.6 \text{ cm}^2$

لأقرب منزلة عشرية

سلسبيل الخطيب
اشترك
YouTube



يُمثِّلُ الشكلُ المجاورُ 3 أنصافِ دوائرَ:

11 أَجِدُ محيطَ الشكلِ (أَكتبُ الإجابةَ بدلالةِ π).

12 أَجِدُ مساحةَ الشكلِ (أَكتبُ الإجابةَ بدلالةِ π).

← محيط الشكل يساوي مجموع محيط الأقواس الثلاثه

ارمز لكل قوس بالرموز الموضحه في الشكل L_1 L_2 L_3

$r_1 = \frac{10}{2} = 5$ / $r_2 = \frac{10}{2} = 5$ / $r_3 = 10$

$L_1 = \frac{\theta}{360} * 2\pi r_1$

$L_1 = \frac{180}{360} * 2\pi(5)$

$L_1 = \frac{1}{2} * 10\pi$

$L_1 = 5\pi$

$L_2 = \frac{\theta}{360} * 2\pi r_2$

$L_2 = \frac{180}{360} * 2\pi(5)$

$L_2 = 5\pi$

$L_3 = \frac{\theta}{360} * 2\pi r_3$

$L_3 = \frac{180}{360} * 2\pi(10)$

$L_3 = \frac{1}{2} * 20\pi$

$L_3 = 10\pi$

∴ محيط الشكل يساوي

$L_1 + L_2 + L_3 =$

$5\pi + 5\pi + 10\pi = 20\pi$

سلسبيل الخطيب

تجد شرح مادة الرياضيات للصف العاشر المنهاج الجديد على قناة المعلمة

سلسبيل الخطيب عاليوتيوب

لا تنس الاشتراك في القناة

سلسبيل الخطيب
اشتراك
YouTube

(12) أجد مساحة الشكل (اكتب الإجابة بدلالة π).

أرمز لمساحة كل قطاع بالرموز A_1 A_2 A_3

$$A_1 = \frac{\theta}{360} * \pi r_1^2$$

$$A_1 = \frac{180}{360} * \pi (5)^2$$

$$A_1 = \frac{1}{2} * 25\pi$$

$$A_1 = 12.5\pi$$

$$A_2 = \frac{\theta}{360} * \pi r_2^2$$

$$A_2 = \frac{180}{360} * \pi (5)^2$$

$$A_2 = \frac{1}{2} * 25\pi$$

$$A_2 = 12.5\pi$$

$$A_3 = \frac{\theta}{360} * \pi r_3^2$$

$$A_3 = \frac{180}{360} * \pi (10)^2$$

$$A_3 = \frac{1}{2} * 100\pi$$

$$A_3 = 50\pi$$

∴ مساحة الشكل يساوي :

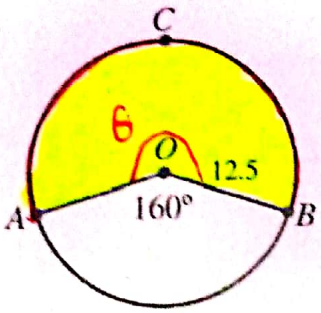
$$A_1 + A_2 + A_3 =$$

$$12.5\pi + 12.5\pi + 50\pi =$$

$$25\pi + 50\pi =$$

$$75\pi$$

سلسبيل الخطيب
اشترك
YouTube



13 تُمثِّلُ النقطةُ O مركزَ دائرةٍ، طولُ نصفِ قُطرِها 12.5 وحدةِ طولٍ.
أَجِدُ طولَ القوسِ ACB.

* زاوية القطاع التي تهمنا في الزاوية

$\theta = 360 - 160 = 200^\circ$

$r = 12.5$

$$l = \frac{\theta}{360} * 2\pi r$$

$$l = \frac{\cancel{200}^{5}}{\cancel{360}_{9}} * 2\pi * 12.5$$

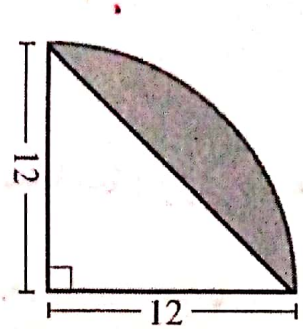
$$l = \frac{5}{9} * 25 * \frac{22}{7}$$

$$l = \frac{125}{9} * \frac{22}{7}$$

$$l = 43.6$$

سلسبيل الخطيب
اشترك
YouTube

14 يُمثِّلُ الشكلُ المجاورُ ربعَ دائرةٍ. أَجِدُ مساحةَ الجزءِ المُظلَّلِ في الشكلِ (أَكتبُ الإجابةَ بدلالةِ π).



مساحة الجزء المظلل = مساحة القطاع الدائري − مساحة المثلث

نرمز لمساحة القطاع بالرمز A_1
ولمساحة المثلث بالرمز A_2

$$A_2 = \frac{1}{2} * 12 * 12$$

القاعدة × الارتفاع

$$A_2 = 72$$

مساحة المثلث

$$A_1 = \frac{\theta}{360} * \pi r^2$$

$$A_1 = \frac{90}{360} * \pi (12)^2$$

$$A_1 = \frac{1}{4} * 144\pi$$

$$A_1 = 36\pi$$

مساحة القطاع الدائري

∴ مساحة الجزء المظلل تساوي :-

$$A_1 - A_2$$

$$36\pi - 72$$

وهو المطلوب

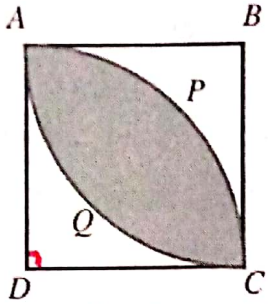
تجد شرح مادة الرياضيات للصف العاشر المنهاج الجديد على قناة المعلمة

سلسبيل الخطيب عاليوتيوب

لا تنس الاشتراك في القناة

سلسبيل الخطيب اشترك YouTube

15 يُمثِّلُ الشكلُ المجاورُ المربَّعَ $ABCD$ الذي طولُ ضلعِهِ 8 cm، ويُمثِّلُ APC وَ AQC قوسَيْنِ منْ دائرتيْنِ مركزاهُما D وَ B على التوالي. أجِدُ مساحةَ الجزءِ المُظلَّلِ (أكتبُ الإجابةَ بدلالةِ π).



مساحة الجزء المظلل = مساحه المربع - مساحه الشكلين ABCP و ADCQ

* مساحه المربع تساوي $(\text{الضلع})^2$ أي: $8^2 = 64\,cm^2$

* من المعطيات تستطيع ايجاد مساحة القطاع ADCP التابع للدائرة التي مركزها D.

$r = 8\,cm$ ، $90^\circ \rightarrow \theta$

$$= \frac{\theta}{360} * \pi r^2$$

$$= \frac{90}{360} * \pi * (8)^2$$

$$= \frac{1}{4} * \pi * 64$$

$$= 16\pi\ cm^2$$

∴ مساحة الشكل ABCP تساوي مساحه المربع - مساحه القطاع ADCP

أي أن مساحه الشكل ABCP

$$= 64 - 16\pi$$

وبنفس الفكره نجد ان مساحه القطاع ABCQ التابع للدائره التي مركزها B

تساوي $\frac{90}{360} * \pi (8)^2 = 16\pi\ cm^2$

اذا ان مساحة الشكل ADCQ تساوي $64 - 16\pi$

∴ مساحه الشكلين ABCP و ADCQ = مساحة الشكل ABCP + مساحة الشكل ADCQ

$$64 - 16\pi + 64 - 16\pi = 128 - 32\pi$$

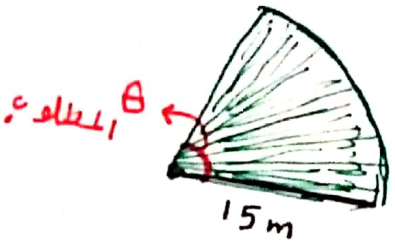
∴ مساحه الجزء المظلل = مساحه المربع - مساحه الشكلين

$$64 - (128 - 32\pi)$$

$$64 - 128 + 32\pi = 32\pi - 64\,cm^2$$

سلسبيل الخطيب
اشترك
YouTube

16 صمَّمَ مهندسٌ مِرَشَّ مياهٍ لريِّ منطقةٍ مساحتُها $100\,m^2$ على هيئةِ قطاعٍ دائريٍّ طولُ نصفِ قُطْرِهِ $15\,m$. ما زاويةُ دورانِ هذا المِرَشِّ؟



مساحة القطاع معلوم وساوي $100\,m^2$

$$A = \frac{\theta}{360} * \pi r^2$$

$$100 = \frac{\theta}{360} * \frac{22}{7} * (15)^2$$

$$100 = \frac{\theta}{360} * \frac{22}{7} * 225$$

$$100 = \frac{4950\,\theta}{2520}$$

$$\frac{28}{55} * 100 = \frac{55}{28}\theta * \frac{28}{55}$$

استخدم الآلة الحاسبة

$$50.9 \approx \theta$$

سلسبيل الخطيب
اشترك
YouTube

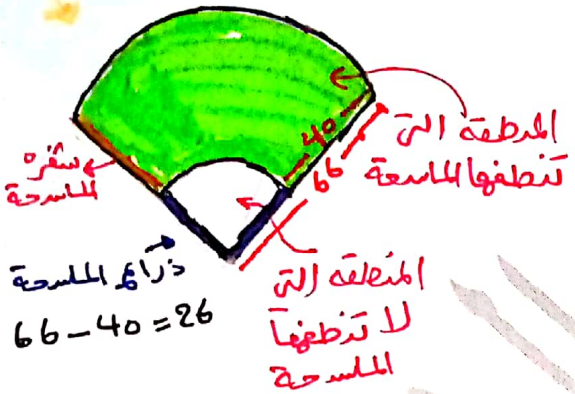
17 سياراتٌ: يُبيِّنُ الشكلُ المجاورُ ماسحةَ الزجاجِ الأماميِّ لسيارةٍ. إذا كانَ طولُ شفرةِ الماسحةِ 40 cm، وطولُ شفرةِ الماسحةِ معَ ذراعِها 66 cm، فما مساحةُ الزجاجِ التي تُنظِّفُها الماسحةُ، مُقرَّبةً إلى أقربِ منزلةٍ عشريةٍ واحدةٍ؟

ارمز لها بالرمز A_2

ارمز لها بالرمز A_1

* مساحة المنطقة التي تنظفها الماسحة = مساحة المنطقة التي تنظفها الماسحة مع منطقة الذراع التي لا تنظفها الماسحة. − مساحة منطقة الذراع التي لا تنظفها الماسحة

توضيح:



$$A_2 = \frac{\theta}{360} * \pi r^2$$

$$= \frac{130}{360} * \frac{22}{7} * (26)^2$$

$$= 767.2063492 \text{ cm}^2$$

$$\therefore A_1 = \frac{\theta}{360} * \pi r^2$$

$$= \frac{130}{360} * \frac{22}{7} * (66)^2$$

$$= 4943.714286 \text{ cm}^2$$

مساحة المنطقة التي تنظفها الماسحة

$A_1 - A_2$

$4943.714286 - 767.2063492$

$= 4176.5 \text{ cm}^2$

لأقرب منزلة عشرية

وهو المطلوب ✓

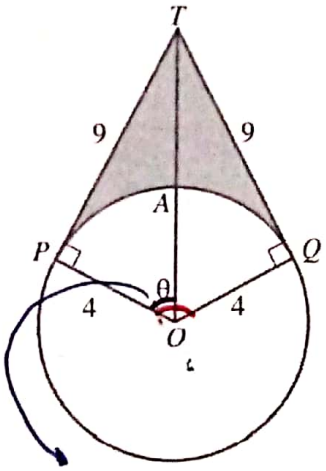
تجد شرح مادة الرياضيات للصف العاشر المنهاج الجديد على قناة المعلمة

سلسبيل الخطيب عاليوتيوب

لا تنس الاشتراك في القناة

سلسبيل الخطيب اشتراك YouTube

مهارات التفكير العليا



تحدٍّ: يُمثِّلُ الشكلُ المجاورُ دائرةً مركزُها O، وطولُ نصفِ قُطرِها 4 cm.
إذا كانَ $TP = TQ = 9\text{ cm}$، فأَجِدُ:

18 قياسَ الزاويةِ θ.

19 طولَ القوسِ PAQ.

20 مساحةَ المنطقةِ المُظلَّلةِ في الشكلِ.

(18) $m\angle POT = m\angle QOT$ (نتائج تطابق المثلثين) $\therefore TPO$ و TQO

نصف الزاويه θ → $\frac{1}{2}\theta$

باستخدام الظل تستطيع ايجاد نصف قياس الزاويه θ مثلا في المثلث TPO

$$\tan\left(\frac{1}{2}\theta\right) = \frac{9}{4}$$

$$\tan\left(\frac{1}{2}\theta\right) = 2.25$$

(باستخدام الآله الحاسبة) $\frac{1}{2}\theta = \tan^{-1}(2.25)$

$$\frac{1}{2}\theta \approx 66^\circ$$

$$\therefore \theta = 66 * 2$$

$$\theta = 132^\circ$$

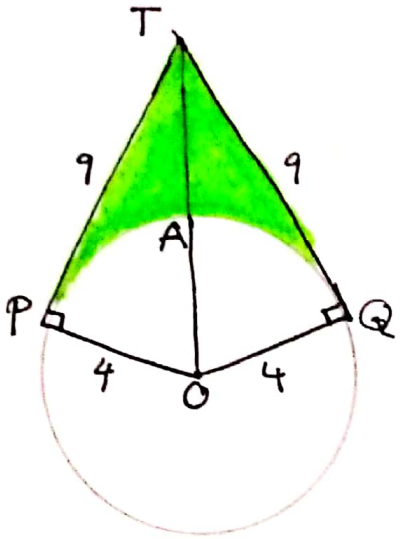
(19) لايجاد طول القوس PAQ نطبق القانون

$$L = \frac{\theta}{360} * 2\pi r$$

$$L = \frac{132}{360} * 2 * \frac{22}{7} * 4$$

$$L \approx 9.2\text{ cm}$$

سلسبيل الخطيب
اشترك
YouTube



(20) مساحة المنطقة المظللة في الشكل.

مساحة المنطقة المظللة PTA تساوي:

مساحة المثلث TPO − مساحة القطاع POA

ومساحة المنطقة المظللة TAQ تساوي

مساحة المثلث TQO − مساحة القطاع QOA

وبما ان المثلثين TPO و TQO متطابقين إذن لهما نفس المساحة

∴ مساحة المنطقة المظللة المطلوبة تساوي ضعف مساحة المنطقة المظللة PTA

∴ مساحة المنطقة المظللة PTA

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 9 - \frac{66}{360} * \pi (4)^2$$

$$= 18 - 9.219$$

$$\doteq 8.781$$

∴ مساحة المنطقة المظللة المطلوبة

$$= 2 * 8.781$$

$$= 17.6 \text{ cm}^2$$

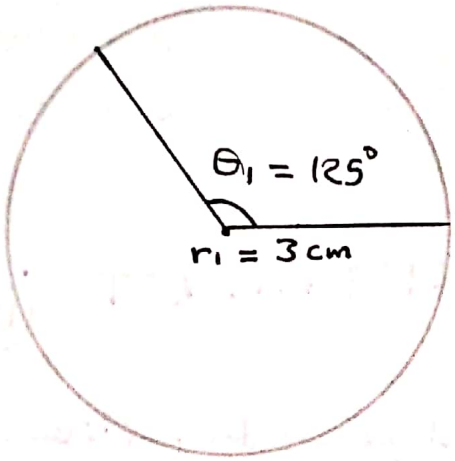
لأقرب منزلة عشرية

تجد شرح مادة الرياضيات للصف العاشر المنهاج الجديد على قناة المعلمة

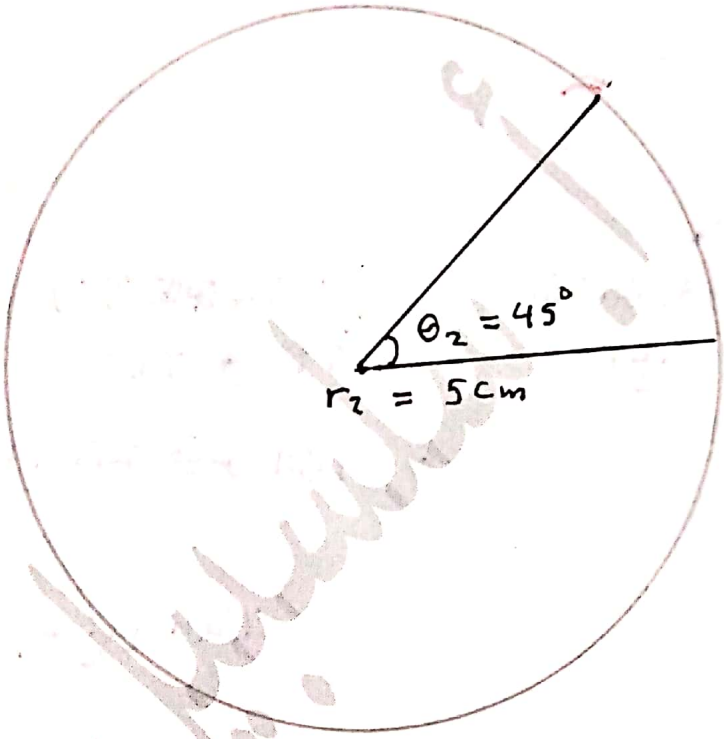
سلسبيل الخطيب عاليوتيوب

لا تنس الاشتراك في القناة

21 مسألةٌ مفتوحةٌ: أرسمُ دائرتيْنِ، نصفُ قُطرِ الأولى مختلفٌ عنْ نصفِ قُطرِ الثانيةِ، ثمَّ أرسمُ قطاعًا دائريًّا في كلِّ دائرةٍ، بحيثُ يكونُ للقطاعيْنِ المساحةُ نفسُها.



الدائرة (1)



الدائرة (2)

A_1 = مساحة القطاع للدائرة الأولى $= A_2$ مساحة القطاع للدائرة الثانية

$$\frac{\theta_1}{360} * \pi r_1^2 = \frac{\theta_2}{360} * \pi r_2^2$$

$$\theta_1 r_1^2 = \theta_2 r_2^2$$

$$\theta_1 (3)^2 = \theta_2$$

$$\theta_1 * \frac{9}{9} = \theta_2 * \frac{25}{9}$$

$$\theta_1 = \frac{25}{9}\theta_2$$

لو اعتبرنا θ_2 تساوي 45°

فإنّ: $\theta_1 = \frac{25}{9} * 45$

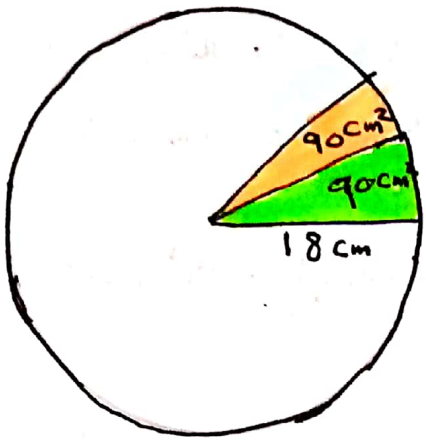
$\theta_1 = 125^\circ$

∴ نصف قطر الدائرة الأولى يساوي 3cm وزاوية القطاع 125°

ونصف قطر الدائرة الثانية يساوي 5cm وزاوية القطاع تساوي 45°

سلسبيل الخطيب
اشترك
YouTube

22 تحدٍّ: اشترى سعيدٌ فطيرةَ بيتزا دائريةَ الشكلِ طولُ قُطْرِها 36 cm، ثمَّ قسَّمَها إلى قطعٍ متساويةٍ. بعدَ ذلكَ أكلَ منْها قطعتيْنِ تُمثِّلانِ معًا 180 cm^2 منْها. أَجِدُ قياسَ الزاويةِ لقطعةِ البيتزا الواحدةِ، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقربِ عددٍ كليٍّ.



بما ان جميع القطع متساوية

وبما ان مساحة القطعتين معاً 180 cm^2

∴ مساحه القطعه الواحدة هي

$$\frac{180}{2} = 90\ cm^2.$$

$$\therefore A = \frac{\theta}{360} * \pi r^2$$

$$90 = \frac{\theta}{360} * \frac{22}{7} * (18)^2$$

$$90 = \frac{\theta}{360} * \frac{22}{7} * 324$$

$$90 = \frac{\theta * 7128}{2520}$$

$$\left(90 = \theta * \frac{99}{35}\right) * \frac{35}{99}$$

$$\frac{350}{11} = \theta$$

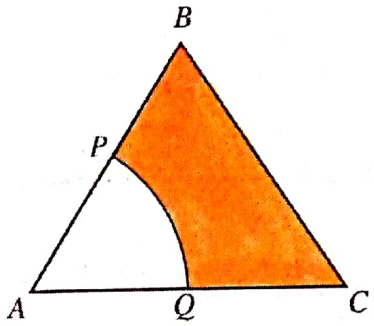
$$31.8 = \theta$$

$$\therefore \theta = 32$$

لأقرب عدد كلي

سلسبيل الخطيب
اشترك
YouTube

23 تحدٍّ: يُمثِّلُ الشكلُ المجاورُ مثلثًا مُتطابِقَ الأضلاعِ، طولُ ضلعِهِ 6 cm. إذا كانَتِ النقطتانِ P وَ Q تُنصِّفانِ الضلعيْنِ $\overline{AB}$ وَ $\overline{AC}$ على التوالي، وكانَ APQ قطاعًا دائريًّا منْ دائرةٍ مركزُها A، فأَجِدُ مساحةَ الجزءِ المُظلَّلِ.

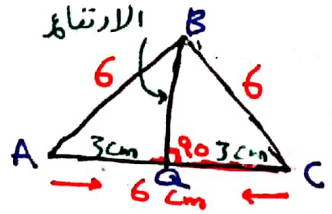


مساحة الجزء المظلل تساوي :

مساحه المثلث ABC — مساحه القطاع APQ

* قانون مساحه المثلث = $\frac{1}{2}$ × القاعده × الارتفاع

القاعده 6 — الارتفاع لإيجاده نطبق عليها مرهته فيثاغورس



بما ان المثلث متطابق الاضلاع
∴ العمود النازل من رأس المثلث ينصف القاعدة
في المثلث AQB

$(AB)^2 = (AQ)^2 + (BQ)^2$

$(6)^2 = (3)^2 + (BQ)^2$

$36 = 9 + (BQ)^2$

$-9 \quad -9$

$\sqrt{27} = \sqrt{(BQ)^2}$

∴ $BQ \cong 5.2$ cm وهو يمثل ارتفاع المثلث

∴ مساحة المثلث ABC تساوي :-

$\frac{1}{2} * 6 * 5.2 = 15.6\ cm^2$

مساحة القطاع APQ تساوي

بما ان المثلث متطابق الاضلاع ∴ فيكون كل زاوية 60°

$A = \frac{\theta}{360} * \pi r^2$

$A = \frac{60}{360} * \frac{22}{7} * 3^2$

$A = \frac{1}{6} * \frac{22}{7} * 9$

$A \cong 4.7\ cm^2$

لان Q منتصف AC ∴ AQ = 3

∴ مساحة الجزء المظلل تساوي :-

$= 15.6 - 4.7$

$= 10.9\ cm^2$

تجد شرح مادة الرياضيات للصف العاشر المنهاج الجديد على قناة المعلمة

سلسبيل الخطيب عاليوتيوب

لا تنس الاشتراك في القناة

سلسبيل الخطيب اشتراك YouTube