سلطنة عمان
وزارة التربية والتعليم

# الرياضيات

## كتاب الطالب ٨

الفصل الدراسي الثاني

الطبعة التجريبية ١٤٤٠ هـ - ٢٠١٩ م

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

سلطنة عمان
وزارة التربية والتعليم

# الرياضيات

## كتاب الطالب

الصف الثامن
الفصل الدراسي الثاني

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

الطبعة التجريبية ١٤٤٠هـ – ٢٠١٩م

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

الرمز البريدي CB2 8BS، المملكة المتحدة.

تشكل مطبعة جامعة كامبريدج جزءًا من الجامعة.

وللمطبعة دور في تعزيز رسالة الجامعة من خلال نشر المعرفة، سعيًا

وراء تحقيق التعليم والتعلم وتوفير أدوات البحث على أعلى مستويات التميز العالمية .

© مطبعة جامعة كامبريدج ووزارة التربية والتعليم في سلطنة عُمان.

يخضع هذا الكتاب لقانون حقوق الطباعة والنشر، ويخضع للاستثناء التشريعي المسموح به قانونًا ولأحكام التراخيص ذات الصلة.

لا يجوز نسخ أي جزء من هذا الكتاب من دون الحصول على الإذن المكتوب من مطبعة جامعة كامبريدج ومن وزارة التربية والتعليم في سلطنة عُمان.

الطبعة التجريبية ٢٠١٩م

**طُبعت في سلطنة عُمان**

هذه نسخة تمَّت مواءمتها من كتاب الطالب – الرياضيات للصف الثامن – من سلسلة كامبريدج للرياضيات في المرحلة الثانوية للمؤلفين ماري جونز وديان فيلوز – فريمان وديفيد سانغ.

تمت مواءمة هذا الكتاب بناءً على العقد الموقع بين وزارة التربية والتعليم ومطبعة جامعة كامبريدج رقم ٤٥/ ٢٠١٧.

لا تتحمل مطبعة جامعة كامبريدج المسؤولية تجاه توفُّر أو دقة المواقع الإلكترونية المستخدمة في هذا الكتاب، ولا تؤكد بأن المحتوى الوارد على تلك المواقع دقيق وملائم، أو أنه سيبقى كذلك.

**تمت مواءمة الكتاب**

**بموجب القرار الوزاري رقم ٣٧٠ / ٢٠١٧ واللجان المنبثقة عنه**

---

**جميع حقوق الطبع والنشر والتوزيع محفوظة**

**لوزارة التربية والتعليم**

حضرة صاحب الجلالة السلطان قابوس بن سعيد المعظم

# سلطنـــــة عُمـــــان

# النَّشيدُ الوَطَنِي

يـــا رَبَّـــنـــا احْـــفَـــظْ لنا جَـــلالَـــةَ الـــسُّـــلْـــطـــان
وَالـــشَّـــعْـــبَ فـــي الأَوْطـــانْ بِـــالْـــعِـــزِّ والأَمـــــان
وَلْـــيَـــدُمْ مُـــؤَيَّـــدًا عـــاهِـــلاً مُـــمَـــجَّـــدًا

بِالنُّفوسِ يُفْتَدى

يـــا عُمانُ نَحْـــنُ مِن عَهْـــدِ النَّبي أَوفِـــيـــاء مِـــن كِـــرامِ الْـــعَـــرَبِ
أَبْـــشِـــري قـــابـــوسُ جـــاءْ فَـــلْـــتُـــبـــارِكْـــهُ الـــسَّـــمـــاء

وَاسْعَدي ولْتَقيه بِالدُّعاء

بسم الله الرحمن الرحيم

# تقديم

الحمد لله رب العالمين، والصلاة والسلام على خير المرسلين سيدنا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين. وبعد ،،،

انطلاقًا من التوجيهات السامية لحضرة صاحب الجلالة السلطان قابوس بن سعيد المعظم – حفظه الله ورعاه – بضرورة إجراء تقييم شامل للمسيرة التعليمية في السلطنة من أجل تحقيق التطلعات المستقبلية، ومراجعة سياسات التعليم وخططه وبرامجه، حرصت وزارة التربية والتعليم على تطوير المنظومة التعليمية في جوانبها ومجالاتها المختلفة كافة؛ لتلبي متطلبات المجتمع الحالية، وتطلعاته المستقبلية، ولتتواكب مع المستجدات العالمية في اقتصاد المعرفة، والعلوم الحياتية المختلفة، بما يؤدي إلى تمكين المخرجات التعليمية من المشاركة في مجالات التنمية الشاملة للسلطنة.

وقد حظيت المناهج الدراسية باعتبارها مكونًا أساسيًّا من مكونات المنظومة التعليمية بمراجعة مستمرة وتطوير شامل في نواحيها المختلفة، بدءًا من المقررات الدراسية، وطرائق التدريس، وأساليب التقويم وغيرها؛ وذلك لتتناسب مع الرؤية المستقبلية للتعليم في السلطنة، ولتتوافق مع فلسفته وأهدافه.

وقد أولت الوزارة مجال تدريس العلوم والرياضيات اهتمامًا كبيرًا يتلاءم مع مستجدات التطور العلمي والتكنولوجي والمعرفي، ومن هذا المنطلق اتجهت إلى الاستفادة من الخبرات الدولية؛ اتساقًا مع التطور المتسارع في هذا المجال من خلال تبني مشروع السلاسل العالمية في تدريس هاتين المادتين وفق المعايير الدولية؛ من أجل تنمية مهارات البحث والتقصي والاستنتاج لدى الطلاب، وتعميق فهمهم للظواهر العلمية المختلفة، وتطوير قدراتهم التنافسية في المسابقات العلمية والمعرفية، وتحقيق نتائج أفضل في الدراسات الدولية.

إن هذا الكتاب بما يحويه من معارف ومهارات وقيم واتجاهات جاء محققًا لأهداف التعليم في السلطنة، وموائمًا للبيئة العمانية، والخصوصية الثقافية للبلد بما يتضمنه من أنشطة وصور ورسومات، وهو أحد مصادر المعرفة الداعمة لتعلم الطالب بالإضافة إلى غيره من المصادر المختلفة.

متمنية لأبنائنا الطلاب النجاح، ولزملائنا المعلمين التوفيق فيما يبذلونه من جهود مخلصة لتحقيق أهداف الرسالة التربوية السامية؛ خدمة لهذا الوطن العزيز تحت ظل القيادة الحكيمة لمولانا حضرة صاحب الجلالة السلطان المعظم، حفظه الله ورعاه.

**والله ولي التوفيق**

**د. مديحة بنت أحمد الشيبانية**

**وزيرة التربية والتعليم**

# مقدمة كتاب الطالب

مرحبًا بك في مقرر كتاب الرياضيات للصف الثامن

يتكون المقرر من ستة محاور:

- الأعداد
- القياس
- الهندسة
- الجبر
- معالجة البيانات
- حل المشكلات

يحتوي هذا الكتاب وكتاب الفصل الدراسي الأول معًا على ١٥ وحدة، ويرتبط كل منها بأحد هذه المحاور الخمسة الأولى. ويتم تضمين محور حل المشكلات في كل الوحدات. لا توجد خطوط واضحة تفصل بين المحاور الخمسة في الرياضيات؛ فالمهارات التي يتم تعلمها في إحدى الوحدات عادةً ما تُستخدم في الوحدات الأخرى.

تبدأ كل وحدة بمقدمة، مع سرد المفردات في إطار أزرق اللون؛ ويعمل ذلك على تجهيزك لما سوف تتعلمه في الوحدة. وفي نهاية كل وحدة يوجد إطار يحتوي على ملخص لتذكيرك بما تعلمته.

تنقسم كل وحدة إلى عدة موضوعات؛ ويحتوي كل موضوع على مقدمة تشرح محتوى الموضوع، وعادةً ما يكون ذلك باستخدام أمثلة محلولة. كما تتوفر إرشادات مفيدة في إطارات زرقاء اللون. وفي نهاية كل موضوع هناك تمارين، وتنتهي كل وحدة بتمرين للمراجعة. تشجعك الأسئلة الموجودة في التمارين على تطبيق معرفتك الرياضية وتطوير فهمك للمادة الدراسية.

بالإضافة إلى تعلم المهارات الرياضية، فأنت بحاجة إلى تعلّم متى وكيف تستخدمها. وتعد مهارة كيفية حل المشكلات واحدة من أهم المهارات الرياضية التي يجب أن تتعلمها.

عندما ترى هذا الرمز، فإن ذلك يعني أن السؤال سيساعدك على تطوير مهاراتك في حل المشكلات.

أثناء دراسة هذا المقرر، ستتعلم الكثير من الحقائق والمعلومات والتقنيات؛ وستبدأ بالتفكير كعالم رياضيات. سوف تناقش الأفكار والأساليب مع الطلاب الآخرين وكذلك مع معلّمك.

تعتبر هذه المناقشات جزء مهم من تطوير مهاراتك وفهمك في الرياضيات.

تابع هؤلاء الطلاب أدناه الذين سيطرحون الأسئلة ويقدمون الاقتراحات ويشاركون في أنشطة الوحدات.

في نهاية كل فصل دراسي، قد يطلب إليك معلمك / معلمتك خوض اختبار تقييم المستوى للوقوف على المستوى الذي وصلت إليه. كما سيساعدك هذا الكتاب على معرفة كيفية تطبيق معرفتك في الرياضيات لتؤدي بشكل جيد في هذا الاختبار.

# المحتويات


## الوحدة التاسعة: النسبة والتناسُب

٩-١ تبسيط النسب ..... ١٦

٩-٢ المشاركة بالنسب ..... ١٩

٩-٣ المقارنة واستخدام النسب ..... ٢٢

٩-٤ حلُّ المشكلات ..... ٢٥

تمارين ومسائل عامة ..... ٢٩

## الوحدة العاشرة: المُعادلات والمُتباينات

١٠-١ حلُّ المعادلات الخطيَّة ..... ٣٢

١٠-٢ حلُّ المشكلات ..... ٣٥

١٠-٣ حل معادلتين آنيًا بالتعويض ..... ٣٧

١٠-٤ حل معادلتين آنيا بالحذف ..... ٣٩

١٠-٥ المتباينات ..... ٤١

تمارين ومسائل عامة ..... ٤٤

## الوحدة الحادية عشرة: الرسوم البيانيَّة

١١-١ نقطة المُنتصف للقطعة المُستقيمة ..... ٤٧

١١-٢ ميل الخط المستقيم ..... ٥٠

١١-٣ معادلة الخط المستقيم ص = م س + جـ ..... ٥٣

١١-٤ الرسم البياني للخط المستقيم ..... ٥٥

١١-٥ حل المعادلات الآنية بالرسم البياني ..... ٥٨

١١-٦ التناسُب الطرديُّ ..... ٦١

١١-٧ الرسوم البيانيَّة العمليَّة ..... ٦٣

تمارين ومسائل عامة ..... ٦٦

الوحدة الثانية عشرة: المضلعات والزوايا

١٢-١ المُضلَّعات المنتظمة ..... ٦٩

١٢-٢ المزيد من المُضلَّعات ..... ٧٢

١٢-٣ حلُّ مسائل الزَّوايا ..... ٧٤

١٢-٤ نظريَّة فيثاغورس ..... ٧٧

تمارين ومسائل عامة ..... ٨٠

الوحدة الثالثة عشرة: معالجة البيانات وعرضها

١٣-١ حساب الإحصاء ..... ٨٢

١٣-٢ استخدام الإحصاء ..... ٨٥

تمارين ومسائل عامة ..... ٨٨

الوحدة الرابعة عشرة: الرسوم البيانيَّة الواقعيَّة والقياسات المُركَّبة

١٤-١ الرسوم البيانيَّة الواقعيَّة (١) ..... ٩١

١٤-٢ الرسوم البيانيَّة الواقعيَّة (٢) ..... ٩٤

١٤-٣ حلُّ مسائل القياس ..... ٩٦

١٤-٤ حلُّ مسائل متوسِّط السرعة ..... ٩٨

١٤-٥ استخدام القياسات المركَّبة ..... ١٠١

تمارين ومسائل عامة ..... ١٠٤

الوحدة الخامسة عشرة: المُخطَّطات والجداول التكراريَّة

١٥-١ استخدام الجدول التكراري ..... ١٠٧

١٥-٢ تفسير المُخطَّطات التكراريَّة ورسمها ..... ١١١

١٥-٣ تفسير المُضلَّعات التكراريَّة ورسمها ..... ١١٤

١٥-٤ تفسير الرسوم البيانيَّة الخطيَّة ورسمها ..... ١١٧

١٥-٥ مقارنة التوزيعات والتوصُّل إلى استنتاجات ..... ١٢٠

تمارين ومسائل عامة ..... ١٢٤

مراجعة نهاية الفصل الدراسي ..... ١٢٦

قاموس المصطلحات ..... ١٢٩

# الوحدة التاسعة: النسبة والتناسُب

تُستخدَم النسب لمقارنة عددين أو كميَّتين أو أكثر من ذلك، وتستخدم بطرق مختلفة في حياتنا اليومية.

مثال: يستخدم عامل البناء النسب لتحديد كميَّات المكوِّنات التي يحتاج إلى مزجها معًا من أجل إعداد الخرسانة. تختلف النسبة والمكوِّنات تبعًا لنوع العمل الذي يرغب عامل البناء في القيام به باستخدام الخرسانة.

**المُفردات**

تأكَّد من تعلُّمك وفَهْمك للمفردات الأساسية التالية:

- النسبة (ratio)
- التبسيط (simplify)
- التناسُب الطرديُّ (direct proportion)

لتثبيت قوالب الطوب أو بلاط الأرصفة بالخرسانة، سيستخدم عامل البناء الأسمنت والرمل بنسبة ١ : ٤، تعني هذه النسبة أنَّه يجب خلط كلِّ كيلوغرام واحد من الأسمنت مع ٤ كيلوغرامات من الرمل.

يستخدم عاملو البناء غالبًا الجاروف أو الدلو لمعايرة المكوِّنات. بالنسبة لهذه الخرسانة، سيحتاجون إلى جاروف (أو دلو) واحد من الأسمنت لكلِّ أربعة جواريف (أو دلاء) من الرمل.

لإعداد خرسانة متوسطة القوة من أجل الأرضيَّات، يجب أن يستخدم عامل البناء ثلاثة مكوِّنات هي الأسمنت والرمل والحصى، ويتم خلطها بنسبة ١ : ٢ : ٤، تعني هذه النسبة أنَّه يجب خلط كلِّ كيلوغرام واحد من الأسمنت مع كيلوغرامين من الرمل و٤ كيلوغرامات من الحصى.

من المهم أن يستخدم عامل البناء النسبة الصحيحة للمكوِّنات من أجل إنجاز عمله، وإلَّا فقد تسقط الحوائط أو يحدث تشقق في الأرضيَّة.

في بلدان عديدة، توجد قواعد ولوائح تحكُّم مكان العمل والتي تستخدم النسب. أحد الأمثلة الجيِّدة لهذا الأمر هو مراكز رعاية الأطفال. يعرض الجدول التالي مثالًا على النسب القانونيَّة لعدد الأطفال: عدد العاملين في هذه المراكز بأستراليا.

| عمر الأطفال | نسبة الأطفال : العاملين |
|---|---|
| الذين تصل أعمارهم إلى ٢٤ شهرًا | ١ : ٤ |
| ٢٤ شهرًا إلى ٣ سنوات | ١ : ٥ |
| ٣ سنوات إلى ٥ سنوات | ١ : ١١ |

يوضِّح هذا الجدول أنَّه بالنسبة للأطفال الذين يصل عمرهم إلى ٢٤ شهرًا، يجب وجود واحد من العاملين يتولَّى رعاية كلِّ أربعة أطفال. وتتغيَّر النسبة المذكورة كلما زاد عمر الأطفال. وعند وصول الأطفال لسن يتراوح بين ٣ إلى ٥ سنوات، ففي هذه الحالة يجب تواجد عامل واحد لكلِّ ١١ طفلًا.

ستتعلَّم في هذه الوحدة كيفيَّة تبسيط نسبة ما وكيفيَّة تقاسُم مبلغ بنسبة محدَّدة. ستتعلَّم أيضًا كيفيَّة حلِّ المسائل التي تتضمَّن نسبةً وتناسُبًا.

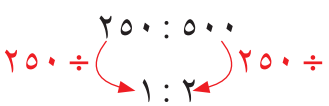
## ٩-١ تبسيط النسب

**النسبة** هي طريقة لمقارنة كميَّتين أو أكثر.

في الوصفة المقابلة الخاصَّة بالعجينة، تكون نسبة الدقيق إلى الزبدة ٥٠٠ : ٢٥٠

يمكنك **تبسيط** هذه النسبة عن طريق قسمة الأعداد على العامل المشترك الأكبر. في هذه الحالة، العامل المشترك الأكبر يساوي ٢٥٠

اقسم كلا الرقمين على ٢٥٠ لتبسيط النسبة إلى ١ : ٢

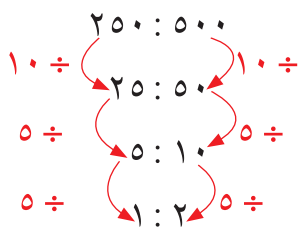



وصفة العجينة
٥٠٠ غم دقيق
٢٥٠ غم زبدة
ماء لخلط المكوِّنات

إن لم تتمكَّن من إيجاد العامل المشترك الأكبر للأعداد الموجودة في النسبة، يمكنك تبسيط النسبة على مراحل. اقسم الأعداد الموجودة في النسبة على عوامل مشتركة حتى تصل لمرحلة لا تستطيع بعدها إجراء المزيد من عمليَّات القسمة.

في المثال السابق، يمكنك البدء بالتالي:

- اقسم على ١٠
- ثُمَّ على ٥
- واقسم على ٥ مرَّةً أخرى
- لتحصل في النهاية على الإجابة نفسها وهي ٢ : ١




عند تبسيط نسبة ما، يجب أن تتأكَّد من أنَّ جميع الكميَّات مقاسة بنفس وحدات القياس.

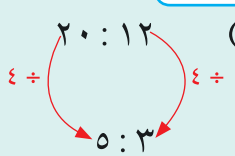
**مثال ٩-١**

بسِّط النسب التالية:

(أ) ١٢ : ٢٠ (ب) ١٢ : ٣٠ : ٢٤ (ج) ٢ م : ٥٠ سم

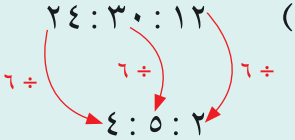
**الحل**

(أ) ١٢ : ٢٠



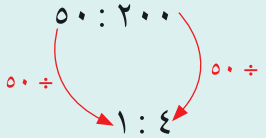

العامل المُشترك الأكبر للعددين ١٢، ٢٠ هو ٤، ولذلك اقسم كلا العددين على ٤

(ب) ١٢ : ٣٠ : ٢٤




العامل المُشترك الأكبر للأعداد ١٢، ٣٠، ٢٤ هو ٦، ولذلك اقسم جميع الأعداد على ٦

(ج) ٢ م : ٥٠ سم




حوِّل أوَّلًا ٢ متر إلى ٢٠٠ سنتيمتر (١ متر = ١٠٠ سم).
بمجرد تغيير وحدات القياس، لن تحتاجوا إلى كتابتها.
العامل المُشترك الأكبر للعددين ٢٠٠، ٥٠ هو ٥٠،
وبالتالي اقسم كلا العددين على ٥٠

## تمارين ٩-١

١) بسِّط النسب التالية:

(أ) ١٠ : ٢ (ب) ١٨ : ٣ (ج) ٢٥ : ٥ (د) ٣٠ : ٥

(هـ) ٣٦ : ١٢ (و) ١٨٠ : ٢٠ (ز) ٦ : ٤ (ح) ٩ : ١٥

(ط) ١٠ : ٣٥ (ي) ٧٥ : ١٠ (ك) ٧٢ : ٢٠ (ل) ١٤٠ : ١١٢

٢) بسِّط النسب التالية:

(أ) ٥ : ١٠ : ١٥ (ب) ٨ : ١٠ : ١٢ (ج) ٢٠ : ١٥ : ٢٥

(د) ١٨ : ١٥ : ٣ (هـ) ٢٧ : ٩ : ٤٥ (و) ٧٢ : ١٦ : ٣٢

٣) بسِّط النسب التالية:

(أ) ٥٠٠ م : ١ كم (ب) ٣٦ ثانيةً : ١ دقيقة (ج) ٨٠٠ مل : ٢,٤ لتر

(د) ١,٦ كغم : ٨٠٠ غم (هـ) ٣ سم : ٦ ملم (و) ٢ يوم : ١٨ ساعةً

(ز) ٢ ساعة : ٤٨ دقيقةً (ح) ٨ شهور : ١ سنة (ط) ٤ أيام : ١ أسبوع

٤) بسِّط النسب التالية:

(أ) ٦٠٠ م : ١ كم : ٢٠ م (ب) ٧٥ سم : ١ م : ١,٥ م

(ج) ٣٠٠ مل : ١,٢ لتر : ٩٠٠ مل (د) ٣,٢ كغم : ١٦٠٠ غم : ٠,٨ كغم

(هـ) ١,٠٨٠ ريال : ٩٠٠ بيسة : ٩ ريالات (و) ٤ سم : ٨ ملم : ٠,٢ م

٥) تستخدم سارة هذه الوصفة لعمل مربى البرتقال.

مربَّى البرتقال
٧٥٠ غم برتقال
١,٥ كغم سكر
عصير ليمونة واحدة

نسبة البرتقال إلى السكر تساوي ٢ : ١

هل سارة على صواب؟ اشرح إجابتك.

٦) فيما يلي جزء من الواجب المنزليِّ الخاصِّ بهيثم.

استخدم الطريقة التي اتَّبعها هيثم لتبسيط النسب التالية:

(أ) ٢ : ٠,٥ (ب) ٣ : ١,٥

(ج) ٢,٤ : ١,٢ (د) ٢,١ : ٠,٧

(هـ) ٠,٦ : ٣,٦ (و) ١,٥ : ٧,٥

(ز) ٤ : ٢,٤

(ح) ٦,٣ : ١,٨

(ط) ١,٤ : ٠,٧ : ٢,١

(ي) ٠,١٥ : ٠,٠٣

**السؤال**

بسِّط هذه النسب.

(أ) ٢ : ١,٥ (ب) ٣,٦ : ٠,٨

**الإجابة**

(أ) ٢ : ١,٥ ← (×١٠) ٢٠ : ١٥ ← (÷٥) ٤ : ٣

(ب) ٣,٦ : ٠,٨ ← (×١٠) ٣٦ : ٨ ← (÷٤) ٩ : ٢

بالنسبة للأسئلة ٧ ، ٨، اعمل في مجموعة من ثلاثة أو أربعة أشخاص.

(١) أوجد إجابة كلِّ سؤال بنفسك.

(٢) قارن إجاباتك مع الإجابات التي كتبها الزملاء الآخرين في مجموعتك.

(٣) حدِّد زميلك في المجموعة الذي كتب أفضل إجابات.

٧) يقوم فهد ومهند بخلط طلاء.

لقد مزجا ٢٥٠ مل من الطلاء الأبيض مع ٧٥٠ مل من الطلاء الأحمر و ١,٢ لتر من الطلاء الأصفر.

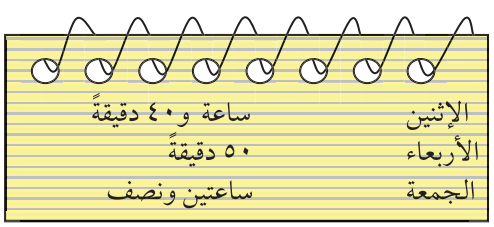
نسبة الطلاء الأبيض إلى الأحمر إلى الأصفر
هي ١ : ٣ : ٥

نسبة الطلاء الأبيض إلى الأحمر إلى الأصفر
هي ٢٥ : ٧٥ : ١٢

هل إجابة فهد ومهند صحيحة؟ اشرح إجابتك.

٨) تمارس سناء رياضة الجري ثلاث مرَّات في الأسبوع.

توضِّح المُفكِّرة الخاصَّة بها الوقت الذي تخصِّصه للجري في كلِّ مرَّة كلَّ أسبوع.




( أ ) تعتقد سناء أنَّ نسبة الأوقات التي تخصِّصها للجري يوم الإثنين إلى الأربعاء إلى الجمعة هي ١ : ٢ : ٣، دون إجراء أيِّ عمليَّات حسابيَّة، وضِّح كيف توصَّلت إلى أنَّ سناء على خطأ.

(ب) تستخدم أخت سناء هذه الطريقة لإيجاد نسبة الأوقات التي تخصِّصها سناء للجري. اشرح الأخطاء التي وقعت فيها أخت سناء.

( ج ) حاول إيجاد النسبة الصحيحة للأوقات التي تخصِّصها سناء للجري.

الإثنين : الأربعاء : الجمعة
ساعة واحدة و٤٠ دقيقةً : ٥٠ دقيقةً : ساعتين ونصف
١,٤ : ٠,٥ : ٢,٥
١٤ : ٥ : ٢٥ × ١٠
١٤ : ١ : ٥ ÷ ٥

## ٩-٢ المشاركة بالنسب

تحتاج في بعض الأحيان إلى تقاسُم مبلغ مع آخرين بنسبة محدَّدة.
مثال: اشترى مازن وعليٌّ وكمال لوحة بمبلغ ٦٠٠ ريال.
دفع مازن ٢٠٠ ريال، ودفع عليٌّ ٣٠٠ ريال، ودفع كمال ١٠٠ ريال.
يمكنك كتابة المبالغ التي دفعوها في صورة نسبة بهذه الطريقة: مازن : عليٌّ : كمال
٢٠٠ : ٣٠٠ : ١٠٠
بسِّط النسبة عن طريق القسمة على ١٠٠ لتحصل في النهاية على النسبة: ٢ : ٣ : ١
يمكنك ملاحظة أنَّ مازن دفع ضعف ما دفعه كمال، وأنَّ عليًّا دفع ثلاثة أمثال ما دفعه كمال.
وعند بيعهم للوحة، احتاجوا إلى تقسيم النقود بينهم بطريقة عادلة.
يُمكنهم عمل ذلك عن طريق استخدام النسبة نفسها وهي ٢ : ٣ : ١
اتَّبع هذه الخُطوات لتُقاسِم مبلغًا مع آخرين بنسبة محدَّدة.

① اجمع كلَّ الأعداد الموجودة في النسبة لمعرفة العدد الإجماليِّ للأجزاء.
② اقسم المبلغ المطلوب مشاركته مع الآخرين على العدد الإجماليِّ للأجزاء لإيجاد قيمة الجزء الواحد.
③ استخدم عمليَّة الضرب لإيجاد قيمة نصيب كلِّ فرد.
④ تحقَّق من أنَّ إجماليَّ نصيب كلِّ الأفراد يساوي المبلغ الذي يتشاركون فيه.

**مثال ٩-٢**

قسِّم ٨٤٠ ريالًا على مازن وعليٍّ وكمال بنسبة ٢ : ٣ : ١ على الترتيب.

**الحل**

٢ + ٣ + ١ = ٦ — ① اجمع الأعداد الموجودة في النسبة لمعرفة العدد الإجماليِّ للأجزاء.

٨٤٠ ÷ ٦ = ١٤٠ — ② اقسم المبلغ المطلوب مشاركته على إجماليِّ عدد الأجزاء من أجل إيجاد قيمة الجزء الواحد.

قيمة الجزء الواحد = ١٤٠ ريالًا

يحصل مازن على ٢ × ١٤٠ = ٢٨٠ ريالًا
يحصل عليٌّ على ٣ × ١٤٠ = ٤٢٠ ريالًا
يحصل كمال على ١ × ١٤٠ = ١٤٠ ريالًا — ③ أوجد نصيب كلِّ شخص باستخدام عمليَّة الضرب. تأكَّد من كتابة اسم الشخص أمام كلِّ مبلغ.

٢٨٠ + ٤٢٠ + ١٤٠ = ٨٤٠ ريالًا ✓ — ④ تحقَّق من أنَّ إجماليَّ الأنصبة يساوي نفس المبلغ المطلوب تقاسُمه عليهم.

## تمارين ٩-٢

١) قسِّم هذه المبالغ بين محمود وحمزة وعُمر بالنسب المحدَّدة:

( أ ) ٩٠ ريالًا بنسبة ١ : ٢ : ٣ (ب) ٢٢٥ ريالًا بنسبة ٢ : ٣ : ٤

(ج) ٤٣٢ ريالًا بنسبة ٣ : ٥ : ١ ( د ) ٣٩٦ ريالًا بنسبة ٤ : ٢ : ٥

٢) يتشارك محسن وباسم وعمار في دفع فواتير الكهرباء بنسبة ٣ : ٤ : ٥

أوجد المبلغ الذي سيدفعه كلٌّ منهم عندما تكون قيمة فاتورة الكهرباء:

( أ ) ١٦٨ ريالًا (ب) ١٩٢ ريالًا (ج) ٢٣٤ ريالًا

٣) يشترك في أحد النوادي مجموعة من الرجال والنساء والأطفال بالنسبة ٥ : ٧ : ٣

وبشكل إجماليٍّ، يوجد ٢٨٥ عضوًا في هذا النادي.

( أ ) أوجد أعداد أعضاء النادي من:

(١) الرجال (٢) النساء (٣) الأطفال

(ب) بكم يزيد عدد النساء عن عدد الرجال في النادي؟

(ج) بكم يزيد عدد الرجال عن عدد الأطفال في النادي؟

٤) تحتوي علبة على قطع من الشوكولاتة بالحليب، والشوكولاتة البيضاء والداكنة بنسبة ٤ : ٢ : ٣

تحتوي العلبة في المجمل على ٧٢ قطعة شوكولاتة.

( أ ) من بين محتويات العلبة، كم عدد قطع الشوكولاتة:

(١) بالحليب (٢) البيضاء (٣) الداكنة

(ب) تغيَّرت النسبة بين قطع الشوكولاتة بالحليب والبيضاء والداكنة لتصبح ٣ : ١ : ٤

ما زالت هناك ٧٢ قطعة شوكولاتة في العلبة.

من بين محتويات هذه العلبة، كم عدد قطع الشوكولاتة:

(١) بالحليب (٢) البيضاء (٣) الداكنة

٥) يدير سعيد وحسين وأشرف وحسام مشروعهم التجاري.

وهم يتشاركون في النقود التي يربحونها

وفقًا لنسبة عدد ساعات عملهم

في المشروع.

يوجد على اليسار كشف ساعات العمل في واحد

من مشروعاتهم.

فكم تبلُغ أرباح كلِّ فرد منهم

من هذا المشروع؟

أرباح المشروع: ٤٥٠ ريالًا

الوقت المُستغرَق لتنفيذ المشروع:

سعيد: ٦ ساعات حسين: ٤ ساعات

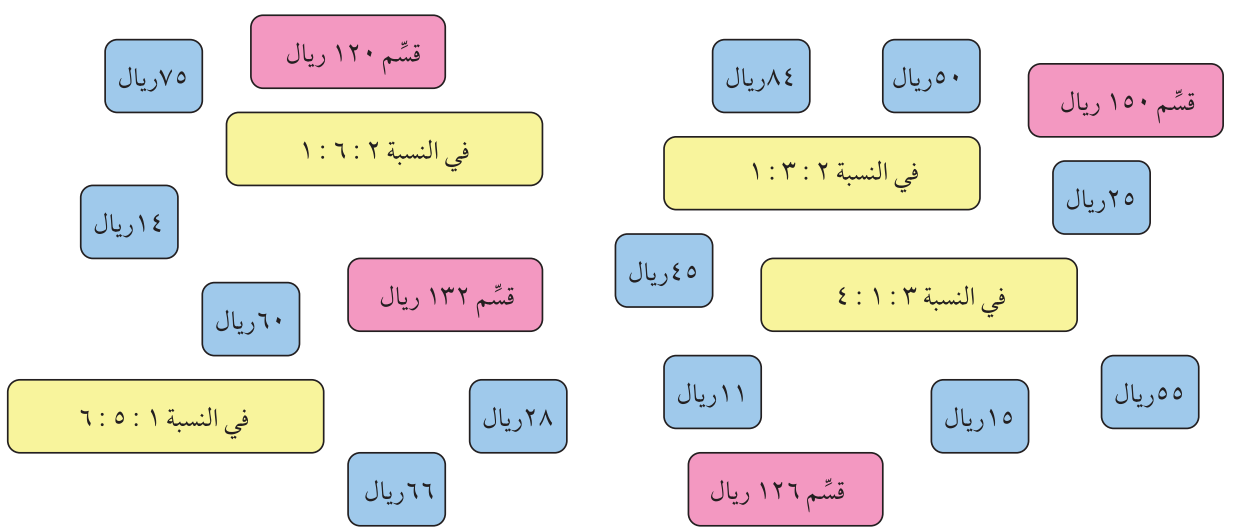
أشرف: ٣ ساعات حسام: ٥ ساعات

٦) أهدت جَدَّة مبلغ ٢٥٥٠ ريالًا ليتمَّ تقسيمه على أحفادها بنسب أعمارهم.
يبلُغ عمر الأحفاد بالسنوات: ٦، ١٢، ١٥، ١٨
فما نصيب كلِّ حفيد من هذا المبلغ؟

٧) في كلِّ سنة، وبمناسبة الاحتفال بالعيد، يقسِّم طارق ٣٠٠ ريال على أولاده بنسبة يتمُّ حسابها وفقًا لعمر كلِّ واحد منهم. في هذه السنة، ستبلُغ أعمارهم ٤، ٩، ١١
بكم سيقل نصيب الولد الأكبر بعد مرور سنتين من السنة الحالية؟

٨) اشترى وليد وعلاء ومحمود منزل مقابل ١٨٠ ٠٠٠ ريال.
دفع وليد ٦٠ ٠٠٠ ريال، ودفع علاء ٩٠ ٠٠٠ ريال ودفع محمود باقي المبلغ.
بعد مرور خمس سنوات، باعوا المنزل بمبلغ ٢٢٨ ٠٠٠ ريال.
وتقاسموا مبلغ البيع فيما بينهم بالنسبة نفسها التي اشتروا بها المنزل.
فما الربح الذي سيحصل محمود عليه من عائد بيع المنزل؟

٩) فيما يلي مجموعة من بطاقات النسب:
صنِّف البطاقات بشكل ملائم وضعها في مجموعات.
يجب أن تحتوي كلُّ مجموعة على بطاقة ورديَّة وبطاقة صفراء بالإضافة إلى ثلاث بطاقات زرقاء.



## ٩-٣ المقارنة واستخدام النسب

تستخدم النسب في مواقف متنوعة، مثل خلط مكوِّنات وصفة أو تقسيم مبلغ على عدَّة أشخاص.
كما يمكن استخدام النسب أيضًا لعقد المقارنات.
كمثال، نفترض أنَّك تريد عقد مقارنة بين خليطين من الطلاء.
الطلاء الورديُّ مصنوع عن طريق مزج طلاء أحمر وأبيض بنسبة معيَّنة (أحمر : أبيض).
إذا نتج درجتين من الطلاء الورديِّ من اللونين الأحمر والأبيض بنسبة ٣ : ٤، ٢ : ٣، فأيُّ درجة هي الداكنة؟
أفضل طريقة للمقارنة بين النسب هي كتابة كلِّ نسبة بالصيغة ١ : ن، حيث ن عبارة عن عدد.
يُمكنك بعد ذلك مقارنة النسب عن طريق المقارنة بين قيم ن.

**مثال ٩-٣**

يصنع منتصر درجتين من الطلاء الوردي عن طريق مزج الألوان بالنسب الموضَّحة للطلاء الأحمر : الأبيض، كما هو موضح فيما يلي.

الأرجوانيُّ ٣ : ٤
الورديُّ ٢ : ٣

( أ ) أي الدرجتين هي الأدكن؟
(ب) عندما يقوم منتصر بصناعة الطلاء الأرجوانيِّ، فإنَّه يستخدم ٤ لتراتٍ من الطلاء الأحمر. فما كميَّة الطلاء الأبيض الذي يستخدمه؟
(ج) يصنع منتصر ١٢ لترًا من الطلاء الورديِّ. فما كميَّة الطلاء الأبيض الذي يستخدمه؟

**الحل**

( أ )

| الأرجوانيُّ | الورديُّ |
|---|---|
| أحمر : أبيض | أحمر : أبيض |
| ٣ : ٤ | ٢ : ٣ |
| ÷ ٣ ↓ | ÷ ٢ ↓ |
| ١ : ١,٣ | ١ : ١,٥ |

اكتب أوَّلًا كلَّ نسبة بالصيغة ١ : ن.
اقسم ٣، ٤ على ٣ لتحصل على النسبة ١ : $1,\overline{3}$
اقسم ٢، ٣ على ٢ لتحصل على النسبة ١ : ١,٥
١,٥ > $1,\overline{3}$، وبالتالي هناك لون أبيض في الطلاء الورديِّ أكثر من الأرجوانيِّ.
يعني هذا أنَّ الطلاء الأرجوانيَّ أغمق من الوردي.

(ب) أحمر : أبيض
١ : $1,\overline{3}$ ← × ٤
٤ : $5,\overline{3}$

اكتب أوَّلًا نسبة الأحمر : الأبيض بالصيغة ١ : ن.
اضرب كلًا من طرفي النسبة في ٤؛ وذلك لأنَّه يستخدم ٤ لتراتٍ من الطلاء الأحمر.
الإجابة هي $5,\overline{3}$

(ج) إجماليُّ عدد الأجزاء = ٢ + ٣ = ٥
١٢ ÷ ٥ = ٢,٤ لتر لكلِّ جزء
الأبيض = ٣ × ٢,٤ = ٧,٢ لترات

أوجد أوَّلًا إجماليَّ عدد الأجزاء.
قسِّم ١٢ لترًا على ٥ أجزاء متساوية من أجل إيجاد قيمة الجزء الواحد.
يمثِّل الطلاء الأبيض ثلاثة أجزاء من خمسة، وبالتالي اضرب ٢,٤ لتر في ٣

يستخدم $5,\overline{3}$ لتر من الطلاء الأبيض.

## تمارين ٩-٣

١) يصنع رشيد درجتين من الطلاء الأزرق بالنسب التالية للونين الأزرق : الأبيض.

أزرق سماويٌّ ٣ : ٥ زُرقة البحر ٤ : ٧

( أ ) اكتب كلَّ نسبة بالصيغة ١ : ن.

(ب) ما درجة الطلاء الداكنة؟

٢) ترغب منى في إعداد عصير فواكه عن طريق مزج عصير مانجو مع عصير برتقال بنسبة ٢ : ٥

ترغب سعاد في إعداد عصير فواكه عن طريق مزج عصير مانجو مع عصير برتقال بنسبة ٥ : ١١

( أ ) اكتب كلَّ نسبة بالصيغة ١ : ن.

(ب) أيٌّ من عصيريّ الفواكه يحتوي على كميَّة أكبر من عصير البرتقال؟

٣) ( أ ) يشترك في المسابقة الثقافية (أ) ١٣ بنتًا و١٨ ولدًا.

اكتب نسبة البنات : الأولاد بالصيغة ١ : ن.

(ب) يشترك في المسابقة الثقافية (ب) ١٧ بنتًا و٢٣ ولدًا.

اكتب نسبة البنات : الأولاد بالصيغة ١ : ن.

( ج ) أيٌّ المسابقتين بها النسبة الأعلى للأولاد؟

٤) يصنع عارف كعكةً باستخدام الزبيب وحبَّات الكرز بنسبة ٥ : ٢

استخدم عارف ٨٠ غم من حبَّات الكرز أثناء صنعه للكعكة في الأسبوع الماضي.

فما كُتلة الزبيب التي استخدمها؟

٥) عند إعداد هاشم للخرسانة، فإنَّه يستخدم الأسمنت والرمل والحصى بنسبة ١ : ٢ : ٤

ومن أجلِّ إنجاز مهمة واحدة، استخدم ١٥ كغم من الرمل.

( أ ) ما كميَّة الأسمنت والحصى التي استخدمها؟

(ب) ما إجماليُّ كُتلة الخرسانة التي قام بإعدادها؟

٦) يوضِّح الجدول نسب الأطفال إلى العاملين في مرحلة رياض الأطفال. كما يوضِّح أيضًا عدد الأطفال الموجودين في كلِّ مجموعة عمرية. في روضة الأطفال، توجد أربع غرف، ويتمُّ تخصيص غرفة واحدة لكلِّ مجموعة عمريَّة مذكورة في الجدول.

ما إجماليُّ عدد العاملين المطلوبين للعناية بالأطفال المتواجدين في روضة الأطفال؟

| عمر الأطفال | نسب الأطفال : العاملين | عدد الأطفال |
|---|---|---|
| الذين تصل أعمارهم إلى ١٨ شهرًا | ١ : ٣ | ١٠ |
| ١٨ شهرًا إلى ٣ سنوات | ١ : ٤ | ١٨ |
| ٣ سنوات إلى ٥ سنوات | ١ : ٨ | ١٥ |
| ٥ سنوات إلى ٧ سنوات | ١ : ١٤ | ٢٤ |

٧) فيما يلي جزء من الواجب المنزليِّ الخاصِّ بحسن.
استخدم طريقة حسن للتحقُّق من صحة إجاباتك عن الأسئلة التالية:

( أ ) يتكوَّن الذهب الأرجوانيُّ من الذهب والألومنيوم بنسبة ٤ : ١
هناك سِوار من الذهب الأرجوانيِّ تبلُغ كُتلته ٦٥ غم.
فما كُتلة الألومنيوم الموجود في السوار؟

(ب) يتكوَّن الذهب الورديُّ من الفضة والنحاس والذهب بنسبة ١ : ٤ : ١٥
هناك عقد من الذهب الورديِّ تبلُغ كُتلته ٨٠ غم.
فما كُتلة النحاس الموجود في العقد؟

( ج ) يتكوَّن الذهب الأبيض من الذهب والبالاديوم والنيكل والزنك بنسبة ١٥ : ٢ : ٢ : ١
هناك خاتم من الذهب الأبيض تبلُغ كُتلته ١٢غم.
فما كُتلة الذهب الموجود في الخاتم؟

**السؤال** يتكوَّن الذهب الأحمر من الذهب والنحاس بنسبة ٣ : ١
هناك عقد من الذهب الأحمر تبلُغ كُتلته ٥٦ غم.
فما كُتلة الذهب الموجود في العقد؟

**الإجابة**
٣ + ١ = ٤ أجزاء
٥٦ ÷ ٤ = ١٤ غم لكلِّ جزء
كُتلة الذهب = ٣ × ١٤ = ٤٢ غم
تحقَّق من أن: النحاس = ١ × ١٤ = ١٤ غم، وبالتالي يكون الإجماليُّ
= ٤٢ + ١٤ = ٥٦ غم ✓

## ٩-٤ حلُّ المشكلات

تدرك بالفعل أنَّ الكميَّتين بينهما تناسب طرديٌّ حين ترتبط زيادة أو نقصان إحدى الكميتين بزيادة الأخرى أو نقصانها بمقدار ثابت. مثال، عند شرائك زجاجة حليب، كلما زاد عدد الزجاجات التي تشتريها، ارتفع الثَمَن الذي ستدفعه.
الكميَّتان (عدد الزجاجات وإجماليُّ التكلفة) متناسبتان طرديًّا.

عندما تكون لديك سيَّارة، تقلُّ قيمتها كلَّ سنة.
وبالتالي، كلما زاد عدد السنوات، انخفضت قيمة السيَّارة.
الكميَّتان (عدد السنوات وقيمة السيَّارة) ليستا متناسبتين طرديًّا.

**مثال ٩-٤**

( أ ) هل الكميات التالية بينها تناسب طردي؟
(١) تكلفة الوقود وعدد اللترات التي تمَّ شراؤها
(٢) عمر المنزل وقيمته
(ب) تبلُغ كُتلة ١٢ علبة حليب ١,٥ كغم.
كم تبلُغ كُتلة ١٦ علبة حليب من نفس النوع؟
(ج) تكلفة عبوَّة مسحوق ٨ كغم هي ٣,٢٠٠ ريالات. تكلفة عبوَّة من نفس المسحوق ٦ كغم هي ١,٣٠٠ ريال.
أي العبوَّتين تمثِّل قيمةً أفضل مقابل النقود؟
( د ) عندما ذهب عادل إلى أسبانيا كان سعر صرف الريال العماني إلى اليورو هو ريال عمانيّ = ٢,٢٩ يورو.
(١) قام عادل بتغيير ٢٠٠ ريال إلى يورو. ما المبلغ الذي حصل عليه باليورو؟
(٢) قام عادل بتغيير ١٩ يورو إلى ريال عماني مرَّةً أخرى. كم عدد الريالات التي حصل عليها؟

**الحل**

( أ ) (١) نعم — كلما زاد عدد لترات الوقود التي تشتريها، ارتفعت التكلفة. وفي حالة زيادة كلتا الكميَّتين، تظلُّ النسبة كما هي.

(٢) لا — بمرور السنوات، قد ترتفع أو تنخفض قيمة المنزل. ولا تظلُّ النسبة ثابتةً.

(ب) ١,٥ ÷ ١٢ = ٠,١٢٥ كغم — أوَّلًا، استخدم عمليَّات القسمة لإيجاد كُتلة قطعة نقانق واحدة.

٠,١٢٥ × ١٦ = ٢ كغم — والآن استخدم عمليَّات الضرب لإيجاد كُتلة ١٦ قطعة نقانق.

(ج) عبوَّة ٨ كغم:

٣,٢٠٠ ريالات ÷ ٨ = ٠,٤٠٠ ريال/ ١ كغم

عبوة ٦ كغم:

١,٣٠٠ ريال ÷ ٦ = ٠,٢١٧ ريال/ ١ كغم

تمثِّل عبوَّة ٨ كغم قيمةً أفضل مقابل النقود.

قارن نفس الكميَّة من المسحوق لإيجاد أيِّ علبة منهما تمثِّل قيمةً أفضل بالنسبة للنقود.

اقسم التكلفة على ٨ لإيجاد ثمن ١ كغم من المسحوق.

اقسم التكلفة على ٦ لإيجاد ثَمَن ١ كغم من المسحوق.

٠,٢١٧ ريال < ٠,٤٠٠ ريال، وبالتالي، تمثِّل العبوَّة الأكبر حجمًا قيمةً أفضل مقابل النقود.

(د) (١) ٢٠٠ × ٢,٢٩ = ٤٥٨ يورو

(٢) ١٩ ÷ ٢,٢٩ = ٨,٢٩٠ ريالات

اضرب عدد الريالات في سعر صرف العملة لتحويل المبلغ إلى يورو.

اقسم مبلغ اليورو على سعر صرف العملة لتحويل المبلغ إلى ريالات.

## تمارين ٩-٤

١) هل الكميات التالية بينها تناسب طردي؟ اشرح إجاباتك.

(أ) إجماليُّ تكلفة صناديق عصير البرتقال وعدد الصناديق التي تمَّ شراؤها

(ب) عدد البنات في مدرسة وعدد الأولاد في مدرسة أخرى

(ج) التكلفة الإجماليَّة لتذاكر السينما وعدد التذاكر التي تمَّ شراؤها

(د) المسافة المقطوعة بالسيَّارة وعدد لترات الوقود التّي تستهلكها السيَّارة أثناء الرحلة

(هـ) عدد الأهداف التي سجَّلها فريق كرة القدم وعدد المُشجعين الذين يشاهدون المُباراة

(و) حجم العمل الذي أنجزه شخص في يوم واحد وعدد فناجين القهوة التي شربها

٢) تقوم ليلى بطباعة نشرات ثقافية، حيث تتقاضى ١٢ ريالًا مقابل طباعة ٤٠٠ نشرة.

فما المبلغ الذي تتقاضاه مقابل طباعة:

(أ) ٢٠٠ نشرة (ب) ٦٠٠ نشرة (ج) ١٥٠ نشرة

٣) ثَمَن ست علب من البسكويت يساوي ١١,٤٠٠ ريالًا.

(أ) كم يبلُغ ثَمَن ١٥ عبوَّةً من البسكويت؟

(ب) كم يبلُغ ثمن ٧ عبوات من البسكويت؟

٤) يبيع أحد المحلات عصير التفاح بحجمين مختلفين.
تبلُغ تكلفة العبوَّة بحجم ١٠٠٠ مل ١,٣٠٠ ريال.

( أ ) أوجد تكلفة ٥٠٠ مل من عصير التفاح.
(ب) تبلُغ تكلفة العبوَّة بحجم ١٥٠٠ مل ١,٨٦٠ ريال.
أوجد تكلفة ٢٥٠ مل من عصير التفاح.
(ج ) أيُّ عبوَّة من عصير التفاح تمثِّل قيمة أفضل مقابل النقود؟

٥) فيما يلي جزء من الواجب المنزليِّ الخاصِّ بسناء.
تستخدم سناء العمليَّات العكسيَّة للتأكُّد من صحة كلِّ عمليَّة حسابيَّة.
استخدم طريقة سناء للتحقُّق من صحة إجاباتك عن هذه الأسئلة، وضِّح جميع خطوات الحلِّ:

السؤال
تكلفة علبة تحتوي على ٦٠ كيسًا من الطعام ٥,٤٠٠ ريالات.
تكلفة علبة تحتوي على ٥٠ كيسًا من الطعام ٤,٢٥٠ ريالات.
أيُّ من العلبتين تمثِّل قيمةً أفضل مقابل النقود؟

الإجابة
٥,٤٠٠ ÷ ٦ = ٠,٩٠٠ ريال مقابل ١٠ أكياس.
تحقَّق من أن ٦ × ٠,٩٠٠ = ٥,٤٠٠ ريالات
٤,٢٥٠ ÷ ٥ = ٠,٨٥٠ ريال مقابل ١٠ أكياس.
تحقَّق من أن ٥ × ٠,٨٥٠ = ٤,٢٥٠ ريالات
تمثِّل العلبة التي تحتوي على ٥٠ كيسًا قيمةً أفضل مقابل النقود.

( أ ) تبلُغ تكلفة علبة بها ١٠ قطع صابون ٢,٧٠٠ ريال.
وتبلُغ تكلفة علبة بها ١٥ قطعة صابون ٤,٧٥٠ ريالات.
أيُّ علبة تمثِّل قيمة أفضل مقابل النقود؟
(ب) تكلفة شوال من الأرز كتلته ٣٨ كغم هي ١٩,٩٠٠ ريالًا وتكلفة شوال من نفس نوع الأرز بكتلة ٣٥ كغم هي ١٨,٥٠٠ ريالًا، أيُّ من الشوالين يمثل قيمة أفضل مقابل النقود؟

٦) عندما سافر محسن إلى أمريكا، كان سعر صرف العملات هو ريال واحد = ٢,٦٠ دولار، رأى محسن كاميرا في أحد المحلات ثمنها ٤٤٩ دولارًا، وثمن نفس الكاميرا في مسقط هو ٣٥٩ ريالًا.
ما المكان الذي يجب أن يشتري محسن الكاميرا منه؟
وضِّح طريقة الحلِّ وتحقَّق من صحة إجابتك.

## ملخص

**يجب أن تعرف أن:**

- ★ يُمكنك تبسيط نسبة ما عن طريق قسمة الأعداد الموجودة في النسبة على العامل المُشترك الأكبر.
- ★ عند تبسيط نسبة ما، يجب أن تتأكَّد من أنَّ جميع الكميَّات مقاسة بنفس وحدة القياس.
- ★ عند مشاركة مبلغ بنسب محدَّدة مع آخرين، يجب أن تقسم المبلغ على إجماليِّ عدد الأجزاء لإيجاد قيمة الجزء الواحد. ثُمَّ اضرب قيمة الجزء الواحد في كلِّ عدد موجود في النسبة.
- ★ أفضل طريقة للمقارنة بين النسب هي كتابة كلِّ نسبة بالصيغة ١ : ن، حيث ن عبارة عن عدد. يُمكنك بعد ذلك مقارنة النسب عن طريق المقارنة بين قيم ن.
- ★ تكون القيمتان في حالة تناسب طرديٍّ عندما تزيدان أو تقلّان بنفس النسبة.

**يجب أن تكون قادرًا على:**

- ★ تبسيط النسب، وتشمل تلك النسب التي يتمُّ التعبير عنها بوحدات مختلفة.
- ★ تقسيم كميَّة إلى أكثر من جزأين بنسبة محدَّدة.
- ★ المقارنة بين نسبتين.
- ★ إدراك متى يكون هناك تناسب طرديٌّ بين كميَّتين.
- ★ حلِّ المسائل اللفظيَّة البسيطة ذهنيًّا والتي تتضمَّن مسائل التناسب الطرديِّ.

## تمارين ومسائل عامة

١) بسِّط النسب التالية:

( أ ) ٣ : ١٢ (ب) ٣٥ : ٧ (ج) ٨ : ٢٤ : ١٢ (د) ٢ , ١ : ٨ , ١ (هـ) ٢٥٠ م : ٢ كم

٢) قسِّم ٣٦٠ ريالًا على حسن وهلال وراشد بنسبة ٢ : ٣ : ٥

٣) يتقاضى مهندس ٥٤ ريالًا نظير عمله لمدة ٦ ساعات.

أوجد بطريقة ذهنيَّة المبلغ الذي يتقاضاه المهندس مقابل العمل لمدَّة ٥ ساعات.

٤) يحتوي مربَّى فواكه على توت وفراولة بنسبة ٥ : ٢، توجد كمية قدرها ٣٠٠ غم من الفراولة في المربَّى.

( أ ) كم جرامًا من التوت في المربَّى؟

(ب) ما الكتلة الكاملة للفاكهة الموجودة في المربَّى؟

٥) ( أ ) يشترك في مسابقة لإلقاء الشعر ١٢ ولدًا و١٨ بنتًا.

اكتب نسبة الأولاد : البنات بالصيغة ١ : ن.

(ب) يشترك في مسابقة أخرى لإلقاء الشعر ٨ أولاد و١٤ بنتًا.

اكتب نسبة الأولاد : البنات بالصيغة ١ : ن.

(ج) أيُّ مسابقة يوجد به النسبة الأعلى للبنات؟

٦) هل الكميات التالية بينها تناسب طردي؟ اشرح إجاباتك.

( أ ) إجماليُّ تكلفة عبوَّات البسكويت وعدد العبوَّات التي تمَّ شراؤها

(ب) عدد البنات المشاركات في نادٍ رياضيٍّ وعدد الأولاد المشاركين في نادٍ رياضيّ

(ج) الوقت الذي يستغرقه شخص في مشاهدة التلفزيون في يوم واحد مقارنةً بالفترة الزمنيَّة التي يمضيها في غسل أسنانه.

٧) تكلفة ثمانية عبوات كبيرة من مسحوق الغسيل تساوي ٢٢ ريالًا.

( أ ) كم يبلُغ ثمن ١٦ عبوة من المسحوق؟

(ب) كم يبلُغ ثَمَن ٥ عبوات من المسحوق؟

٨) يبيع أحد المحلات برطمانات للقهوة بحجمين مختلفين.

( أ ) ثَمَن البرطمان الذي تبلُغ كُتلته ٢٠٠ غم يساوي ١,٥٦٠ ريال.

أوجد تكلفة ١٠٠ غم من هذه القهوة.

(ب) ثَمَن البرطمان الذي تبلُغ كُتلته ٣٠٠ غم يساوي ٢,٤٨٠ ريال.

أوجد تكلفة ١٠٠ غم من هذه القهوة.

(ج) أيُّ برطمانٍ يمثِّل قيمةً أفضل مقابل النقود؟

٩) ( أ ) سافر إبراهيم من المملكة المتَّحدة إلى سلطنة عمان عندما كان الجنيه الإسترليني = ٠,٥٠٠ ريال، وقام بتغيير ٤٥٠ جنيهًا إسترلينيًّا إلى ريال عماني. ما المبلغ الذي حصل عليه بالريال؟
وضِّح طريقة الحلِّ وتحقَّق من صحة إجابتك.

(ب) عندما عاد إبراهيم إلى المملكة المتَّحدة مرَّةً أخرى من سلطنة عمان، كان سعر صرف العُملات هو ريال واحد = ١,٩٩ جنيه إسترلينيٍّ.
فقام بتغيير ٦٥ ريال إلى جنيهات إسترلينيَّة.
كم عدد الجنيهات التي حصل عليها؟ اكتب إجابتك مقرَّبةً لأقرب جنيه إسترلينيٍّ.
وضِّح طريقة الحلِّ وتحقَّق من صحة إجابتك.

**بردِيَّة ريند الرياضيَّة** هي وثيقة مشهورة محفوظة بالمتحف البريطانيِّ في لندن. حيث كُتبت بالأصل في مصر عام ١٦٥٠ قبل الميلاد. وهي عبارة عن قائمةٍ من ٨٤ مسألةً رياضيَّةً وحلها، توضِّح كيف أجرى القدماء المصريون العمليَّات الرياضيَّة الحسابيَّة.

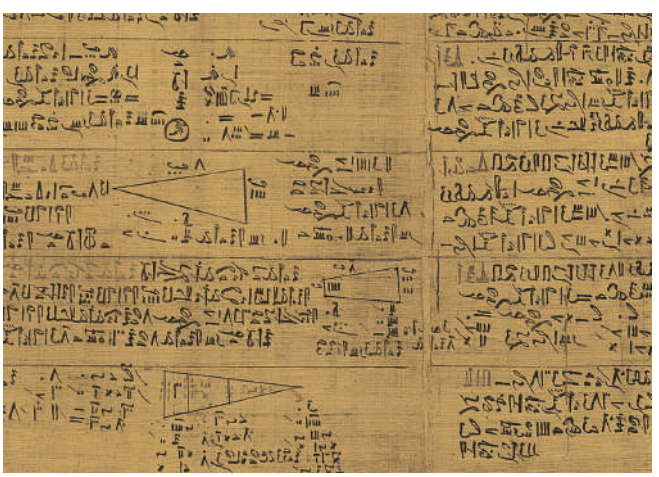
يسهُل حلُّ بعض تلك المسائل باستخدام علم الجبر. ولكن هذه الطريقة لم تكن معروفةً في مصر؛ حيث كتبوا المسائل وحلولها في صورة كلمات بدلًا من الرموز. فيما يلي مثلًا المسألة (٢٤)

عدد إذا أضيف إليه سبعه كان الناتج ١٩، فما هذا العدد؟

**المُفردات**

تأكَّد من تعلُّمك وفَهْمك للمفردات الأساسية التالية:

- المعادلات الآنيَّة (simultaneous equations)
- التعويض (substitute)
- المعامل (coefficient)
- المُتباينة (inequality)
- مجموعة الحلِّ (solution set)



كانت طريقة حلِّ القدماء المصريين تُشبه الآتي. تحقَّق ممَّا إذا كنت تستطيع فهمها.

يبدأ الحلُّ بالعدد ٨؛ لأنَّ العدد ٧ ، $\frac{١}{٧}$ من ٧ يمثِّلان العدد ٨

احسب كم ثمانية (أو كمية من الثمانية) نحتاجها لنصل للعدد ١٩

كميَّات العدد ٨: ١ ← ٨ ٢ ← ١٦

$\frac{١}{٢}$ ← ٤ $\frac{١}{٤}$ ← ٢ $\frac{١}{٨}$ ← ١

فالعدد ١٩ هو حاصل جمع الأعداد ١٦، ٢، ١، وهو ما يُمثِّل (الأجزاء) ٢، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٨}$ في العدد ٨، لاحظ أن الأجزاء نفسها في العدد ٧ ستعطينا نفس الكميَّات المطلوبة.

لذا يجب أن نحسب ٢، $\frac{١}{٤}$، $\frac{١}{٨}$ (أجزاء) العدد ٧:

الجزء الواحد هو ٢، $\frac{١}{٤}$، $\frac{١}{٨}$

والجزأين هما ٤، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٤}$

والأربعة أجزاء هي ٨، ١، $\frac{١}{٢}$

اجمع كلَّ القيم السابقة للحصول على أجزاء العدد ٧ وهم ٢، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٨}$

الإجماليُّ: ٧ أجزاء هي ١٦، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٨}$

هذه هي الإجابة التي يمكن كتابتها في صورة: ١٦ $\frac{٥}{٨}$

وانظر فيما يلي **الحلُّ الحديث** لهذه المسألة باستخدام الجبر.

افرض أنَّ الكميَّة تُسمَّى س واكتب المعادلة:

$$س + \frac{س}{٧} = ١٩$$

اضرب كلا الطرفين في ٧: ٧س + س = ١٣٣

← ٨س = ١٣٣

← $س = \frac{١٣٣}{٨} = ١٦\frac{٥}{٨}$

يُسهِّل الجبر عمليَّة حلِّ المسائل الرياضيَّة وستتعلَّم المزيد حول كيفيَّة استخدام الجبر في هذه الوحدة.

## ١٠-١ حلُّ المعادلات الخطيَّة

قد تكون لاحظت من خلال عملنا السابق على حلِّ المُعادلات وجود أكثر من طريقة لحلِّ معادلة واحدة. يُمكنك استخدام أيِّ طريقة تفضِّلها طالما أنَّها صحيحة. ويجب أن تكتب كلَّ خُطوةٍ من خُطوات الحلِّ بدِقَّة، وتتحقَّق من صحة إجابتك في النهاية.

**مثال ١٠-١**

حِل المعادلة ٢(س − ٥) = ٢ + ٨س.

**الحل**

**الطريقة الأولى**

| | |
|---|---|
| ٢(س − ٥) = ٢ + ٨س | اضرب خارج الأقواس. |
| ٢س − ١٠ = ٢ + ٨س | اطرح ٢س من كل طرف. |
| −١٠ = ٢ + ٦س | اطرح ٢ من كلِّ طرفٍ. |
| −١٢ = ٦س | اقسم كلَّ طرفٍ على ٦ |
| −٢ = س | |

**الطريقة الثانية**

| | |
|---|---|
| ٢(س − ٥) = ٢ + ٨س | اقسم كلَّ طرفٍ على ٢ |
| س − ٥ = ١ + ٤س | اطرح ١ من كلِّ طرفٍ. |
| س − ٦ = ٤س | اطرح س من كلِّ طرفٍ. |
| −٦ = ٣س | اقسم كلَّ طرفٍ على ٣ |
| −٢ = س | |

**تحقَّق من صحة الإجابة:**

الطرف الأيمن: ٢(س − ٥) = ٢ × (−٢ − ٥) = ٢ × (−٧) = −١٤

**و**

الطرف الأيسر: ٢ + ٨س = ٢ + (٨ × (−٢)) = ٢ + (−١٦) = −١٤

طرفي المعادلة لهما الناتج نفسه −١٤

هناك طُرق أخرى يُمكنك حلُّ هذه المعادلة بها. على سبيل المثال، في الطريقة الأولى يُمكنك طرح ٨س بدلًا من ٢س وتحصل على −٦س − ١٠ = ٢، ستحصل على نفس الناتج.

## تمارين ١٠-١

١) حِلّ المعادلات التالية:

( أ ) ٤س + ٨ = ١٤ (ب) ٤س + ١٤ = ٨

(ج) ٤س + ١٤ = −٨ ( د ) −٤س + ٨ = ١٤

٢) حِلّ المعادلات التالية:

( أ ) ع + ١٥ = ٤ (ب) ع + ١٥ = ٤ع

(ج) ع + ١٥ = ٤ع − ٣ ( د ) ع − ١٥ = ٤ع + ٣

٣) حِلّ المعادلات التالية:

( أ ) ١٢ − ص = ٤ (ب) ١٢ − ص = −٤

(ج) ١٢ − ٢ص = ٤ ( د ) ١٢ − ٢ص = −٤

٤) حِل المعادلات التالية، وتحقَّق من صحة كلِّ إجابة من إجاباتك بالتعويض:

( أ ) ٦ = ٢د − ٤ (ب) ٦ = ٢(د − ٤)

(ج) ٦د = ٢د − ٤ ( د ) ٦د = ٢(د − ٤)

٥) في المعادلة التالية:

٢(س + ١٢) = ٤س − ٦

( أ ) حِل المعادلة بالضرب خارج الأقواس أوَّلًا.

(ب) حِل المعادلة بقسمة كلا الطرفين على ٢ أوَّلًا.

٦) حِل المعادلات التالية، ثم تحقَّق من صحة إجاباتك:

( أ ) ٥ + ٣س = ٣ + ٥س (ب) ٥ + ٣س = ٣ − ٥س

(ج) ٥ − ٣س = ٣ − ٥س

٧) حِل المعادلات التالية:

( أ ) ٤(٢ع + ٣) = ١٦ (ب) ٤(٢ع − ٣) = ١٦

(ج) ٤(٢ع + ٣) = ١٦ع ( د ) ٤(٢ع − ٣) = ١٦ع

٨) حِل المعادلات التالية، و اكتب الإجابات في صورة كسور:

( أ ) ٣س + ١٢ = ٢٠ − ٤س (ب) ٩(٢ + ٣ص) = ٣٩

(ج) ع + ١٥ = ٥(٧ − ع)

٩) انظر إلى الواجب المنزليِّ الخاصِّ بمهند.

يتضمَّن كلَّ سطر من إجابته خطأ ما.

انسخ إجاباتِ مهند وصحِّح الأخطاء.

٢(س + ٨) = ٣(٦ − س)

٢س + ٨ = ١٨ − ٣س

− س + ٨ = ١٨

س = ٢٦

١٠) في المعادلة التالية:

١٠(س – ٤) = ٥س + ٢٥

( أ ) بدأ هيثم حلَّ المعادلة بالضرب خارج الأقواس. فكتب المقابل:

١٠س – ٤٠ = ٥س + ٢٥

أكمل حلَّ هيثم للمعادلة.

(ب) بدأ فهد الحلَّ بقسمة كلا طرفيّ المعادلة

١٠(س – ٤) = ٥س + ٢٥ على ٥

أكمل حلَّ فهد للمعادلة.

( ج ) من طريقة حلِّه أفضل؟

١١) بدأ هلال وأحمد حلَّ المعادلة ٦ – ٢س = ٣س + ٢٥

كتب هلال:

٦ – ٢س = ٣س + ٢٥
٦ = ٥س + ٢٥

كتب أحمد:

٦ – ٢س = ٣س + ٢٥
–٢س = ٣س + ١٩

( أ ) ماذا فعل هلال في البداية؟

(ب) أكمل حلَّ هلال.

( ج ) ماذا فعل أحمد في البداية؟

( د ) أكمل حلَّ أحمد.

١٢) المُعادلات والإجابات التالية غير مرتّبة، صل كل معادلة بإجابتها الصحيحة:

| | |
|---|---|
| ٢(س + ٣) + س = ٠ | س = ٨ |
| س + ٢(س – ٣) = ٠ | س = ٦ |
| ٣س – ٢(س + ٣) = ٠ | س = ٢ |
| –(س + ٢) + ٢(س – ٣) = ٠ | س = ١ |
| س – (٢ – س) = ٠ | س = –٢ |

١٣) حِل المعادلات التالية:

( أ ) ١٢ – (م – ٣) = ٤

(ب) ١٢ – (٣ – م) = ٤

( ج ) ١٢ – ٢(م – ٣) = –٤

١٤) حِل المعادلات التالية:

( أ ) س + ٢(س + ١) + ٣(س + ٢) = ٤(س + ٣)

(ب) س + ٢(س – ١) – ٣(س – ٢) = ٤(س – ٣)

## ١٠-٢ حلُّ المشكلات

يُمكنك استخدام المُعادلات لحلِّ مسائل الأعداد البسيطة.

**مثال ١٠-٢**

يفكِّر راشد في عددٍ ما. ضاعف راشد العدد ثم أضاف إليه ٣ ثُمَّ ضاعفه مجدَّدًا؛ فكان الناتج هو ٧٠ فما العدد الذي يفكِّر فيه؟

**الحل**

| | |
|---|---|
| نفرض أن العدد هو م. | ويُمكنك استخدام أيِّ حرفٍ آخر. |
| ٢م + ٣ | ضاعف العدد وأضف إليه ٣ |
| ٢ (٢م + ٣) = ٧٠ | ضاعف ٢م + ٣ ليكون الناتج ٧٠، الآن حِل المعادلة. |
| ٢م + ٣ = ٣٥ | اقسم كلا الطرفين على ٢ |
| ٢م = ٣٢ | اطرح ٣ من كلا الطرفين |
| م = ١٦ | العدد هو ١٦ |

### تمارين ١٠-٢

١) اختارت سعاد ثلاثة أعداد كالآتي: ك ، ك + ٢ ، ك +٤

( أ ) أوجد الفرق بين أكبر عدد وأصغر عدد.

(ب) يبلُغ مجموع الأعداد الثلاثة ١٠٠، اكتب المعادلة التي توضِّح ذلك.

( ج ) حِل المعادلة لإيجاد قيمة ك.

( د ) اكتب قيم الأعداد الثلاثة.

٢) يبلُغ طول المُستطيل المقابل س سم.

( أ ) يقلُّ عرض المُستطيل عن طوله بمقدار ٢ سم.

اكتب عبارةً جبريَّةً لإيجاد عرض المُستطيل بالسنتيمتر.

(ب) يبلُغ محيط المُستطيل ٨٤ سم. اكتب المُعادلة التي توضِّح ذلك.

( ج ) حِل المعادلة.

( د ) أوجد مساحة المُستطيل.

س سم

٣) العددان ٣م، ٣م + ٣ يمثِّلان مضاعفين متتاليين للعدد ٣

( أ ) يبلُغ مجموع العددين ١٤١، اكتب المعادلة التي توضِّح ذلك.

(ب) حِل المعادلة لإيجاد قيمة م

( ج ) أوجد قيمة العددين

٤) تبلُغ سميَّة س من العُمْر.

( أ ) اكتب عبارةً جبريَّةً لما يلي:

(١) عُمْر سميَّة بعد مرور ١٠ سنواتٍ

(٢) عُمْر سميَّة قبل ٦ سنواتٍ

(ب) اكتب معادلةً بدلالة س

(استعن بالمعلومات الموضحة بالإطار المقابل)

بعد مرور عشر سنوات، سأكون قد بلغت من العُمْر ضعف ما كنت عليه قبل ست سنوات.

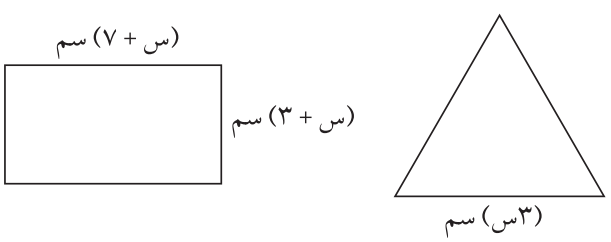
(ج) حِل المعادلة لإيجاد عُمْر سميَّة الآن.

٥) تبلُغ أطوال أضلاع المُثلَّث بالسنتيمتر س ، ٢س – ٣ ، ٢س + ٥؛ ويبلُغ مُحيط المُثلَّث ٥٧ سم.

( أ ) اكتب معادلةً بدلالة س.

(ب) أوجد أطوال أضلاع المُثلَّث.

٦) في الشكلين المقابلين، يتساوى مُحيط المُثلَّث المُتطابق الأضلاع والمستطيل.




( أ ) اكتب المعادلة التي توضِّح ذلك.

(ب) حِل المعادلة.

(ج) أوجد أطوال أضلاع كلا الشكلين.

## ١٠-٣ حل معادلتين آنيًا بالتعويض

يبلُغ مجموع عددين ٨٣؛ والفرق بينهما ١٨، فما هما العددان؟

إذا رمزنا لهذه الأعداد بالمتغيرين س، ص فإن س + ص = ٨٣

وكذلك س − ص = ١٨

بالنسبة للمتغيِّرين، تكون المعادلتان الآنيَّتان صحيحتين في الوقت ذاته أو متزامنتين معًا.

والآن لديك معادلتان وقيمتان مجهولتان. ونطلق على هاتين المعادلتين **معادلتان آنيَّتان**.

يجب الآن إيجاد قيمتي س، ص اللتان ستحلّان كلتا المعادلتين الآنيَّتين.

أعد كتابة المُعادلة الثانية على النحو المقابل: س = ١٨ + ص

**عوّض** بهذه المعادلة في المعادلة الأولى. ١٨ + ص + ص = ٨٣

٢ص = ٨٣ − ١٨ = ٦٥

ص = ٣٢,٥

ثُمَّ عوّض بهذه القيمة لإيجاد س: س = ١٨ + ص = ١٨ + ٣٢,٥

= ٥٠,٥

تحقَّق من أنَّ: س + ص = ٥٠,٥ + ٣٢,٥ = ٨٣

س − ص = ٥٠,٥ − ٣٢,٥ = ١٨

**مثال ١٠-٣**

حِل المعادلات الآنيَّة التالية: ٣س + ٢ ص = ٦٠

ص = ٢س − ٥

**الحل**

عوّض بالمعادلة الثانية في المعادلة الأولى

٣س + ٢(٢س − ٥) = ٦٠ ضع ٢س − ٥ داخل قوسين.

٣س + ٤س − ١٠ = ٦٠ اضرب خارج الأقواس.

٧س = ٧٠ اجمع ٣س، ٤س؛ وأضف ١٠ لكلا الطرفين.

س = ١٠ اقسم الطرفين على ٧

عوّض بقيمة س في المعادلة الثانية

ص = ٢ × ١٠ − ٥ = ١٥ تحقَّق من هذه القيم في المعادلة الأولى: (٣ × ١٠) + (٢ × ١٥) = ٦٠

## تمارين ١٠-٣

١) حِل المعادلات الآنيَّة التالية:

ص = ٢س − ١ ص = س + ٤

ابدأ بالمعادلة
٢س − ١ = س + ٤

٢) حِل المعادلات الآنيَّة التالية:

ص = س − ٩ ص = ٣س + ١

٣) حِل المعادلات الآنيَّة التالية:

ص = ٩ − ٢س ص = س − ١٢

٤) حِل كلَّ زوج من أزواج المعادلات الآنيَّة التالية:

( أ ) س + ص = ١ (ب) س + ص = ١٩ (ج) س + ص = −٢

ص = ٢س − ٨ ص = ٥س + ١ ص = س − ١٠

٥) حِل المعادلات الآنيَّة التالية.

٣س = ص س = ص − ١٦

٦) حِل المعادلات الآنيَّة التالية:

ص = ٢س س = ٢ص − ٩

٧) حِل المعادلات الآنيَّة التالية:

ص = ٣(س + ٥) ٢س + ص = ٠

٨) حِل المعادلات الآنيَّة التالية:

٢س + ٥ص = ٢٢ ص = س − ٤

## ١٠-٤ حل معادلتين آنيا بالحذف

انظر مرَّةً أخرى إلى المعادلات الآنيَّة المذكورة في الموضوع السابق:

س + ص = ٨٣

س − ص = ١٨

يُمكن حلُّ هاتين المعادلتين بطريقة أخرى من خلال جمع المعادلتين معًا.

(س + ص) + (س − ص) = ٨٣ + ١٨

يحذف الحدَّان ص

٢س = ١٠١

س = ٥٠,٥

عوّض بهذه القيمة في المعادلة الأولى ٥٠,٥ + ص = ٨٣ ← ص = ٨٣ − ٥٠,٥ = ٣٢,٥

نجحت هذه الطريقة؛ لأنَّ ناتج جمع **معاملات** ص: ١، −١ يساوي صفر

المعامل هو العدد الذي يُضرَب في المتغير.

**مثال ١٠-٤**

حِل المعادلات الآنيَّة الآتية: ٥س + ص = ٢٧

٢س + ص = ٦

**الحل**

اطرح المعادلة الثانية من المعادلة الأولى

(٥س + ص) − (٢س + ص) = ٢٧ − ٦ سيعمل الطرح على حذف الحدود ص.

٣س = ٢١ اجمع الحدود المتشابهة.

س = ٧

عوّض بهذا الناتج في المعادلة الثانية

٢ × ٧ + ص = ٦ يُمكنك أيضًا التعويض بقيمة س في المعادلة الأولى.

ص = ٦ − ١٤ = −٨

### تمارين ١٠-٤

١) حِل كلَّ زوج من أزواج المعادلات الآنيَّة التالية. مستخدمًا أيّ طريقة تريدها:

(أ) س + ص = ١٥ (ب) س + ص = ٣٠ (ج) س + ص = ٢

س − ص = ٣ س − ص = ١ س − ص = ١٤

٢) في المعادلتين الآنيَّتين التاليتين:

٢س + ص = ١٩

٣س – ص = ٢١

( أ ) اجمع طرفي المعادلتين واستخدم الناتج لإيجاد قيمة س.

(ب) أوجد قيمة ص.

٣) في المعادلتين الآنيَّتين التاليتين:

س + ٦ص = ٩

س + ٢ص = ١

( أ ) اطرح طرفي المعادلتين واستخدم الناتج لإيجاد قيمة ص.

(ب) أوجد قيمة س.

٤) في المعادلتين الآنيَّتين التاليتين:

٣س + ٢ص = ٣٨

س – ٢ص = ٢

( أ ) أوجد قيمة ٤س.

(ب) أوجد قيمة س ، ص.

هل ستجري عمليَّة جمع أم عمليَّة طرح لحذف ص؟

٥) حِل المعادلات الآنيَّة التالية مستخدمًا أيّ طريقة تريدها:

( أ ) ٢س + ص = ٢٢

س – ص = ٥

(ب) ص = ٢س – ١٢

س + ص = ٣

(ج) ٢س + ص = ٠

س + ٢ص = ١٢

## ١٠-٥ المتباينات

في المعادلة التالية: ٢س + ٣ = ١٠

لحلِّ هذه المعادلة، اطرح ٣ أوَّلًا. ٢س = ٧

ثُمَّ اقسم على ٢ س = ٣,٥

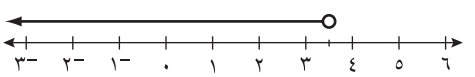
أمَّا الآن فلدينا **متباينة**. ٢س + ٣ > ١٠

يُمكنك حلُّ المتباينة بنفس طريقة حلِّ المعادلة.

اطرح ٣ أوَّلًا. ٢س > ٧

ثُمَّ اقسم على ٢ س > ٣,٥

**مجموعة الحلِّ** هي أيُّ قيمةٍ تكون فيها س أقل من ٥ , ٣ ويُمكنك عرض مجموعة الحلِّ هذه على خطِّ الأعداد.




توضِّح الدائرة المفتوحة (○) أنَّ مجموعة الحلِّ لا تتضمن العدد ٥ , ٣

ينبغي لك معرفة علامات المتباينات الأربعة المنصوص عليها في الإطار المقابل.

| | |
|---|---|
| < | أصغر من |
| > | أكبر من |
| ⩽ | أصغر من أو يساوي |
| ⩾ | أكبر من أو يساوي |

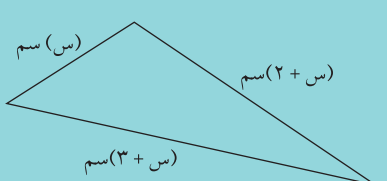
### مثال ١٠-٥

مُحيط المُثلَّث المقابل يساوي ٥٠ سم على الأقلِّ.

( أ ) اكتب المتباينة التي توضِّح ذلك.

(ب) حِل المتباينة.

(ج) وضِّح مجموعة الحلِّ على خطِّ الأعداد.




**الحل**

لإيجاد محيط المثلث نجمع جميع الأضلاع :

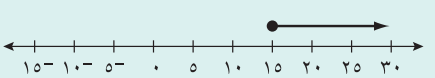
(س + ٢) + س + (س + ٣)

( أ ) ٣س + ٥ ⩾ ٥٠ (٥٠ على الأقلِّ) تعني (٥٠ أو أكثر).

(ب) ٣س ⩾ ٤٥ اطرح ٥ من كلا الطرفين.

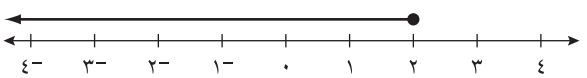
س ⩾ ١٥ اقسم كلا الطرفين على ٣

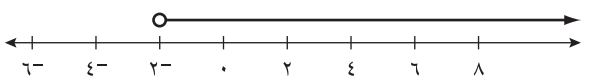
(ج) توضِّح الدائرة المغلقة (●) أنَّ مجموعة الحلِّ تتضمَّن العدد ١٥

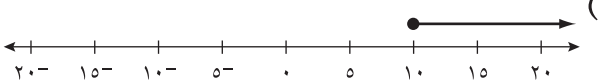


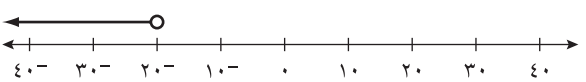
## تمارين ١٠-٥

١) اكتب المتباينة التي تصف كلَّ مجموعة حلٍّ من مجموعات الحلِّ التالية:

(أ)



(ب)



(ج)



(د)



٢) وضِّح على خط الأعداد كلَّ مجموعة حلٍّ من مجموعات الحلِّ التالية:

(أ) س > ٣ (ب) س ⩾ −٣

(ج) س < ٠ (د) س ⩽ −٢٠

٣) يمثِّل م عددًا صحيحًا، أوجد:

(أ) أصغر قيمة محتملة للعدد م إذا كانت م ⩽ ٦,٥

(ب) أكبر قيمة محتملة للعدد م إذا كانت م < −٣

(ج) القيم المحتملة للعدد م إذا كانت م ⩽ −٢، م > ٢

٤) حِل المتباينات التالية:

(أ) ٥س > ٧ (ب) ٤س + ١ ⩾ ١٥

(ج) ٣س + ١ > −٦ (د) ٣(س + ١) ⩽ −٦

٥) وضِّح على خط الأعداد كلَّ مجموعة من مجموعات الحلِّ المذكورة في السؤال ٤

٦) إذا كانت ع > ٢

فاكتب متباينة لكلِّ عبارةٍ جبريَّةٍ من العبارات الجبرية التالية:

(أ) ٢ع + ٩ (ب) ٣(ع − ٤)

(ج) ٤ + ٢ع (د) ٥(٣ع − ٢)

٧) حِل المتباينات التالية:

(أ) ٢(س + ٤) > ١٥ (ب) ٣ص − ٤ ⩽ ص + ١٨

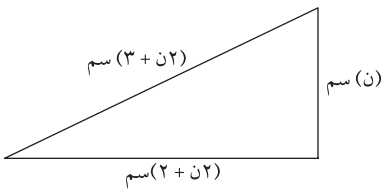
(ج) ع + ١٨ ⩾ ٣٠ − ع (د) ٣(ل + ٥) > ٢(ل − ٦)

٨) لا يتجاوز محيط المُثلَّث المقابل ٣٠ سم.

( أ ) اكتب المتباينة التي توضِّح ذلك.

(ب) حِل المتباينة.

(ج) ما أكبر قيمة محتملة لأطوال الأضلاع؟

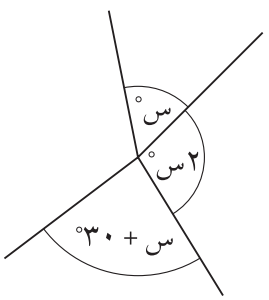



٩) يوضِّح الشكل المقابل أربع زوايا حول نقطة.

( أ ) اكتب المتباينة التي توضح ذلك.

(ب) حِل المتباينة.

(ج) اشرح لماذا لا يمكن اعتبار (س) زاوية قائمة.




## ملخص

**يجب أن تعرف أن:**

- ★ يُمكن حلُّ المعادلات الخطيَّة عن طريق العمليَّات الجبريَّة، ويُمكن إجراء الأمر نفسه على طرفي المعادلة.
- ★ يُمكن حلُّ المسائل العددية عن طريق وضعها في صورة معادلات ثُمَّ حلِّها.
- ★ يُطلَق على المعادلتين المتضمنتين لمجهولين اسم «المعادلات الآنيَّة».ويمكن حلها عن طريق حذف أحد المتغيِّرين أو عن طريق التعويض.
- ★ يُمكن حلُّ المتباينات الخطيَّة بطريقة تشبه طريقة حلِّ المعادلات الخطيَّة.

**يجب أن تكون قادرًا على:**

- ★ كتابة وحلِّ معادلات خطيَّة تتضمَّن معاملات العدد الصحيح (بأقواس وبدون أقواس، إشارات سالبة في أيِّ مكان بالمعادلة، ناتج حلٍّ موجب أو سالب)؛ حلّ مسألة عدديَّة عن طريق كتابة معادلة خطيَّة وحلِّها.
- ★ حلِّ زوج من المعادلات الخطيَّة الآنيَّة عن طريق حذف متغيِّر واحد أو عن طريق التعويض.
- ★ فهم واستخدام علامات المتباينة (<، >، ≤، ≥)، وكتابة المتباينات الخطيَّة وحلِّها عن طريق إيجاد متغيِّر واحد، وتمثيل مجموعة الحلِّ على خط الأعداد.
- ★ التعامل مع الأعداد، والعبارات الجبريَّة، والمعادلات، وتطبيق الخوارزميَّات المنهجيَّة.
- ★ التحقُّق من نتائج العمليَّات الحسابيَّة باستخدام العمليَّات العكسيَّة.

## تمارين ومسائل عامة

١) حِل المعادلات التالية:

( أ ) ١٥ + ١٠س = ١٠٥ (ب) ١٠س – ١٠٥ = ١٥

(ج) ١٠(١٥ + س) = ١٠٥ ( د ) ١٥ – ١٠س = ١٠٥

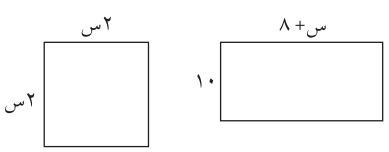
٢) حِل المعادلات التالية:

( أ ) ٦م – ٥ = ٢م + ٢٩ (ب) ٦(م – ٥) = ٢(م + ٢٩)

(ج) ٦م – ٥ = ٢٩ – ٢م

٣) أطوال الأضلاع بالأشكال المقابلة بالسنتيمتر.

إذا كان المُربَّع والمُستطيل المقابلين لهما نفسَ المحيط:




( أ ) اكتب المعادلة التي توضِّح ذلك.

(ب) حِل المعادلة.

(ج) أوجد طول المُستطيل.

٤) اقرأ المسألة العدديَّة الخاصَّة بعائشة.

أفكِّر في العدد س.
ناتج مضاعفة (س + ١٠) مرَّتين هو نفس ناتج مضاعفة (س – ١٠) أربع مرَّات.

( أ ) اكتب المعادلة التي توضِّح ذلك.

(ب) حِل المعادلة لإيجاد قيمة س.

٥) حِل المعادلات الآنيَّة التالية:

( أ ) س + ص = ٢٤ (ب) ٢س + ص = ١٠٠ (ج) س + ص = ٢٦

ص = ٢س ص = ٢(س – ١٠) ٣س + ص = ٥٦

٦) يبلُغ مجموع عددين ١٠٠ والفرق بينهما ٩٥، أوجد هذين العددين.

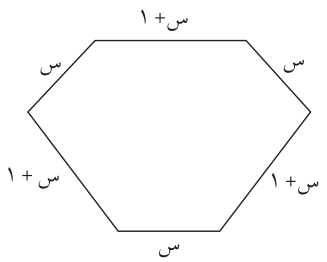
٧) حِل المتباينات التالية:

( أ ) ٤س + ١٢ ⩽ ٤٠ (ب) ٣(س + ٨) ⩾ ١٢

(ج) ٥س – ١٤ > ٣س + ١٥

٨) مثّل مجموعات حلِّ السؤال ٧ على خطِّ الأعداد.

٩) أطوال أضلاع المُضلَّع السداسي المُقابل بالمتر.




( أ ) محيط المُضلَّع أقلُّ من ٥٠ مترًا. اكتب متباينةً تمثِّل ذلك.

(ب) حِل المتباينة.

(ج) إذا كانت س تمثِّل عددًا صحيحًا، فأوجد أكبر قيمة محتملة لها.

١٠) س + ٥,٥ = ٠

حدِّد ما إذا كانت العبارات الجبرية الآتية صحيحةً أم خاطئةً:

( أ ) ٢(س + ٣) ⩾ −٥ (ب) ٣ − ٢س > ١٢

# الوحدة الحادية عشرة: الرسوم البيانيَّة

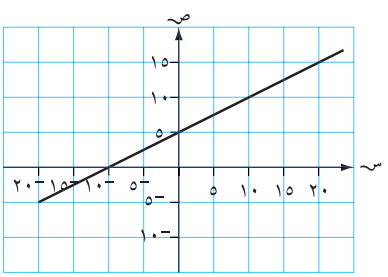
ماذا يُمكن أن تقول عن المعادلة ص = ٥ , ٠ س + ٥؟

يجب أن تتعرَّف عليها باعتبارها معادلة المُستقيم.

لرسم الخطِّ، تحتاج أن تجد بعض النقاط، ابدأ بجدول القيم.

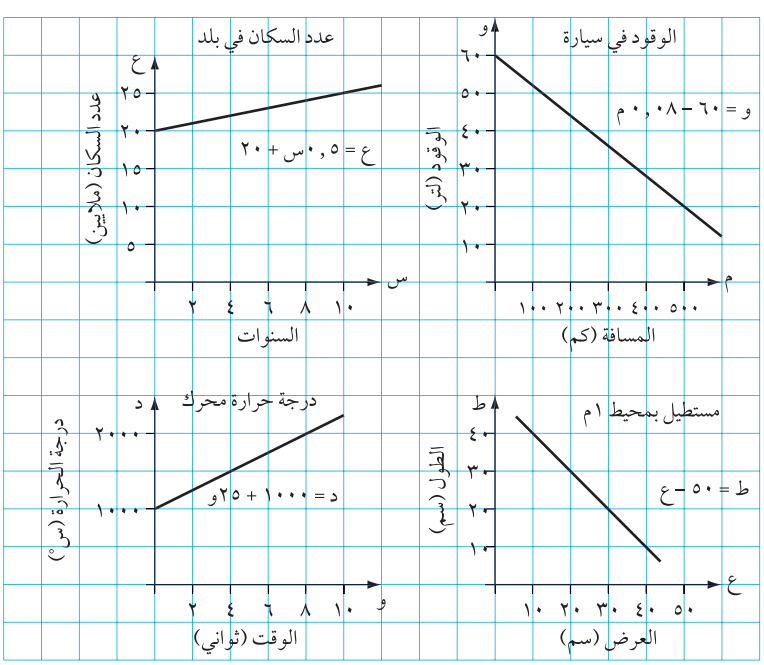
| س | ٢٠− | ١٥− | ١٠− | ٥− | ٠ | ٥ | ١٠ | ١٥ | ٢٠ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ٥ , ٠ س + ٥ | ٥− | ٢,٥− | ٠ | ٢,٥ | ٥ | ٧,٥ | ١٠ | ١٢,٥ | ١٥ |

والآن يُمكنك تحديد موضع تلك النقاط على الرسم البيانيِّ ورسم خطًّا مُستقيمًا خلالها.




ولكن لِمَ ستستخدم رسمًا بيانيًّا خطيًّا؟

إليك بعض الأمثلة العمليَّة.




ومن خلالها، يُمكنك ملاحظة أنَّ المتغيِّرات ليست من الضروريِّ أن تكون س، ص بل يُمكنك استخدام أيِّ حرف.

في هذه الوحدة، ستتعلَّم المزيد عن فهم ورسم كلِّ أنواع الرسوم البيانيَّة وكيفية استخدامها.

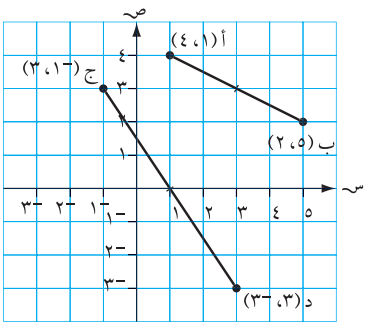
## المُفردات

تأكَّد من تعلُّمك وفَهْمك للمفردات الأساسية التالية:

- القطعة المُستقيمة (line segment)
- نقطة المنتصف (midpoint)
- الميل (gradient)
- المُعامِل (coefficient)
- التناسُب الطرديُّ (direct proportion)

## ١١-١ نقطة المُنتصف للقطعة المُستقيمة

يُشير الشكل إلى **القطعتين المستقيمتين** أ ب، ج د.




إنَّ **نقطة مُنتصف** $\overline{أ ب}$ تقع في المُنتصف بين أ، ب. يُمكنك أن ترى من خلال المُخطَّط أنَّ نقطة مُنتصف أ، ب هي (٣، ٣)

نقطة مُنتصف $\overline{ج د}$ هي (١، ٠)

يُمكنك أن تجد نقطة المُنتصف للقطعة المُستقيمة عن طريق إيجاد الوسط الحسابيِّ لإحداثيَّات محور السينات وإحداثيَّات محور الصادات لنقاط النهاية.

يجعل هذا نقطة المُنتصف للقطعة $\overline{أ ب}$ على هذا النحو

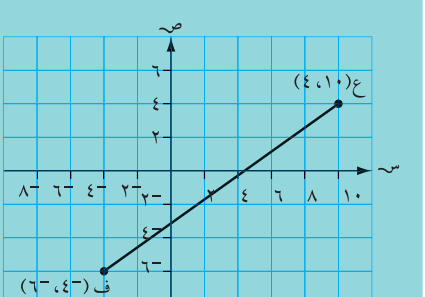
$\left(\frac{١+٥}{٢}، \frac{٤+٢}{٢}\right) = (٣، ٣)$

نقطة مُنتصف $\overline{ج د}$ هي $\left(\frac{-١+٣}{٢}، \frac{٣+(-٣)}{٢}\right) = (١، ٠)$

نقطة المنتصف للنقطتين أ(س١، ص١)، ب(س٢، ص٢) تساوي $\left(\frac{س١ + س٢}{٢}، \frac{ص١ + ص٢}{٢}\right)$

### مثال ١١-١

يوضِّح الشكل التالي النقاط ع(١٠، ٤)، ف(-٤، -٦)




أوجد إحداثيَّات نقطة المُنتصف للقطعة $\overline{ع ف}$.

**الحل**

$\frac{١٠ + (-٤)}{٢} = \frac{٦}{٢} = ٣$ هذا هو الإحداثي السينيُّ لنقطة المُنتصف.

$\frac{٤ + (-٦)}{٢} = \frac{-٢}{٢} = -١$ هذا هو الإحداثي الصاديُّ لنقطة المُنتصف.

نقطة مُنتصف للقطعة $\overline{ع ف}$ هي (٣، -١)

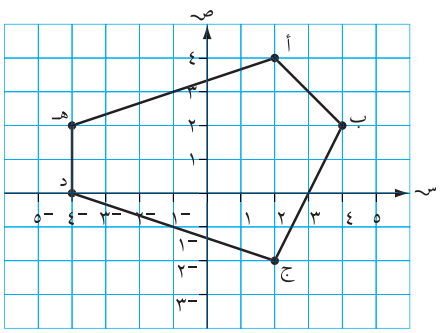
## تمارين ١١-١

١) أ هي النقطة (٢، ٤)، ب هي النقطة (٦، ٠)

( أ ) حدد النقاط أ، ب على شبكة إحداثيَّات وارسم $\overline{أ ب}$.

(ب) أوجد إحداثيَّات نقطة المُنتصف لـ $\overline{أ ب}$.

٢) أوجد إحداثيَّات نقطة المُنتصف لكلِّ ضلعٍ من أضلاع المُضلَّع الخماسي المقابل.




٣) إذا كانت أ (٨، ٠)، ب (٠، ٦)، ج (١٠، ١٢)

أوجد نقطة المُنتصف لكلٍّ من:

( أ ) $\overline{أ ب}$ (ب) $\overline{أ ج}$ (ج) $\overline{ب ج}$

ارسُم مُخطَّطًا إذا أردت.

٤) أوجد نقطة المُنتصف للقطعة المُستقيمة بين:

( أ ) (١، −١)، (٧، ٥) (ب) (−٤، −٣)، (٢، ٥)

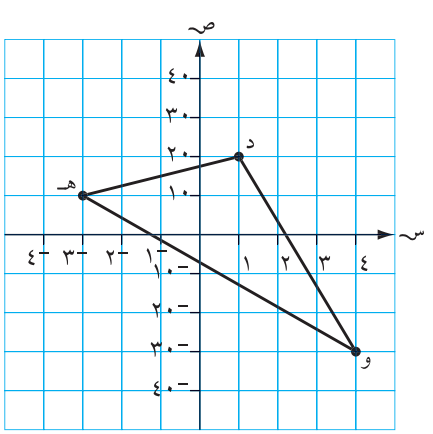
(ج) (١٠، −٢)، (−٢، ١٠)

٥) أوجد نقطة المُنتصف للقطعة المُستقيمة بين:

( أ ) (٥، −٢)، (٢، −٦) (ب) (−٤، ٥)، (٣، ٠)

(ج) (−٧، ٥)، (−١٠، ١٠)

٦) أوجد إحداثيَّات نقطة المُنتصف لكلِّ ضلعٍ في المُثلَّث التالي:



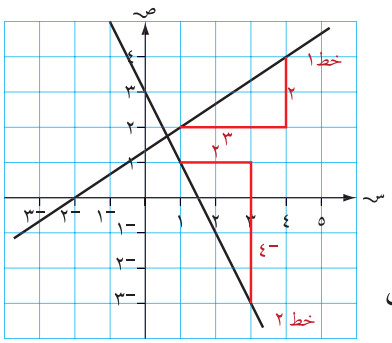
٧) تقع رؤوس مُربَّع عند النقاط أ (٢، ٣) ، ب (٣، −١) ، ج (−١، −٢) ، د (−٢، ٢)
( أ ) ارسُم المُربَّع.
(ب) الأقطار هي $\overline{أ ج}$ ، $\overline{ب د}$. اثبت أنَّ للأقطار نفس نقطة المُنتصف.

٨) تقع رؤوس متوازي أضلاع عند النقاط ع (٢، ٥)، ف (−٢، ٣)، ص (٢، −١)، ق (٦، ١)
الأقطار هي $\overline{ع ص}$ ، $\overline{ف ق}$. اثبت أنَّ للأقطار نفس نقطة المُنتصف.

٩) تقع رؤوس رباعيٍّ أضلاع عند النقاط (−٢، ١)، (٠، ٤)، (٥، ٢)، (١، −١)، هل للأقطار نفس نقطة المُنتصف؟ فسر إجابتك.

١٠) نقطة المُنتصف لقطعة مُستقيمة هي (٤، ١)، إحدى النهايات للقطعة المُستقيمة هي (٢، ٥)، أوجد إحداثيَّات النهاية الأخرى.

## ١١-٢ ميل الخط المستقيم




انظر إلى الرسم البيانيِّ المقابل لخطّين مستقيمين.

كلا الخطّين مائلين، ولكن أحدهما أكثر ميلًا من الآخر.

توصف حِدَّة الرسم البيانيِّ من خلال **ميله**.

لإيجاد ميل الخطِّ، يُمكنك رسم مُثلَّث قائم الزَّاوية.

استخدم جزءًا من الخطِّ نفسه بصفته وتر المثلث القائم وحدِّد مكان المُثلَّث حتى يقع الضلعان الآخران له على خطوط شبكة الإحداثيَّات.

أوجد الفرق بين إحداثيَّات محور السينات وإحداثيَّات محور الصادات لنقاط نهاية القطعة المستقيمة التي استخدمتها.

الميل هو: $\frac{\text{التغيير في ص}}{\text{التغيير في س}} = \frac{\text{ص}_٢ - \text{ص}_١}{\text{س}_٢ - \text{س}_١}$

ميل الخطِّ ١ هو $\frac{٢}{٣}$

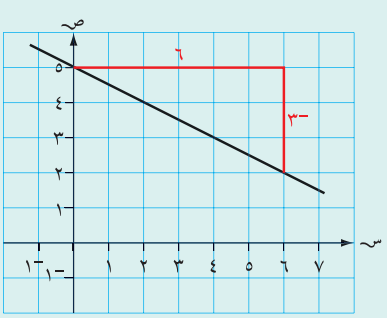
ميل الخطِّ ٢ هو $\frac{-٤}{٢} = -٢$

إذا كان الميل سالب فإن الخط المستقيم يميل للأسفل من اليسار إلى اليمين ،أما إذا كان الميل موجب فإن الخط المستقيم يميل للأسفل من اليمين إلى اليسار.

### مثال ١١-٢

يمرُّ الرسم البيانيُّ الخطيُّ خلال النقاط (٠، ٥)، (٦، ٢)، أوجد ميل الرسم البيانيِّ.

**الحل**




حدِّد موضع النقاط وارسُم المستقيم.

ارسُم مُثلَّثًا.

الميل هو $-\frac{٣}{٦} = -\frac{١}{٢}$

كما يمكنك إيجاد الميل باستخدام القانون

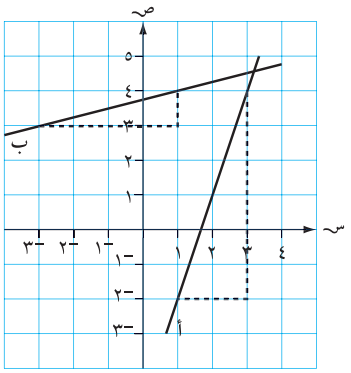
$$م = \frac{\text{ص}_٢ - \text{ص}_١}{\text{س}_٢ - \text{س}_١}$$

$$= \frac{٢ - ٥}{٦ - ٠}$$

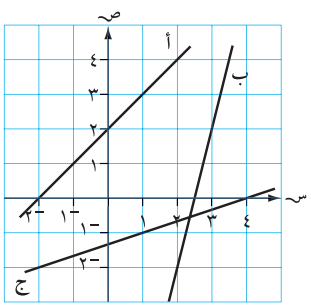
$$= -\frac{٣}{٦} = -\frac{١}{٢}$$

## تمارين ١١-٢

١) احسب ميل المستقيم ( أ ) والمستقيم (ب)

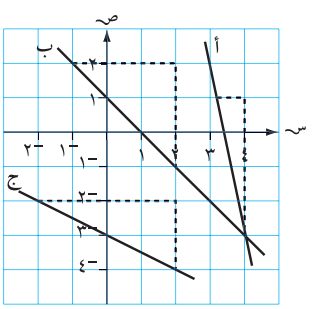



٢) أوجد ميل المستقيمات ( أ )، (ب)، ( ج )

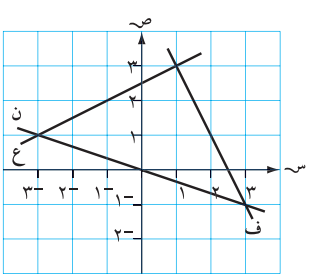



٣) أوجد ميل المستقيمات ( أ )، (ب)، ( ج )

ميل المستقيمات بالسالب



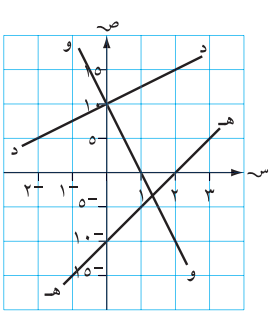

٤) أوجد ميل المستقيمات (ع)، (ف)، (ن)



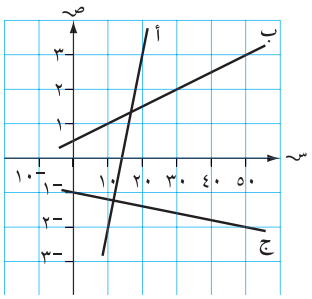

٥) ( أ ) وضِّح أنَّ ميل المستقيم ( د ) هو ٢,٥

(ب) أوجد ميل المستقيمات (هـ)، (و)

انظر إلى الأعداد الموجودة على المحاور



٦) أوجد ميل المستقيمات ( أ )، (ب)، ( ج )




٧) يمرُّ مُستقيم خلال النقاط (-٤، ٢) ، (٢، ٥) ، (٤، ٦)

( أ ) ارسُم المستقيم على شبكة الاحداثيات.

(ب) أوجد ميل المستقيم.

٨) أوجد ميل المُستقيم خلال كلِّ مجموعة من النقاط التالية:

( أ ) (٣، -٤) ، (٦، ٢) ، (٤، -٢)

(ب) (٣، ٦) ، (-٦، -٣) ، (-٣، ٠)

( ج ) (-١، -٦) ، (-٤، ٦) ، (-٣، ٢)

( د ) (٥، ٣) ، (٢، ٣) ، (-٤، ٣)

حدِّد موضع النقاط على رسم بيانيٍّ.

٩) أوجد ميل المُستقيم خلال كلِّ مجموعة من النقاط التالية:

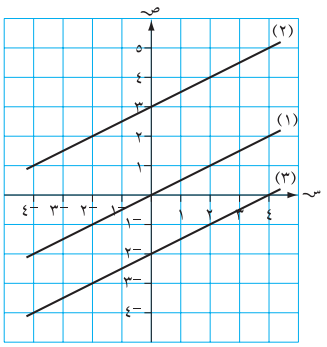
( أ ) (٠، ٠) ، (٢، ١٢) ، (-٥، -٣٠)

(ب) (١٠، ٠) ، (٥، ٢٠) ، (٠، ٤٠)

( ج ) (١٠، ٠) ، (٩، -١٢) ، (١٢، ٢٤)

( د ) (-١٠، ١٠) ، (٠، ١١) ، (٥، ٥,١١)

## ١١-٣ معادلة الخط المستقيم ص = م س + جـ




يشير الرسم البيانيُّ إلى ثلاثة مستقيمات.

ميل كلِّ المستقيم هو $\frac{١}{٢}$

معادلات المستقيمات هي: (١) ص = $\frac{١}{٢}$ س (٢) ص = $\frac{١}{٢}$ س + ٣

(٣) ص = $\frac{١}{٢}$ س − ٢

المعادلات في صورة ص = م س + جـ، حيث إنّ م، جـ أعداد.

مُعامِل س هو م، وهو ميل المُستقيم، جـ هو الجزء المقطوع من محور الصادات.

**مثال ١١-٣أ**

( أ ) أوجد ميل المستقيم الذي معادلته ص = ٥ س − ١٥

(ب) أوجد ميل المستقيم الذي معادلته ص = −٣س − ١٥

**الحل**

( أ ) ∵ معامل س هو ٥ ∴ الميل ٥

(ب) ∵ معامل س هو −٣ ∴ الميل −٣

**مثال ١١-٣ب**

مستقيم معادلته هي ص = ٢س + جـ

أوجد معادلة المستقيم الموازي له ويمر بالنقطة (١، ٦)

**الحل**

ميل المستقيم هو ٢، لذا ميل المستقيم الموازي له يساوي ٢

باستخدام المعادلة ص = م س + جـ والتعويض بالنقطة (١، ٦)، ستكون معادلة المستقيم الموازي ٦ = ٢ × ١ + جـ

∵ جـ = ٤

∴ المعادلة هي ص = ٢س + ٤

### تمارين ١١-٣

١) ( أ ) ارسُم المستقيم الذي معادلته ص = ٠,٥ س

(ب) على نفس الشبكة، ارسُم المستقيم الذي معادلته ص = ٠,٥ س + ٢,٥

(ج) على نفس الشبكة، ارسُم المستقيم الذي معادلته ص = ٠,٥ س − ٣

( د ) أوجد ميل كلِّ مستقيم.

٢) أوجد ميل المستقيمات التي معادلاتها:

( أ ) ص = ٢س + ٥ (ب) ص = $-٢$س + ٥

(ج) ص = ٣س + ٥ ( د ) ص = $-٣$س − ٥

٣) فيما يلي معادلات أربعة مستقيمات:

أ) ص = ٤س + ١٠ ب) ص = ١٠س − ٤ ج) ص = ٤س − ٤ د) ص = $-١٠$س + ٤

اكتب أحرف كلٍّ مما يلي:

( أ ) مستقيمين لهما نفس الميل (ب) مستقيم يمرُّ من خلال (٠، ١٠)

( د ) مستقيمين يمرَّان من خلال (٠، $-٤$) (ج) مستقيم بميل سالب

٤) معادلة مُستقيمٍ هي ص = ٦س − ٤

( أ ) أوجد معادلة المستقيم الذي له نفس ميل المُستقيم، الذي يمرُّ من خلال نقطة الأصل (٠، ٠)

(ب) أوجد معادلة المستقيم الذي له نفس ميل المُستقيم، الذي يمرُّ من خلال النقطة (٠، ٨)

٥) أوجد ميل المستقيمات باستخدام المعادلات التالية:

( أ ) ص = ٥س + ٢ (ب) ص = ٥ + ٢س

(ج) ص = $-٥$س + ٢ ( د ) ص = ٥ − ٢س

٦) فيما يلي مُعادلات خمسة مستقيمات:

أ : ص = ٢س + ٣ ب : ص = ٣ − ٢س ج : ص = ٢س − ٣

د : ص = $-٣$ − ٢س هـ : ص = $-٢$س + ٢

أيُّ المستقيمات السابقة متوازية (لها نفس الميل)؟

## ١١-٤ الرسم البياني للخط المستقيم

هذه معادلة مستقيم $ص = -٢س + ٣$

وميل المُستقيم هو $-٢$

يُمكنك كتابة المعادلة بطُرق مختلفة.

غيِّر الترتيب. $ص = ٣ - ٢س$

أضف ٢س إلى كلا الطرفين. $ص + ٢س = ٣$

غيِّر الترتيب. $٢س + ص = ٣$

اطرح ٣ من كلا الطرفين. $٢س + ص - ٣ = ٠$

كلُّ هذه طُرق مختلفة لكتابة معادلة المستقيم.

### مثال ١١-٤

معادلة مستقيمًا ما هي $٢ص - ٣س + ٤ = ٠$

( أ ) أثبِت أنَّ هذه معادلة مُستقيم.

(ب) أوجد ميل المستقيم.

(ج) ارسم المستقيم.

### الحل

( أ ) $٢ص + ٤ = ٣س$

$٢ص = ٣س - ٤$

$ص = ١,٥س - ٢$

هذه معادلة مُستقيم

(ب) الميل هو $١,٥$

(ج)

أضف ٣س إلى كلا الطرفين

اطرح ٤ من كلا الطرفين

اقسم كلا الطرفين على ٢

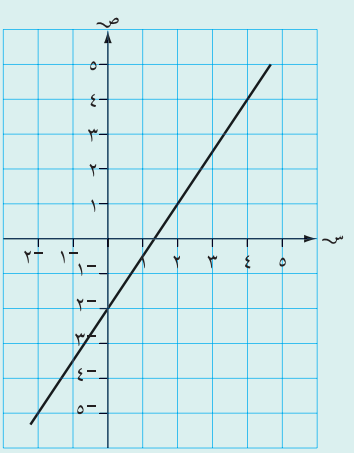
إنَّها في صورة ص = م س + جـ

م هو الميل

صمِّم جدولًا للقيم

تكفي ثلاث نقاط

| س | ٠ | ٤ | $-٢$ |
|---|---|---|---|
| $١,٥س - ٢$ | $-٢$ | ٤ | $-٥$ |



## تمارين ١١-٤

١) اكتب المعادلات التالية في صورة ص = م س + جـ:

( أ ) س + ص = ١٠ (ب) ٢س + ص = ١٠

(ج) س + ٢ص = ١٠ ( د ) ٢س + ٤ص = ١٠

٢) إذا كانت معادلة الرسم البيانيِّ ٢س – ص = ٥

( أ ) اثبت أنَّ هذه معادلة مُستقيم. (ب) أوجد ميل المستقيم.

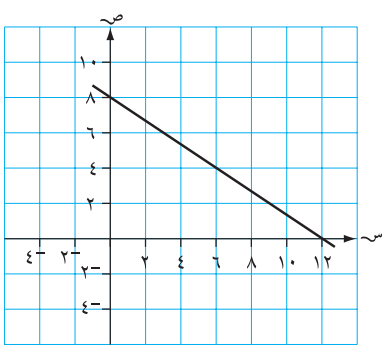
(ج) ارسم المستقيم.

٣) إذا كانت معادلة الرسم البيانيِّ س + ٢ص + ٤ = ٠

( أ ) اثبت أنَّ هذه معادلة مستقيم. (ب) أوجد ميل المستقيم.

(ج) ارسم المستقيم.

٤) ( أ ) وضِّح أنَّ معادلة المستقيم بالشكل المقابل هي ٢س + ٣ص = ٢٤




(ب) أوجد ميل المستقيم.

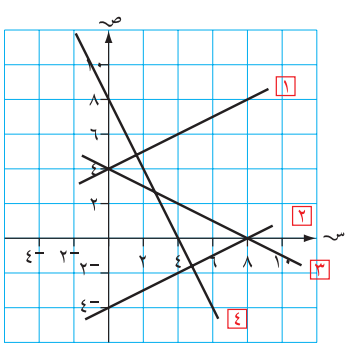
٥) ( أ ) اكتب كل معادلة من المعادلات التالية في صورة ص = م س + جـ:

(١) س – ص + ٦ = ٠ (٢) ٢س – ٣ص + ٦ = ٠

(ب) ارسم المستقيم.

(ج) أوجد الميل لكلِّ مستقيم.

٦) اكتب بجانب كل معادلة رقم المستقيم الدال عليها في الشكل المقابل:



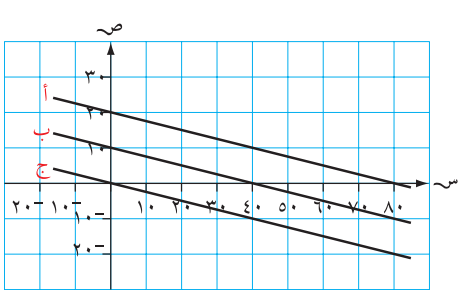

( أ ) س + ٢ص = ٨

(ب) س – ٢ص = ٨

(ج) ص + ٢س = ٨

( د ) ٢ص – س = ٨

٧) ( أ ) اكتب س + ٤ص = ٤٠ في صورة ص = م س + جـ:




(ب) أيُّ من المستقيمات معادلته س + ٤ص = ٤٠؟

٨) ( أ ) أعد كتابة المعادلات التالية في صورة ص = م س + جـ:

(١) ٢٠س = ٢ص + ١٥

(٢) س = ٢٠ص + ٦٠

(ب) أوجد ميل كلِّ مستقيم في الجزئية ( أ ).

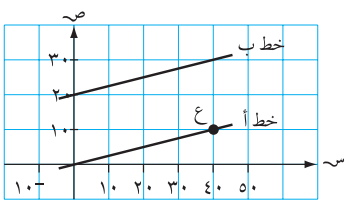
(ج) ارسم المستقيم للمعادلتين.

٩) معادلة المستقيم ( أ ) هي س = ٢٠ص

( أ ) أوجد ميل المستقيم ( أ )

(ب) أوجد إحداثيَّات النقطة (ع)

(ج) أوجد معادلة المستقيم (ب)



## ١١-٥ حل المعادلات الآنية بالرسم البياني

فيما يلي معادلتين آنيتين: ص = ٠,٥ س + ٤ ص = ٢,٥ س − ٣

في الوحدة العاشرة، تعلَّمت كيف تستخدم الجبر لحلِّ مثل هذه المعادلات.

يُمكنك كتابة: ٠,٥ س + ٤ = ٢,٥ س − ٣

اطرح ٠,٥ س من كلا الطرفين: ٤ = ٢س − ٣

أضف ٣ إلى كلا الطرفين: ٧ = ٢س

اقسم كلا الطرفين على ٢: س = ٣,٥

أوجد ص بالتعويض: ص = ٠,٥ س + ٤ = ٠,٥ × ٣,٥ + ٤ = ٥,٧٥

كما يُمكنك استخدام الرسم البيانيِّ لحلِّ مثل تلك المعادلات.

### مثال ١١-٥

( أ ) ارسم الخطوط المستقيمة التي معادلاتها:

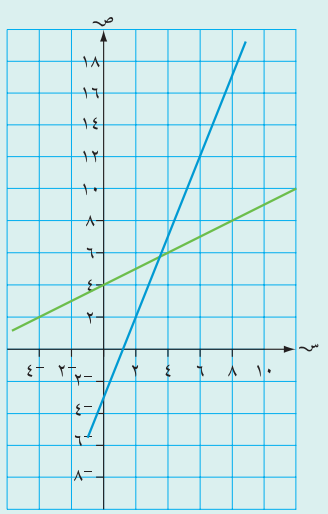
ص = ٠,٥ س + ٤ ، ص = ٢,٥ س − ٣

(ب) استخدم الرسم البيانيَّ لحلِّ المعادلات التالية:

ص = ٠,٥ س + ٤ ، ص = ٢,٥ س − ٣

### الحل

( أ )




ابدأ بجدول القيم

اختر على الأقلِّ ثلاث قيم للنقطة (س).

| س | ٠ | ٢ | ٤ |
|---|---|---|---|
| ٠,٥ س + ٤ | ٤ | ٥ | ٦ |
| ٢,٥ س − ٣ | −٣ | ٢ | ٧ |

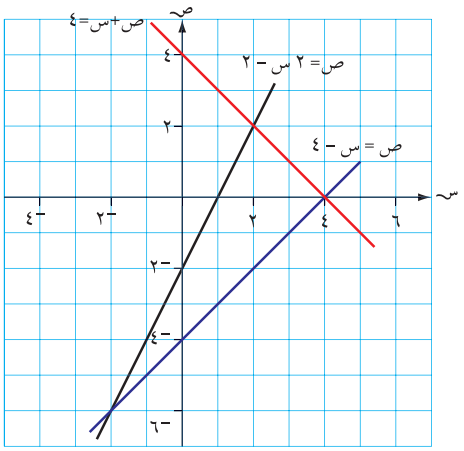
(ب) تتقاطع الخطوط بالتقريب عند (٥,٣، ٨,٥)

الحلُّ التقريبيُّ هو س = ٥,٣، ص = ٨,٥

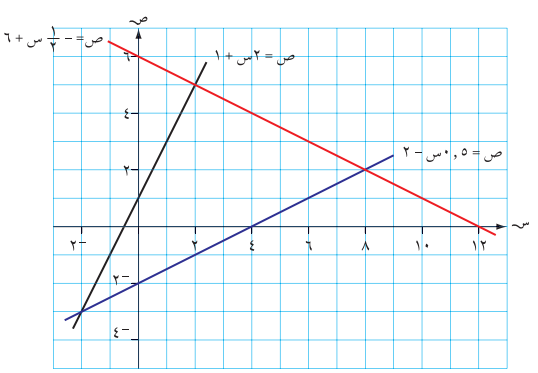
قد لا يكون الحلُّ دقيقًا؛ لأنَّه يعتمد على الرسم البيانيِّ

## تمارين ١١-٥

١) يوضِّح الرسم البيانيُّ الخطوط بالمعادلات ص = ٢س − ٢،
ص = س − ٤ ، ص + س = ٤
استخدم الرسم البيانيَّ لحلِّ المعادلات التالية:
( أ ) ص = ٢س − ٢ ، ص = س − ٤
(ب) ص = ٢س − ٢ ، ص + س = ٤
(ج) ص = س − ٤ ، ص + س = ٤

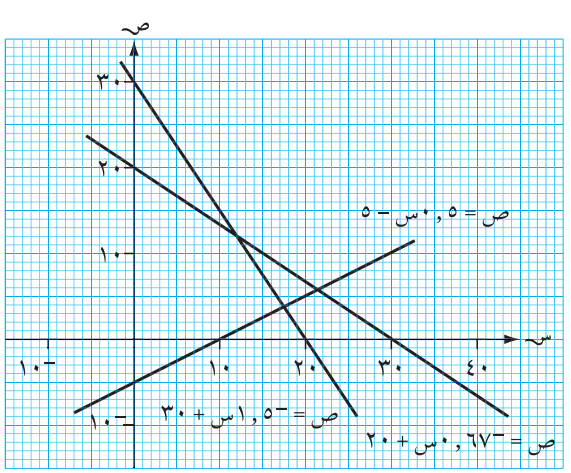



٢) استخدم الرسم البيانيَّ المقابل لحلِّ المعادلات التالية:
( أ ) ص = ٢س + ١ ، ص = $\frac{١}{٢}$ س − ٢
(ب) ص = ٢س + ١ ، ص = $-\frac{١}{٢}$ س + ٦
(ج) ص = $\frac{١}{٢}$ س − ٢ ، ص = $-\frac{١}{٢}$ س + ٦




٣) ( أ ) ارسم الخطوط كلها على نفس الشبكة باستخدام المعادلات التالية:
(١) ص = س − ٣ (٢) ص = ٧ − س (٣) ص = $\frac{١}{٢}$ س + ١
(ب) استخدم الرسم البيانيَّ لحلِّ المعادلات التالية:
(١) ص = س − ٣ ، ص = ٧ − س
(٢) ص = س − ٣ ، ص = $\frac{١}{٢}$ س + ١
(٣) ص = ٧ − س ، ص = $\frac{١}{٢}$ س + ١

٤) استخدم الرسم البيانيَّ المقابل لإيجاد الحلول التقريبيَّة للمعادلات الآنيَّة التالية:
( أ ) ص = ٠,٥س − ٥ ، ص = $-$٠,٥س + ٣٠
(ب) ص = ٠,٥س − ٥ ، ص = $-$٠,٦٧س + ٢٠
(ج) ص = $-$٠,٦٧س + ٢٠ ، ص = $-$٠,٥س + ٣٠




الحلول الناتجة تقريبيَّة؛ لأنَّك تقرأها من رسم بيانيٍّ.

٥) انظر إلى المعادلتين الآنيَّتين التاليتين:

ارسُم أشكالًا بيانيَّةً لإيجاد الحلول التقريبيَّة.

$$ص = ٣س - ٢ \qquad ص = \frac{١}{٣}س + ٤$$

٦) انظر إلى المعادلتين الآنيتين التاليتين:

ارسُم أشكالًا بيانيَّةً لإيجاد الحلول التقريبيَّة.

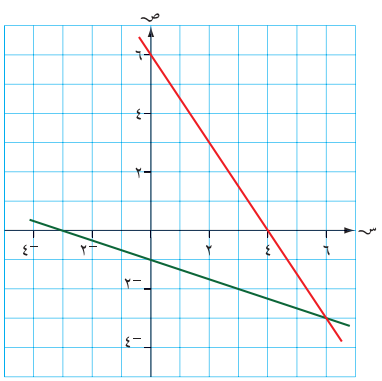
$$ص = \frac{١}{٢}س - ٣ \qquad ص = -\frac{٥}{٢}س + ٦$$

٧) ( أ ) اكتب المعادلة ٣س + ٢ص = ١٢ في صورة ص = م س + جـ

(ب) اكتب المعادلة س + ٣ص + ٣ = ٠ في صورة ص = م س + جـ

(ج) استخدم الرسم البيانيَّ المقابل لحلِّ المعادلات:

٣س + ٢ص = ١٢ ، س + ٣ص + ٣ = ٠



## ١١-٦ التناسُب الطرديُّ

عندما يوجد متغيِّران في حالة **تناسب طرديٍّ**، يكون الرسم البيانيُّ للعلاقة خطًّا مستقيمًا يمرُّ بنقطة الأصل.
من السهل إيجاد معادلة المستقيم، ومن ثم يُمكن أن تستخدم المعادلة لإيجاد القيم المفقودة جبريًّا.

**مثال ١١-٦**

تكلفة لتر من عسل النحل في أحد العروض هي ٢,٨٥٠ ريال عماني.
( أ ) اكتب صيغة التكلفة بالريال (ك) مقابل ل من اللترات
(ب) أثبِت أنَّ الرسم البيانيَّ لهذه الصيغة يمرُّ خلال نقطة الأصل
(ج) استخدم الصيغة لإيجاد عدد اللترات التي يُمكن أن تشتريها مقابل ٥٠٠ ريال

**الحل**

( أ ) ك = ٢,٨٥٠ ل — اضرب عدد اللترات في ٢,٨٥٠ لإيجاد التكلفة بالريال.

(ب) إذا كان ل = ٠ ∴ ك = ٠ — ونقطة الأصل هي (٠، ٠) إذن فإنَّ الخطَّ يمرُّ خلالها.

(ج) ٥٠٠ = ٢,٨٥٠ ل ← ل = $\frac{٥٠٠}{٢,٨٥٠}$ = ١٧٥,٤٤ — عوّض عن ك = ٥٠٠ في الصيغة وأعد الترتيب لإيجاد ل.

يُمكنك أن تشتري ١٧٥,٤٤ لترًا

### تمارين ١١-٦

١) تكلفة كابل كهربائي ٦,٢٠٠ ريالاتٍ للمتر.
( أ ) اكتب صيغة التكلفة بالريال (ك) لـلمتر (م).
(ب) أوجد ميل الرسم البيانيِّ.
(ج) مثِّل بيانيًّا لتوضيح تكلفة ١٠ أمتار.
( د ) استخدم الصيغة لإيجاد:
(١) تكلفة ١٢,٥ مترًا
(٢) كم متر يُمكن أن تشتري بمبلغ ٢٠٠ ريال؟

٢) يُمكن أن تنسخ آلة النسخ ١٦ صفحة في الدقيقة.
( أ ) اكتب صيغةً لعدد الصفحات (ص) التي يُمكن نسخها في (د) من الدقائق.
(ب) مثل بيانيًّا لتوضيح عدد الصفحات التي يُمكن نسخها في ٥ دقائق.
(ج) أوجد ميل الرسم البيانيِّ.
( د ) استخدم الصيغة لإيجاد:
(١) عدد الصفحات التي يُمكن نسخها في ٧ دقائق ونصف
(٢) الزمن المحدَّد لنسخ ٣١٢ صفحةً

٣) كُتلة رزمة من الورق مكوَّنة من ٥٠٠ ورقةٍ هي ٢,٥ كغم.

( أ ) أوجد الكُتلة بالغرام للورقة الواحدة.

(ب) اكتب صيغة الكُتلة (ك) بالغرام لعددٍ الأوراق (و).

( ج ) مثِل بيانيًّا لتوضيح كُتلة ٥٠٠ ورقة بالغرام.

( د ) تزن مها بعض الأوراق وقد وجدت أن الكُتلة ٠,٣٨٥ كغم؛ فكم عدد الأوراق؟

٤) اشترى ياسر ٨٣ كيلوغرام من المكسرات بتكلفة ٣٤٦,١١ ريالًا.

( أ ) أوجد تكلفة كغم واحد من المكسرات.

(ب) مثِل بيانيًّا لتوضيح تكلفة ١٠٠ كغم من المكسرات.

( ج ) اكتب ميل الرسم البيانيِّ.

( د ) كم كغم يُمكن لياسر أن يشتري مقابل ٥٠٠ ريال؟

## ١١-٧ الرسوم البيانيَّة العمليَّة

عندما تحلُّ مسألةً من واقع الحياة، قد تحتاج إلى استخدام معادلة يكون فيها الرسم البيانيُّ خطًّا مستقيمًا.
في هذا الموضوع، سوف تتعرَّف على بعض المسائل من واقع الحياة.

**مثال ١١-٧**

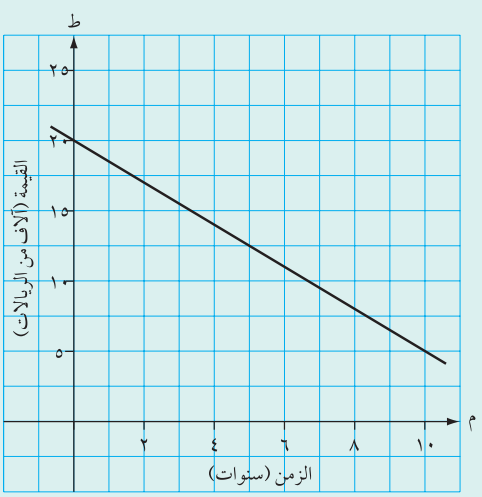
تبلغ تكلفة إحدى السيارات ٢٠٠٠٠ ريال؛ وتنخفض قيمتها خلال السنوات الأولى بمقدار ١٥٠٠ ريال.
( أ ) اكتب صيغةً تكون فيها القيمة (ط) بآلاف الريالات، والزمن (م) بالسنوات.
(ب) صمِّم رسمًا بيانيًّا للمعادلة.
(ج) متى ستنخفض القيمة إلى ١١٠٠٠ ريال؟

**الحل**

( أ ) ط = ٢٠٠٠٠ – ١٥٠٠ م
ط = ٢٠ – ١,٥ م

عندما تكون (م) = ٠ ، (ط) = ٢٠
ينخفض ط بمقدار ١,٥ كلَّ مرَّة يزداد (م) بمعدل ١
حدِّد موضع بعض من القيم لتمثيل الرسم البيانيِّ.
استخدم ط ، م بدلًا من ص، س.
لا حاجة للقيم السالبة.
الميل هو –١,٥

(ب)




(ج) بعد ٦ سنوات

استخدم الرسم البيانيَّ لإيجاد قيمة (م) عندما (ط) = ١١

في المثال السابق، الميل كان –١,٥؛ وهذا يعني أنَّ القيمة انخفضت بمقدار ١٥٠٠ ريال كلَّ سنة.

### تمارين ١١-٧

١) شجرة ارتفاعها ٦ أمتار؛ ويزداد طولها ٠,٥ متر كلَّ سنة.
( أ ) اكتب صيغةً يكون فيها الارتفاع (ص) بالأمتار، والزمن (س) بالسنوات.
(ب) مثل الصيغة بيانيًّا.
(ج) استخدم الرسم البيانيَّ لإيجاد:
(١) ارتفاع الشجرة بعد ٥ سنوات
(٢) عدد السنوات عندما يكون ارتفاع الشجرة ١٠ متر.

٢) طول شمعة جديدة ٣٠ سنتيمترًا؛ وعندما تشتعل تحرق ٢ سم كلَّ ساعة.
( أ ) اكتب صيغةً يكون فيها الارتفاع (ع) بالسنتيمترات، والزمن (م) بالساعات.
(ب) مثل بيانيًّا لتوضيح كيف يتغيَّر ارتفاع الشمعة.
(ج) استخدم الرسم البيانيَّ لإيجاد:
(١) ارتفاع الشمعة بعد ٤ ساعات
(٢) الزمن المُستغرَق حتى تصبح الشمعة نصف ارتفاعها الأصليِّ.

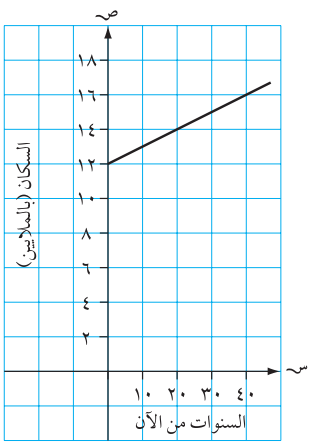
٣) تكلفة سيَّارة أجرة ٢٠٠ بيسة لكلِّ كيلومتر.
( أ ) اكتب صيغة تكون فيها التكلفة (ك) بالريالات، والمسافة (م) بالكيلومترات.
(ب) مثل الصيغة بيانيًّا.
(ج) استخدم الرسم البيانيَّ لإيجاد:
(١) تكلفة رحلة ٦,٥ كيلومتراتٍ
(٢) المسافة التي تُقطَع بتكلفة ٥ ريالات.

٤) توجد ست سيَّارات في موقف للسيارات؛ وكلُّ دقيقة تدخل سيَّارتان إلى الموقف.
ولم تغادر أيُّ سيَّارة.
( أ ) اكتب صيغةً لتوضيح عدد السيَّارات (ص) في موقف السيَّارات بعد عدد من الدقائق (د).
(ب) مثل بيانيًّا لتوضيح عدد السيَّارات في موقف السيَّارات.
(ج) استخدم الرسم البيانيَّ لإيجاد:
(١) عدد السيَّارات بعد ٥ دقائق
(٢) الزمن بالدقائق ليكون هناك ٢٤ سيَّارةً في موقف السيَّارات.
( د ) يحتوي موقف السيَّارات على مساحة تكفي ٢٤ سيَّارةً فقط. وضِّح هذا على الرسم البيانيِّ.

٥) لدى سامي مبلغ قدره ٢٠ ريالًا؛ يشتري منه كل شهر ألعاب صغيرة للأطفال الأيتام بقيمة ٠,٥٠٠ ريال.
( أ ) اكتب صيغة المبلغ بالريال (م) بعد شراء (ل) من الألعاب.
(ب) مثل المبلغ بيانيًا.
(ج) اشترى سامي ١١ لعبة صغيرة، فكم المبلغ المتبقي؟

٦) يبلُغ عدد الحيوانات في محميَّة بريَّة ٨٠٠٠؛ وينخفض عددها بمُعدَّل ٥٠٠ كلَّ سنة.
( أ ) اكتب صيغةً يكون فيها عدد الحيوانات (ح) وعدد السنوات (س).
(ب) مثل بيانيًّا لتوضيح كيف يتغيَّر عدد الحيوانات بمرور الزمن.
(ج) استخدم الرسم البيانيَّ لإيجاد عدد الحيوانات بعد أربع سنواتٍ.
( د ) كم سيمرُّ من الوقت حتى يقل عدد الحيوانات إلى النصف؟

٧) يشير الرسم البيانيُّ على اليسار إلى عدد السكان المتوقَّع في دولة ما.




( أ ) كم عدد السكان الآن؟

(ب) أوجد عدد السكان المُقدَّر خلال ٣٠ سنةً.

( ج ) أوجد ميل الرسم البيانيِّ.

( د ) أوجد صيغةً ص بصفتها معادلة على س.

٨) وضعت سارة ٢٠٠٠ ريال في البنك؛ ويدفع لها البنك فائدةً سنويَّةً قدرها ٥٠ ريالًا.

( أ ) أوجد صيغة المبلغ الذي لديها بالريالات (ل) بعد (س) من السنوات.

(ب) صمِّم رسمًا بيانيًّا لتوضيح كيف تزداد نقودها.

( ج ) كم ستمتلك سارة بعد خمس سنوات؟

( د ) كم من الوقت سيمرُّ حتى يكون معها ٢٦٠٠ ريال؟

## ملخص

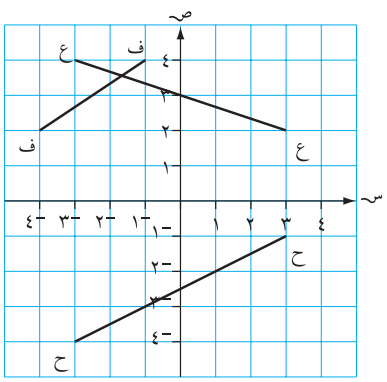
**يجب أن تعرف أن:**

- ★ يُمكنك أن تجد نقطة المُنتصف للقطعة المُستقيمة عن طريق إيجاد الوسط الحسابيِّ لإحداثيَّات محور السينات وإحداثيَّات محور الصادات.
- ★ معادلة ص = م س + جـ ينتج عنها رسمًا بيانيًّا خطيًّا.
- ★ قيمة م هي ميل الخطِّ؛ ويُمكن أن تكون موجبةً أو سالبةً.
- ★ يُمكنك استخدام الرسوم البيانيَّة لحلِّ المعادلات الآنيَّة.
- ★ يُمكن أن تؤدِّي مشكلات واقع الحياة إلى رسوم بيانيَّة خطية.
- ★ يُمكنك أن تمثل بيانيًّا لخطٍّ مستقيم بدِقَّةٍ باستخدام جدول القيم.

**يجب أن تكون قادرًا على:**

- ★ إيجاد نقطة المُنتصف $\overline{أب}$، من إحداثيَّات النقطتين ( أ ) ، (ب).
- ★ كتابة جداول القيم وتحديد موضع الرسوم البيانيَّة للمعادلة الخطيَّة، حيث يكون ص مُعطًى بوضوح بالنسبة إلى س لإعادة ترتيب المعادلة إلى صورة ص = م س + جـ
- ★ معرفة أهميَّة م في ص = م س + جـ وإيجاد ميل الرسم البيانيِّ للخطِّ المستقيم.
- ★ إيجاد الحلِّ التقريبيِّ للمعادلات الآنيَّة لإيجاد نقطة تقاطع الرسوم البيانيَّة.
- ★ كتابة المعادلة الناتجة عن مشكلات من واقع الحياة وتصميم الرسوم البيانيَّة وفهما.
- ★ استخدام الأعداد والعبارات الجبريَّة والمُعادلات.
- ★ رسم مُخطَّطاتٍ رياضيَّةٍ دقيقةٍ.
- ★ التعرُّف إلى العلاقات بحالات ونتائج مُشابهة.

## تمارين ومسائل عامة




١) ( أ ) أوجد نقطة المنتصف لكلِّ قطعة مستقيمة على الرسم البيانيِّ.
(ب) أوجد ميل كلِّ خط مستقيم على الرسم البيانيِّ.

٢) أوجد ميل المستقيم المار بالنقاط التالية:
( أ ) (٠، ٠) ، (١٠، ٢)
(ب) (٠، ٦) ، (٦، −٦)
(ج) (٥، ٢) ، (−٣، −٢)

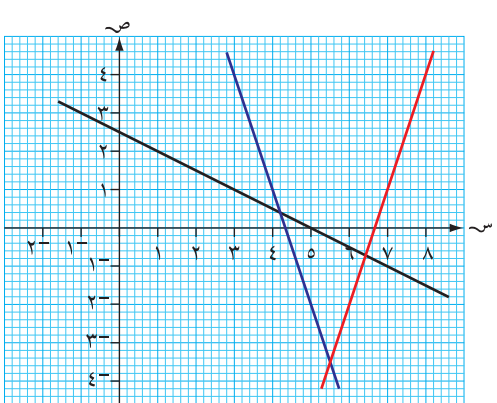
٣) أوجد ميل المستقيم لكل معادلة فيما يأتي:
( أ ) ص = ٤س − ٥ (ب) ص = ٤ − ٥س
(ج) ٢ + ٣س = ص ( د ) س + ص = ٢٠

٤) اكتب كلَّ صيغة في صورة ص = م س + جـ:
( أ ) ٢س + ص = ٤ (ب) س + ٤ص = ٢
(ج) ٢ص + ٤ = س ( د ) ٣ (س − ص) = ٢

٥) فيما يلي معادلات لثلاثة خطوطٍ مُستقيمة، أوجد ميل كلٍّ منها:
( أ ) ٢س + ص = ٩ (ب) س = ٢ص + ٤ (ج) $\frac{١}{٤}$ ص = $\frac{١}{٢}$ س − ١٢

(٦) فيما يلي معادلات لخمسة خطوطٍ مُستقيمة:
( أ ) ص + ٢س = ٥ (ب) ص + ٥ = ٢س (ج) ٢ص = ٧ − ٤س
( د ) ٢س + ٢ص = ٥ (هـ) ٢س − ص = ١

أيُّ الخطوط متوازية (لها نفس الميل)؟




٧) استخدم الرسم البيانيَّ المقابل لإيجاد الحلول التقريبية للمعادلات الآنيَّة التالية:
( أ ) س + ٢ص = ٥ ، ٣س + ص = ١٣
(ب) ص + ٢٠ = ٣س ، س + ٢ص = ٥
(ج) ٣س + ص = ١٣ ، ص + ٢٠ = ٣س

(٨) ( أ ) ارسُم الخطوط المستقيمة التي تمثل المعادلتين التاليتين على نفس الشبكة:

(١) ص = ٣س + ٧ (٢) ٢ص + س = ٢

(ب) استخدم الرسم البيانيَّ لإيجاد الحلول التقريبيَّة للمعادلات الآنيَّة التالية:

ص = ٣س + ٧ ، ٢ص + س = ٢

٩) التكلفة الأساسية لتأجير سيَّارة هي ٤٠ ريالًا بالإضافة إلى ٣٠ ريالًا رسوم كل شهر.

( أ ) أوجد صيغةً لتوضيح التكلفة بالريال (ك)، لاستئجار سيَّارة لمدَّة (ر) من الشهور.

(ب) كم تكلفة استئجار سيَّارة لمدَّة شهرين؟

(ج) ارسم خطًا مستقيمًا لتوضيح تكلفة استئجار سيَّارة

( د ) يدفع سائق ٢٢٠ ريالًا ليستأجر سيَّارةً؛ استخدم الرسم البيانيَّ لإيجاد عدد الشهور التي حصل فيها على السيَّارة.

١٠) سعر الصرف بين الريال العماني والليرة التركية هو ريال عماني واحد = ٢ , ١٢ ليرة تركية.

( أ ) ارسم خطًا مستقيمًا لتوضيح سعر الصرف، وضع (ريال عماني) على المحور الأفقيِّ، بحيث يكون مرقمًا من صفر إلى ١٠٠

(ب) استخدم الرسم البيانيَّ للتحويل من ٥٠٠ ليرة تركية إلى ريال عماني.

(ج) استخدم عمليَّةً حسابيَّةً للحصول على إجابة أكثر دِقَّةً للجزئية (ب).

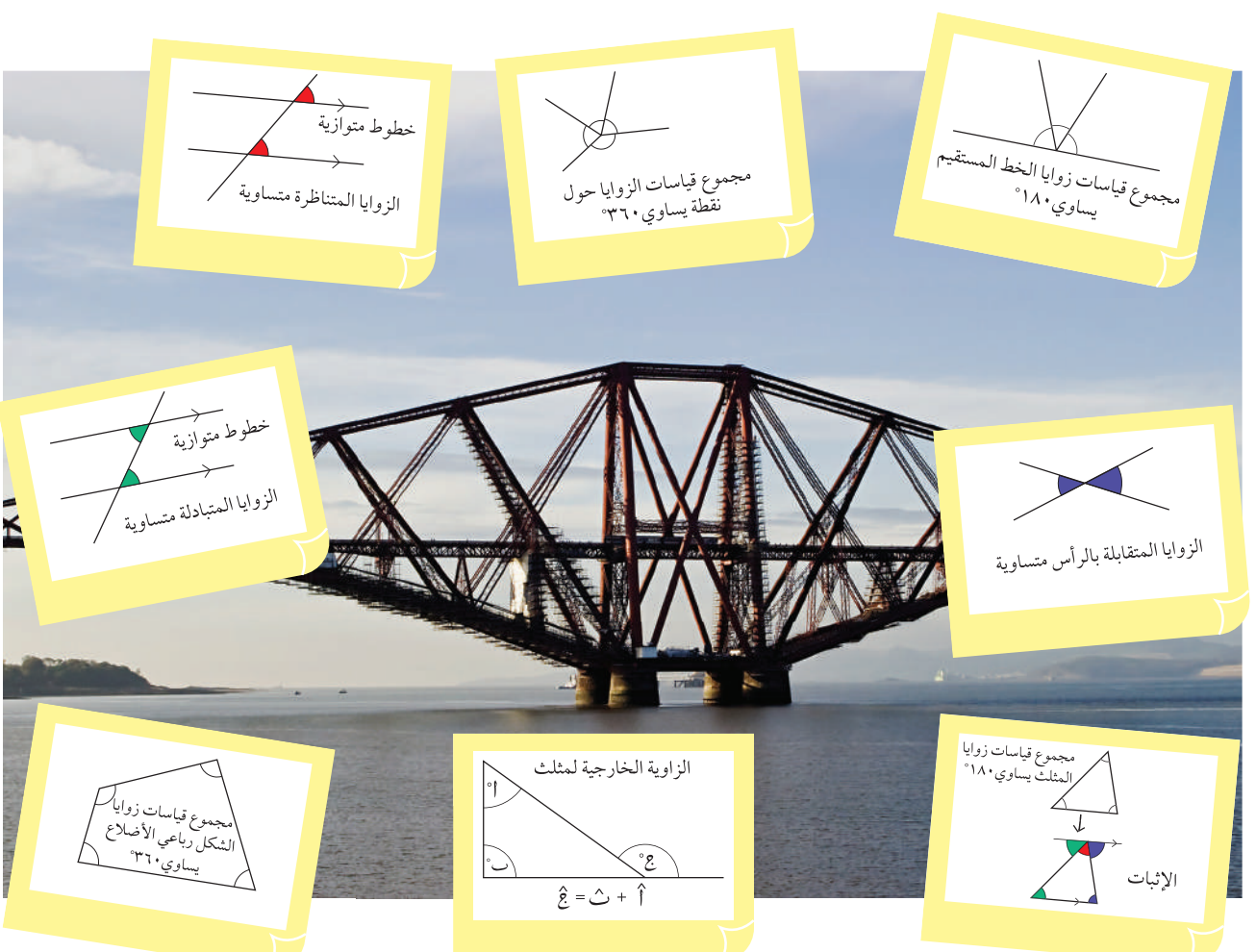
# الوحدة الثانية عشرة: المضلعات والزوايا

إنَّ دراسة الموضوع المُتعلِّق بالزَّوايا والخطوط هو أمر هامٌّ للغاية في علم الرياضيَّات. إضافةً إلى ذلك، فإنَّ فَهْم الهندسة الأساسيَّة هو أمر ضروريٌّ في العديد من المجالات، بما في ذلك العلوم الهندسيَّة والمعماريَّة.

## المُفردات

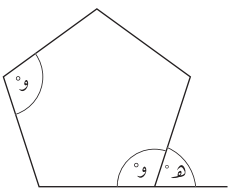
تأكَّد من تعلُّمك وفَهْمك للمفردات الأساسية التالية:

- المُضلَّع المُنتظم (regular polygon)
- الزَّاوية الداخليَّة (interior angle)
- الزَّاوية الخارجيَّة (exterior angle)
- المقياس (scale)
- نظرية فيثاغورس (Pythagoras' theorem)

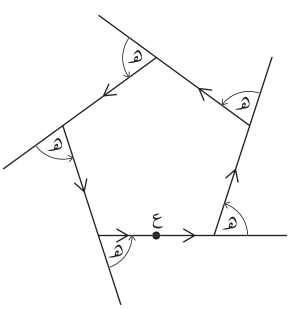



في هذه الوحدة، ستتعلَّم الكثير حول الخطوط والزَّوايا في المُضلَّعات، بالإضافة إلى تعلُّم كيفيَّة استخدام زاوية الاتِّجاه ونظريَّة فيثاغورس.

## ١٢-١ المُضلَّعات المنتظمة




جميع زَوايا **المُضلَّع المُنتظم** متساوية في القياس.
جميع أضلاع المُضلَّع المُنتظم متطابقة في الطول.
في الشكل المقابل مثال على مُضلَّع خماسيٍّ منتظم.
كلُّ **زَاوية داخليَّة** بهذا المُضلَّع المُنتظم متساوية في القياس مع غيرها من الزَّوايا الداخلية.
إنَّ الزَّاويتين المُشار إليهما بالتسمية (و) هما زاويتان داخليَّتان من الزَّوايا الداخليَّة لهذا المُضلَّع الخماسي المُنتظم.
يُمكنك مدُّ أيِّ ضلع من أضلاع أيِّ مضلع من أجل إنشاء **زاوية خارجيَّة**.
إنَّ الزَّاوية المُسمَّاة (هـ) هي زاوية خارجيَّة لهذا المُضلَّع الخُماسيِّ.
تخيَّل أنَّ بإمكانك السير عكس اتِّجاه عقارب الساعة بمحاذاة أضلاع مُضلَّع خماسيٍّ كما هو موضَّح بالشكل المقابل.
بحيث تكون نقطتا البداية والنهاية عند (ع).
عند كلِّ زاويةٍ يُمكنك الدوران يسارًا عند (هـ̂).
وبعد الدوران خمس مرَّات عكس اتِّجاه عقارب الساعة، فإنَّك ستكون قد قمت بالدوران بمقدار ٣٦٠°؛ لذلك فإنَّ هـ = ٣٦٠° ÷ ٥ = ٧٢°




يُشار إلى الزَّاوية بالتسمية هـ°؛ ولذلك فإنَّ هـ تُمثِّل عددًا، بدون وحدات قياس. في حالة تسمية أيٍّ من الزَّوايا هـ، فإنَّه يجب عليك وضع إشارة الدرجة ° على هذه التسمية عند الإشارة إلى قياس الزَّاوية.

قياس الزَّاوية الخارجيَّة للمُضلَّع الخماسيِّ هو ٧٢°
قياس الزَّاوية الداخليَّة للمُضلَّع الخماسيِّ هو ١٨٠° − ٧٢° = ١٠٨°
يُمكنك استخدام هذه الطريقة عند قياس الزَّوايا لأيِّ مُضلَّع من المُضلَّعات المُنتظمة.
المُضلَّع المُنتظم، عدد أضلاعه ع
الزَّاوية الخارجيَّة هـ = ٣٦٠° ÷ ع، الزَّاوية الداخليَّة = ١٨٠° − و (هـ̂) أو ١٨٠° − $\frac{٣٦٠°}{ع}$
الأشكال الموضَّحة في المثال والتمرين التاليين ليست مرسومةً بشكلٍ دقيقٍ.

يُعتبر ذلك نتيجةً عامةً.

### مثال ١٢-١

إذا كان قياس الزَّاوية الداخليَّة لمُضلَّع مُنتظم هو ١٤٠°
فكم عدد أضلاع هذا المُضلَّع المُنتظم؟

**الحل**

قياس الزَّاوية الخارجيَّة هو ١٨٠° − ١٤٠° = ٤٠°
عدد الزَّوايا الخارجيَّة هو ٣٦٠° ÷ ٤٠° = ٩
عدد أضلاع هذا المُضلَّع المُنتظم هو تسعة أضلاع.

عدد الزَّوايا الخارجية × ٤٠° = ٣٦٠°
تسع زوايا خارجيَّة، وتسعة أضلاع

## تمارين ١٢-١

١) ( أ ) ماذا نسمي كل مما يأتي؟
(١) الشكل رباعيُّ الأضلاع المُنتظم؟ (٢) المُثلَّث المُنتظم؟
(ب) أوجِد الزَّوايا الداخليَّة والخارجيَّة لما يلي:
(١) رباعيُّ أضلاع مُنتظم (٢) مُثلَّث مُنتظم.

٢) أوجد قياسات الزَّوايا التالية، مع إعطاء أسباب:
( أ ) الزَّاوية الخارجيَّة لمُضلَّع سُداسيٍّ مُنتظم
(ب) الزَّاوية الداخليَّة لمُضلَّع سُداسيٍّ مُنتظم

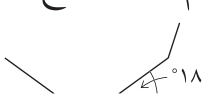
٣) أوجد قياسات الزَّوايا التالية، مع إعطاء أسباب:
( أ ) الزَّاوية الخارجيَّة لمُضلَّع مُنتظم ثمانيِّ الأضلاع
(ب) الزَّاوية الداخليَّة لمُضلَّع مُنتظم ثمانيِّ الأضلاع

٤) إذا كان قياس زاوية داخليَّة بأحد المُضلَّعات المُنتظمة هو ١٤٤°
فأوجد ما يلي:
( أ ) قياس الزَّاوية الخارجيَّة
(ب) عدد الأضلاع.

٥) إذا كان قياس زاوية داخليَّة بأحد المُضلَّعات المُنتظمة هو ١٥٠°
فكم عدد أضلاع هذا المُضلَّع المُنتظم؟

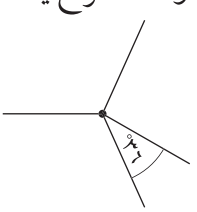
٦) يعرض الشكل التالي الزَّاوية الخارجيَّة لأحد المُضلَّعات المُنتظمة.
فكم عدد أضلاع هذا المُضلَّع المُنتظم؟

هذه الأشكال غير مرسومة بشكل دقيق.

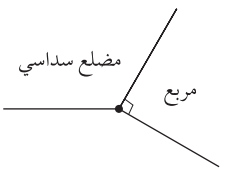



٧) يعرض الشكل التالي جزءًا من مُضلَّع مُنتظم.
فكم عدد أضلاع هذا المُضلَّع المُنتظم؟

٨) كما هو موضَّح بالشكل التالي، هناك ثلاثة مُضلَّعات مُنتظمة متماثلة تتلاقى معًا في نقطة واحدة.
وهناك فراغ يشكِّل زاويةً قياسها ٣٦°، فما اسم المُضلَّع؟



٩) كما هو موضَّح بالشكل التالي، هناك ثلاثة مُضلَّعات مُنتظمة ملتصقة ببعضها البعض وتتلاقى في نقطة واحدة بدون وجود فراغات.
إذا كان أحد هذه المُضلَّعات هو مُربَّع والآخر مُضلَّع سداسيٌّ.
فكم عدد أضلاع المُضلَّع الثالث؟




١٠) وضِّح مع إعطاء السبب، ما إذا كانت كلُّ زاوية من الزَّوايا التالية هي الزَّاوية الداخليَّة لمُضلَّع مُنتظم أم لا، وإذا كانت الإجابة نعم، فوضِّح عدد أضلاع هذا المُضلَّع:

( أ ) ١١٠°　　(ب) ١٢٠°　　(ج) ١٣٠°

( د ) ١٤٠°　　(هـ) ١٥٠°

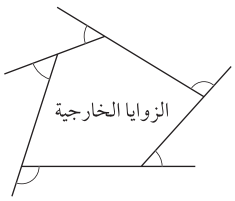
١١) الشكل سُباعيُّ الأضلاع هو مُضلَّع له سبعة أضلاع. فما قياس كلِّ زاوية داخليَّة لأيِّ شكل سُباعيِّ الأضلاع المنتظم؟

١٢) كم عدد الأضلاع الموجودة بأيِّ مُضلَّع مُنتظم إذا كان:

( أ ) قياس الزَّاوية الخارجيَّة له هو ٥°؟

(ب) قياس الزَّاوية الداخليَّة له هو ١٧٨°؟

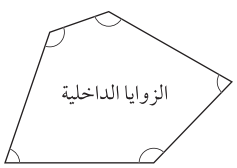
## ١٢-٢ المزيد من المُضلَّعات

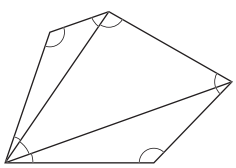



ماذا تعرف عن زوايا المُضلَّع الخُماسيِّ غير المُنتظم؟

يظلُّ مجموع الزَّوايا الخارجيَّة لأيِّ مُضلَّعٍ هو ٣٦٠°، على أن يكون قياس كلِّ زاوية من الزَّوايا الداخليَّة لهذا المُضلَّع أصغر من ١٨٠°، يُمكن تطبيق الشرح السابق ذاته على المُضلَّع الخماسيِّ المُنتظم.

ماذا عن الزَّوايا الداخليَّة؟



يُمكنك تقسيم أيِّ مُضلَّع من المُضلَّعات الخماسيَّة إلى ثلاثة مُثلَّثات. فتتَّحد زوايا هذه المُثلَّثات الثلاثة معًا لإنشاء الزَّوايا الخمس للمُضلَّع الخُماسيِّ.

مجموع زوايا المُضلَّع الخُماسيِّ هو ٣ × ١٨٠° = ٥٤٠°

يُمكنك استخدام هذه الطريقة لأيِّ مُضلَّع.

يُعتبر ذلك نتيجةً عامةً.

المُضلَّع عدد أضلاعه ع ، مجموع الزَّوايا الخارجيَّة = ٣٦٠°، مجموع الزَّوايا الداخليَّة = (ع − ٢) × ١٨٠°

**مثال ١٢-٢**

إذا كان قياس زاوية واحدة بمُضلَّع سداسيٍّ هو ٩٠°، وإذا كانت الزَّوايا الأخرى لهذا المُضلَّع متساوية في القياس. فما قياس هذه الزَّوايا الأخرى؟

**الحل**

المُضلَّع السداسيُّ يحتوي على ست زوايا

عدد الأضلاع ع = ٦؛ (ع − ٢) × ١٨٠° = ٤ × ١٨٠° = ٧٢٠°

٧٢٠° − ٩٠° = ٦٣٠°

فإنَّ قياس كلِّ زاوية من الزَّوايا الأخرى هو ٦٣٠° ÷ ٥ = ١٢٦°

### تمارين ١٢-٢

١) أوجد مجموع الزَّوايا الداخليَّة لما يلي:

( أ ) مضلع ذو سبعة أضلاع (ب) مضلع ذو تسعة أضلاع

(ج) مضلع ذو عشرة أضلاع

٢) إذا كانت قياسات خمس زوايا داخليَّة لمُضلَّع سُداسيٍّ الأضلاع هي ٩٠°، ١٠٠°، ١١٠°، ١٢٠°، ١٣٠°

( أ ) أوجد قياس الزَّاوية الداخليَّة السادسة لهذا المُضلَّع السُداسيِّ.

(ب) احسب قياسات الزَّوايا الخارجيَّة لهذا المُضلَّع السداسيِّ ووضِّح أنَّ مجموع قياسات هذه الزَّوايا هو المجموع الصحيح لقياسات الزَّوايا الخارجيَّة لأيِّ مُضلَّع.

٣) هناك أربع زَوايا داخليَّة مُتساوية في القياس لمُضلَّعٍ سداسيٍّ وقياس كلِّ زاوية هو ١٢٨°، وإذا كانت الزَّاويتان الأخريان متساويتين في القياس أيضًا.

فما قياس كلِّ زاوية من الزَّاويتين الأخريين؟

٤) لدى راشد بطاقة مُستطيلة الشكل. قام راشد بقطع مثلث من كل زاوية من الزوايا الأربع لهذه البطاقة.

فكم سيكون مجموع زوايا الشكل المُتبقِّي؟

٥) تقول نور:

إنَّ قياسات الزَّوايا الخاصَّة بهذا المُضلَّع الخماسيِّ هي ١٠٠°، ١٠٥°، ٧٢°، ١٢٦°، ١٢٧°

وضح سبب خطأ نور فيما قالته.

٦) إذا كان مجموع الزَّوايا الداخليَّة لأحد المُضلَّعات هو ١٨٠٠°

فكم عدد أضلاع هذا المُضلَّع؟ أعطِ سببًا لإجابتك.

٧) ( أ ) هناك أربع زوايا داخليَّة متساوية في القياس لمُضلَّع خماسيٍّ وقياس كلِّ زاوية هو ١٠٥°، فأوجد قياس الزَّاوية الخامسة.

(ب) هل يُمكن أن يحتوي المُضلَّع الخُماسيُّ على أربع زوايا قائمة؟ أعطِ سببًا لإجابتك.

## ١٢-٣ حلُّ مسائل الزَّوايا

ماذا تتذكَّر عن الزَّوايا؟

- مجموع الزَّوايا عند نقطة ما أو على خطٍّ مستقيم.
- خصائص زوايا المُثلَّثات، والأشكال رباعيَّة الأضلاع الخاصَّة مثل متوازي الأضلاع.
- مجموع زوايا رباعيِّ الأضلاع وغيره من المُضلَّعات الأخرى.
- خصائص الخطوط المتوازية، بما في ذلك الزَّوايا المتناظرة والمتبادلة.

يُمكنك الاطِّلاع على مُلخَّص لكلِّ هذه الخصائص في الصفحة الأولى لهذه الوحدة.

في هذا الدرس، سيتمُّ تدريبك على كيفيَّة استخدامك للحقائق التي تعرفها من أجل حلِّ المسائل.

بالإضافة إلى إيجاد إجابات المسائل، فإنَّه سيُطلب منك شرح الأسباب المنطقيَّة وراء صحَّة إجاباتك. يُمكنك استخدام الكلمات أو الأشكال للقيام بذلك.

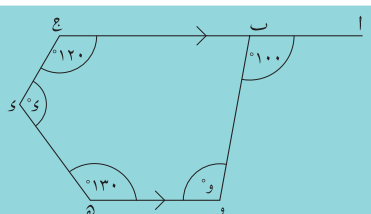
الأشكال الموضَّحة في المثال والتمارين التالية ليست مرسومةً بشكل دقيق.

### مثال ١٢-٣

في الشكل المقابل، الضلعان (ع أ)، (هـ و) متوازيان.

( أ ) أوجد و (ؤ).

(ب) أوجد و (ئ).




### الحل

( أ ) و (ؤ) هو ١٠٠°

(أع)، (هـ و) هما ضلعان متوازيان؛ ولذلك فإنَّ (أ ب و) التي قياسها (١٠٠°)، و(ب ؤ هـ) التي قياسها (ؤ)، هما زاويتان متبادلتان. لذلك؛ فإنَّ الزَّاويتين متساويتان في القياس.

(ب) و (ع ث و) = ٨٠°

مجموع قياسات زوايا الخطِّ المُستقيم هو ١٨٠°، والآن، فإنَّنا على علم بقياسات أربع زوايا من زوايا المُضلَّع الخماسي.

مجموع زاويا المُضلَّع الخماسيِّ هو ٥٤٠°

مجموع زوايا المُضلَّع الخماسيِّ يساوي ٣ × ١٨٠°

ولذلك فإنَّ و (ئ)

= ٥٤٠ − (١٢٠ + ٨٠ + ١٠٠ + ١٣٠)

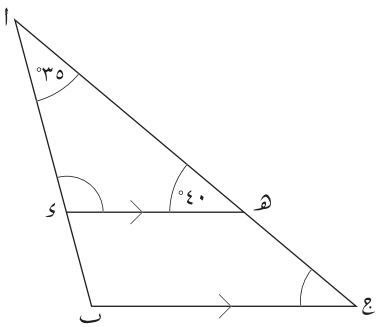
قُم بطرح مجموع قياسات الزَّوايا الأربع الأخرى للمُضلَّع الخماسيِّ من ٥٤٠

= ١١٠°

## تمارين ١٢-٣

أعطِ أسبابًا لإجاباتك عن كلِّ الأسئلة المذكورة بهذه التمارين.

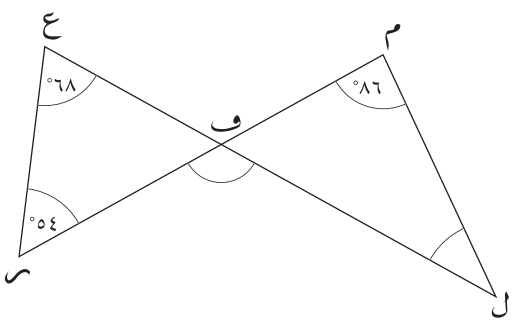
١) الشكل (أ ب ج) يمثِّل مُثلَّثًا، الضلعان (د هـ)، (ب ج) متوازيان.




( أ ) أوجد و (أ$\hat{}$ هـ).

(ب) أوجد و (ج$\hat{}$).

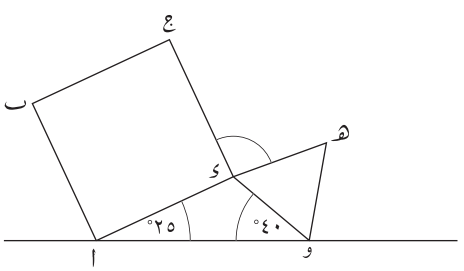
٢) يُمثِّل كلٌّ من (ع ل)، (م ر) خطَّين مُستقيمين.




( أ ) أوجد و (ل ف ر).

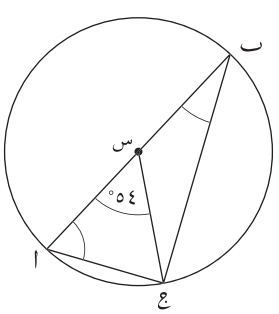
(ب) أوجد و (م ل ف).

٣) الشكل (أ ب ج د) يُمثِّل مُربَّعًا، والشكل (د هـ و) يُمثِّل مُثلَّثًا متطابق الأضلاع.



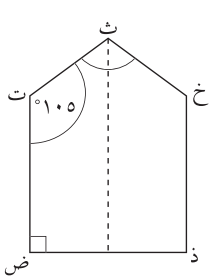

أوجد و (هـ د ج).

٤) النقطة س تُمثِّل مركز الدائرة، و(أ ب) تُمثِّل قُطر الدائرة.



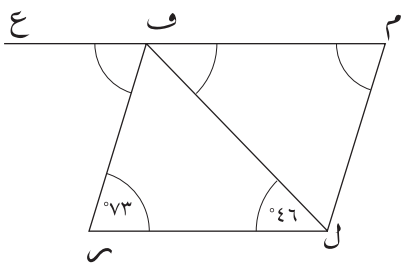

أوجد و (ج أ ب)، و (ج ث ا).

٥) يحتوي هذا الشكل على خطِّ تماثُل يمرُّ بالنقطة ث.

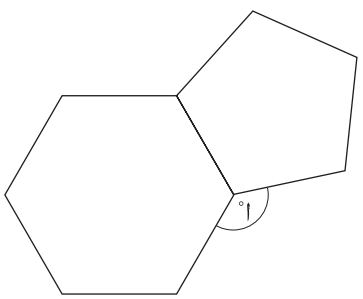



أوجد و (خ ث ت).

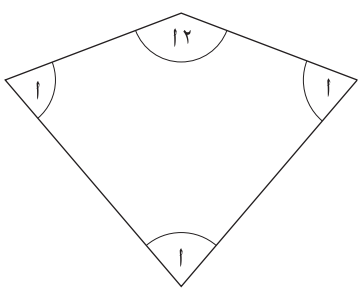
٦) يُمثِّل (عم) خطًّا مُستقيمًا.
والشكل (فمل ر) يُمثِّل متوازي أضلاع.
( أ ) أوجد و (عفر).
(ب) أوجد و (مفل).
(ج) أوجد و (لمف).



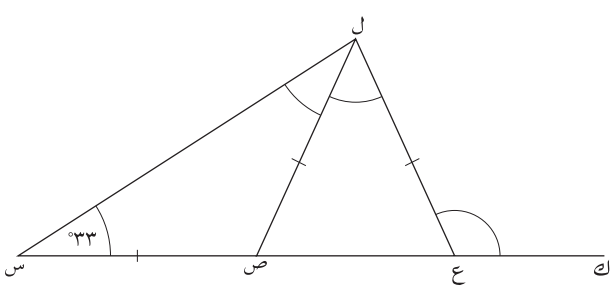

٧) في الشكل المقابل مُضلَّع سداسيٌّ مُنتظم ومُضلَّع خماسيٌّ مُنتظم مشتركان في ضلع واحد، أوجد قيمة ا.



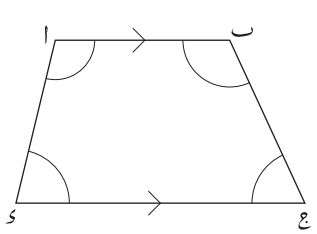

٨) الشكل المقابل يُمثِّل شكل الطائرة الورقيَّة (الدالتون).
أوجد قيمة ا.



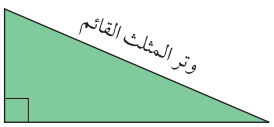

٩) إذا كان (سك) خطًّا مُستقيمًا.
وكان س ص = ل ص = ل ع.
أوجد و ( سلص )، و (صلع)، و (لعك).




١٠) الشكل (اب ع ى) يُمثِّل شبه مُنحرف.
($\overline{اب}$)، ($\overline{ى ج}$) هما ضلعان متوازيان.
( أ ) أثبِت أنَّ و (أ) + (ى) = ١٨٠°
(ب) أثبِت أنَّ و (ب) + (ع) = ١٨٠°



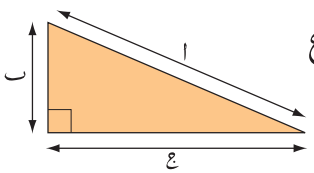
## ١٢-٤ نظريَّة فيثاغورس




يطلق على أطول ضلع من المُثلَّث القائم الزَّاوية اسم (وتر المُثلَّث القائم).

وتر المُثلَّث القائم هو الضلع المقابل لزاوية المُثلَّث القائمة.

والآن، انظر إلى المُثلَّث المقابل. طول وتر المُثلَّث القائم يُطلَق عليه أ وطولي ضلعي المُثلَّث الآخرين يُطلَق عليهما ب، ع.




تنصُّ **نظريَّة فيثاغورس** على أنَّ مُربَّع طول الوتر في أيِّ مُثلَّث قائم الزَّاوية يساوي مجموع مُربَّعي طولي الضلعين الآخرين.

فيما يتعلَّق بالمُثلَّث المقابل: $أ^{٢} = ب^{٢} + ع^{٢}$

يُمكنك استخدام هذه الصيغة لحلِّ المسائل التي تحتوي على مُثلَّثات قائمة الزَّاوية.

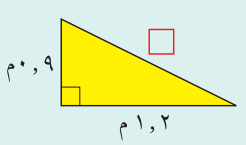
### مثال ١٢-٤

( أ ) مُثلَّث قائم الزَّاوية فيه طول ضلعي القائمة ١,٢ م، ٠,٩ م
ما طول وتر هذا المُثلَّث؟

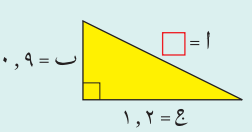
(ب) قام محسن بإسناد سُلَّم طوله ٥ م على حائط رأسيٍّ من الطوب. إذا كانت المسافة الأفقيَّة بين الطرف السفليِّ للسُلَّم والحائط ١,٥ م، فما ارتفاع الحائط؟

### الحل

( أ )




ابدأ برسم مُثلَّث لتمثيل المسألة. اكتب الأبعاد التي تعرفها على المُثلَّث.




سمِّ أضلاع المثلّث أ، ب، ع حيث يكون أ وتر المثلث القائم، ب، ع الضلعين الآخرين.

$أ^{٢} = ب^{٢} + ع^{٢}$ اكتب الصيغة، ثُمَّ قُم بالتعويض عن الأحرف بالأعداد التي تعرفها.

$أ^{٢} = (٠,٩)^{٢} + (١,٢)^{٢}$ حل المعادلة لإيجاد قيمة أ. طبق ذلك عمليًّا خطوة بخطوة.

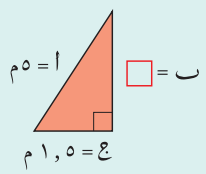
$أ^{٢} = ٠,٨١ + ١,٤٤$

$أ^{٢} = ٢,٢٥$

$أ = \sqrt{٢,٢٥}$ استخدم الآلة الحاسبة الخاصَّة بك لإيجاد الجذر التربيعيِّ.

أ = ١,٥ م تأكَّد من كتابة وحدة القياس الصحيحة (متر) بجانب إجابتك.

(ب)




ابدأ برسم مُثلَّث لتمثيل المسألة. اكتب الأبعاد التي تعرفها على المُثلَّث. قُم بتسمية أضلاع المُثلَّث؛ ا، ب، ع.

$ا^{٢} = ب^{٢} + ع^{٢}$ اكتب الصيغة، ثُمَّ قُم بالتعويض عن الأحرف بالأعداد التي تعرفها.

$٢٥ = ب^{٢} + (١,٥)^{٢}$ قُم بحلِّ المعادلة لإيجاد قيمة ب. قُم بتطبيق ذلك عمليًّا خطوة خطوة.

$٢٥ = ب^{٢} + ٢,٢٥$

$ب^{٢} = ٢٥ - ٢,٢٥$

$ب^{٢} = ٢٢,٧٥$

$ب = \sqrt{٢٢,٧٥}$ استخدم الآلة الحاسبة الخاصَّة بك لإيجاد الجذر التربيعيِّ.

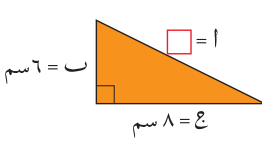
ب = ٤,٧٧ م (عدد مُكوَّن من منزلتين عشريَّتين)

إذا كانت إجابتك غير دقيقة، فقُم بتقريبها إلى عدد مُكوَّن من منزلتين عشريَّتين. اكتب وحدة القياس بجانب إجابتك.

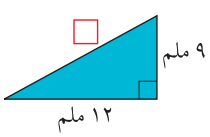
## تمارين ١٢-٤

١) أوجد طول وتر المُثلَّث القائم في كلِّ مُثلَّث من المُثلَّثات التالية:

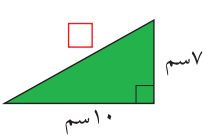
(أ)



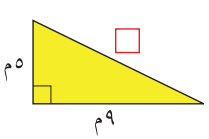

(ب)




(ج)

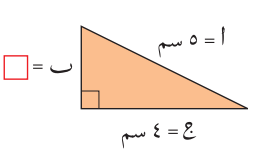



(د)

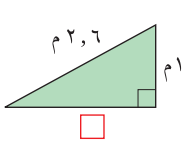



٢) أوجد أطوال الأضلاع الموضوع أمامها العلامة □ في كلِّ مُثلَّث من المُثلَّثات التالية:

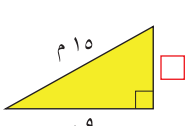
(أ)



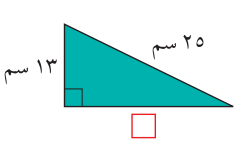

(ب)




(ج)




(د)



٣) مُستطيل يبلُغ طوله ١٢ سم وعرضه ٥ سم.
أوجد طول قُطر المُستطيل.

ارسُم أشكالًا لكي تساعدك على حلِّ هذه المسائل.

٤) قام كامل بالسير على قدميه مسافة قدرها ٨ كم شمالًا ثُمَّ مسافة أخرى قدرها ١٢ كم شرقًا.
ما مقدار المسافة بين كامل والنقطة التي بدأ منها مسيرته؟

## ملخص

**يجب أن تعرف أن:**

- ★ جميع زوايا المُضلَّع المُنتظم متساوية في القياس وجميع أضلاعه متطابقة في الطول.
- ★ مجموع الزَّوايا الداخليَّة لأيِّ مُضلَّع عدد أضلاعه ع يساوي (ع − ٢) × ١٨٠°
- ★ مجموع الزَّوايا الخارجيَّة لأيِّ مُضلَّع يساوي ٣٦٠°
- ★ لا يُمكن استخدام نظريَّة فيثاغورس إلا عند حلِّ المسائل المتعلِّقة بالمُثلَّثات القائمة الزَّاوية فقط.
تنصُّ النظريَّة على أنَّ: أ$^{٢}$ = ب$^{٢}$ + ع$^{٢}$، حيث التسمية أ تُمثِّل وتر المُثلَّث القائم، والتسميتان ب، ع تُمثِّلان ضلعي المُثلَّث الآخرين الأقصر طولًا.

**يجب أن تكون قادرًا على:**

- ★ حساب قياس الزَّوايا الداخليَّة والخارجيَّة لأيِّ مُضلَّع مُنتظم.
- ★ إثبات الصيغة الخاصَّة بمجموع الزَّوايا الداخليَّة لأيِّ مُضلَّع، والصيغة الأخرى التي تنصُّ على أنَّ مجموع الزَّوايا الخارجيَّة لأيِّ مُضلَّع يساوي ٣٦٠°
- ★ حلُّ المسائل باستخدام خصائص الزَّوايا، والخطوط المتوازية والمتقاطعة، والمُثلَّثات، والمُضلَّعات الأخرى، والدوائر مع شرح الأسباب المنطقيَّة لصحة الإجابات.
- ★ فَهْم نظريَّة فيثاغورس واستخدامها لحلِّ المسائل على الأشكال ثنائيَّة الأبعاد والتي تحتوي على مُثلَّثات قائمة الزَّاوية.

## تمارين ومسائل عامة

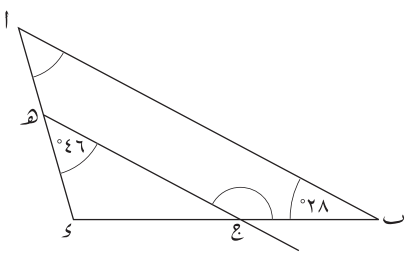
١) هناك مُضلَّع مُنتظم له ١٥ ضلعًا.

أوجد ما يلي:

( أ ) الزَّاوية الخارجيَّة (ب) الزَّاوية الداخليَّة.

٢) إذا كانت زوايا المُضلَّع الخماسيِّ هي (أ)°، (أ + ١٠)°، (أ + ٢٠)°، (أ + ٣٠)°، (أ + ٤٠)°. فأوجد قياس أكبر زاوية من زوايا هذا المُضلَّع الخماسيِّ.

٣) الشكل (ا ب ء) يُمثِّل مُثلَّثًا. الضلعان (ا ب)، (هـ ع) متوازيان.



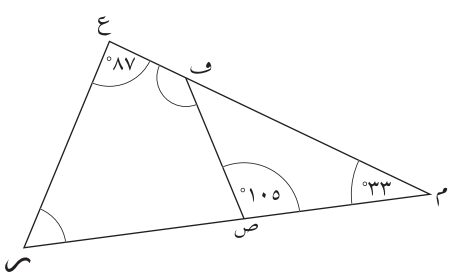

( أ ) أوجد و (ء أ̂ ب).

أعطِ سببًا لإجابتك.

(ب) أوجد و (ب ع̂ هـ).

أعطِ سببًا لإجابتك.

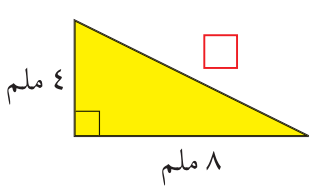
٤) الشكل (ع م ر) يُمثِّل مُثلَّثًا.



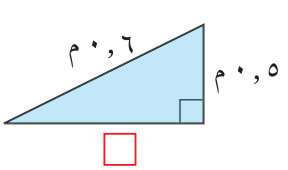

أوجد و (ص ف̂ ع)، و (ع ر̂ ص).

أعطِ أسبابًا لإجاباتك.

٥) أوجد طول وتر المُثلَّث القائم الموضوع أمامه العلامة ☐ في هذا المُثلَّث:




٦) أوجد طول الضلع الموضوع أمامه العلامة ☐ في هذا المُثلَّث:




٧) هناك مُستطيل طوله ١٢ سم وطول قطره ١٣ سم.

أوجد مساحة المُستطيل.

ارسُم أشكالًا لكي تساعدك على حلِّ هذه المسائل.

# الوحدة الثالثة عشرة: معالجة البيانات وعرضها

إذا كانت لديك أعمار سبعة طلاب، فيُمكنك إيجاد الوسط الحسابيِّ والوسيط والمنوال.

هل يُمكنك القيام بالعكس؟

سبعة طلاب يبلُغ الوسط الحسابيُّ لأعمارهم ١٢ سنةً والوسيط ١٣ سنةً والمنوال ١٤ سنةً.

فكم أعمارهم؟ هل يوجد أكثر من إجابة واحدة؟

الإحصاء الذي تختاره لتمثيل مجموعة من البيانات مهم جدًا.

في **الألعاب الأولمبيَّة** يتمُّ إعداد جدول الميداليات.

وعادة ما تُصنَّف الدول حسب عدد **الميداليات الذهبيَّة** التي تربحها.

يوضِّح الجدول الأوَّل أعلى ثماني دول تصنيفًا في الألعاب الأولمبيَّة لسنة ٢٠١٢ طبقًا لعدد الميداليات الذهبيّة.

عادةً ما تُصنف الدول حسب **إجماليِّ** عدد الميداليات. توجد النتائج في الجدول الثاني من الجداول التالية.

| الدولة | الميداليات الذهبيَّة |
|---|---|
| الولايات المتَّحدة الأمريكيَّة | ٤٦ |
| الصين | ٣٨ |
| المملكة المتَّحدة | ٢٩ |
| روسيا | ٢٤ |
| كوريا الجنوبيَّة | ١٣ |
| ألمانيا | ١١ |
| فرنسا | ١١ |
| إيطاليا | ٨ |

| الدولة | إجماليُّ الميداليات |
|---|---|
| الولايات المتَّحدة الأمريكيَّة | ١٠٤ |
| الصين | ٨٨ |
| روسيا | ٨٢ |
| المملكة المتَّحدة | ٦٥ |
| ألمانيا | ٤٤ |
| اليابان | ٣٨ |
| أستراليا | ٣٥ |
| فرنسا | ٣٤ |

يُمكنك ملاحظة أنَّ النتائج مختلفة.

أيُّ طريقة تعتقد أنَّها الأفضل لمقارنة الدول؟

في هذه الوحدة ستراجع ما تعلَّمته سابقًا عن معالجة البيانات وعرضها، كما ستتعلم المزيد عنها

## ١٣-١ حساب الإحصاء

يُمكنك استخدام الإحصاء لتحليل مجموعات من البيانات.
يُمكن أيضًا استخدامها لمقارنة مجموعات مختلفة من البيانات.
يجب أن تكون بالفعل قادرًا على حساب ثلاثة أنواع مختلفة من المتوسط الإحصائي: وهي المنوال والوسيط والوسط الحسابيُّ.
تذكَّر أنَّ المدى ليس نوعًا من أنواع المتوسط الإحصائي، يقيس المدى إلى أيِّ حد تتباعد مجموعة من القيم أو الأعداد.
بالنسبة لمجموعة بيانات كبيرة فإنَّ كتابة كلِّ عددٍ بشكلٍ منفصلٍ ليس عمليًّا. بدلًا من ذلك، يُمكنك تسجيل البيانات في جدول تكراري.

المنوال هو القيمة أو العدد الأكثر شيوعًا.
الوسيط هو القيمة الوسطى، عند كتابة القيم بالترتيب.
الوسط الحسابيُّ هو مجموع القيم على عددها.
المدى هو الفرق بين أكبر وأصغر قيمةٍ.

الجدول التكراري هو أيُّ جدول يسجِّل عدد مرَّات تكرار قيم البيانات.

**مثال ١٣-١**

يوضِّح الجدول عدد الخرز في ٢٠٠ قلادة، أوجد:

| عدد الخرز | ٢٥ | ٣٠ | ٣٥ | ٤٠ | ٤٥ | ٥٠ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار (عدد القلادات) | ٣٤ | ٤٨ | ٦١ | ٣٠ | ١٥ | ١٢ |

( أ ) المنوال
(ب) الوسط الحسابيَّ
(ج) المدى

**الحل**

( أ ) المنوال هو ٣٥ — المنوال هو العدد الأكثر تكرارًا.

(ب) ٦٩٠٠ ÷ ٢٠٠ = ٣٤,٥ — (٢٥ × ٣٤ + ٣٠ × ٤٨ + ٣٥ × ٦١ + ٤٠ × ٣٠ + ٤٥ × ١٥ + ٥٠ × ١٢) ÷ مجموع التكرارات. هذه إجابة منطقيَّة؛ لأنَّها قريبة لمتوسِّط عدد الخرز الممكن.

(ج) ٥٠ − ٢٥ = ٢٥ — هذا هو الفرق بين أكبر وأصغر عددٍ من الخرز.

### تمارين ١٣-١

١) فيما يلي الفترات الزمنيَّة (بالدقائق) التي يستغرقها ثمانية طلاب للوصول إلى المدرسة.

( أ ) أوجد: (١) الوسيط للوقت (٢) الوسط الحسابيَّ للوقت (٣) المدى

١٠، ١٢، ١٥، ١٨، ٢٤، ٢٥، ٣٠، ٣٥

إذا علمت أنه يوجد خطأ في الفترات الزمنيَّة الموجودة في الجزئية ( أ ). العدد ٣٥ يجب أن يكون ٥٣

(ب) صحِّح قيم: (١) الوسيط للوقت (٢) الوسط الحسابيِّ للوقت (٣) المدى

٢) أوجد المنوال للعمر لكلِّ مجموعة من البيانات:

( أ ) أعمار الأفراد في صفِّ اللياقة البدنيَّة

٥٧، ٥٦، ٥١، ٥٩، ٥١، ٥٦، ٥٨، ٥٨، ٥١، ٥٣، ٥٠، ٥١، ٥٤، ٥١

(ب) أعمار مجموعة من الأطفال

| العُمر (السنوات) | ١٠ | ١١ | ١٢ | ١٣ | ١٤ |
|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | ٥ | ١٢ | ١٣ | ١٧ | ٢٠ |

أوجد كلا من :

٣) الوسيط لكلِّ مجموعة في السؤال ٢

٤) الوسط الحسابيَّ للعُمر لكلِّ مجموعة في السؤال ٢

٥) مدى أعمار كلِّ مجموعة في السؤال ٢

٦) هذا الجدول يوضح الأجر الأسبوعي لمجموعة من العمال.

| الأجر (بالريال) | ٤٠-٥٩ | ٦٠-٧٩ | ٨٠-٩٩ | ١٠٠-١١٩ |
|---|---|---|---|---|
| التكرار | ١٥ | ٥٨ | ٢٧ | ٢٢ |

بالنسبة للبيانات المُجمَّعة، الفئة المنواليَّة هي الفئة الأكثر تكرارًا. كما يعدُّ المدى أيضًا قيمةً تقديريَّةً؛ لأنَّ الجدول لا يسرد القيم الدقيقة.

( أ ) ما الفئة المنواليَّة؟

(ب) لماذا لا يُمكنك إيجاد القيمة الدقيقة للوسط الحسابيِّ للأجر؟

( ج ) يحاول راشد إيجاد مدى البيانات.

هل هو على صواب؟ أعطِ سببًا لإجابتك.

المدى هو ٥٣ ريالًا.

٧) تسجِّل سناء درجات الحرارة في منتصف النهار (لأقرب درجة) بفناء المدرسة كلَّ يوم على مدار شهر واحد.

| درجة الحرارة (°س) | من ١٩ إلى ٢٣ | من ٢٤ إلى ٢٨ | من ٣٠ إلى ٣٢ | من ٣٥ إلى ٣٨ |
|---|---|---|---|---|
| التكرار | ٣ | ٨ | ١٦ | ٤ |

( أ ) ما الذي يُمكنك قوله عن الوسيط لدرجات الحرارة؟

(ب) قدِّر المدى.

٨) لدى أحمد درجات ثلاثة اختبارات.

أصغر درجة هي ٥٢

المدى هو ٣٧ درجةً.

الوسط الحسابيُّ هو ٦٦

ما هي الثلاث درجات؟

٩) هذه أعمار أسرة مكوَّنة من أربعة أطفال وأمِّهم.

٣، ٥، ٨، ١٢، ٣٩

أوجد التالي:

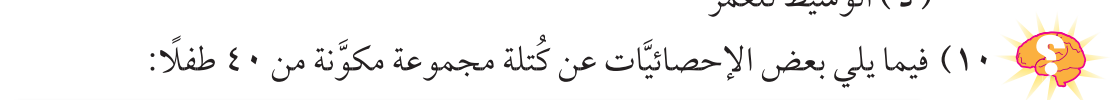
( أ ) الوسط الحسابيَّ لعُمر الأطفال

(ب) الوسيط لعُمر الأطفال

في حالة تضمين عُمر الأم، فما التغيير الذي سيطرأ على:

( ج ) الوسط الحسابيِّ للعُمر

( د ) الوسيط للعُمر

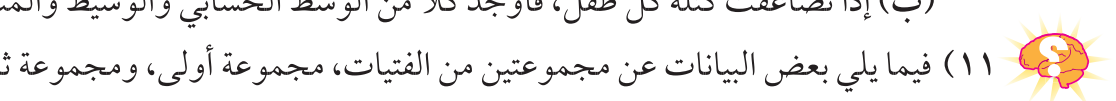


١٠) فيما يلي بعض الإحصائيَّات عن كُتلة مجموعة مكوَّنة من ٤٠ طفلًا:

| | | |
|---|---|---|
| الوسط الحسابي = ٥ , ١٢ كغم | الوسيط = ٧ , ١١ كغم | المدى = ١ , ٦ كغم |

( أ ) إذا زادت كُتلة كلِّ طفل ٤ , ١ كغم، فأوجد كلا من الوسط الحسابي والوسيط والمنوال.

(ب) إذا تضاعفت كُتلة كلِّ طفل، فأوجد كلا من الوسط الحسابي والوسيط والمنوال.



١١) فيما يلي بعض البيانات عن مجموعتين من الفتيات، مجموعة أولى، ومجموعة ثانية:

| | | |
|---|---|---|
| المجموعة الأولى: العدد: ٢٠ | الوسط الحسابيُّ للطول: ٥٥ , ١ م | مدى الأطوال: ٤٢ , ٠ م |
| المجموعة الثانية: العدد: ١٠ | الوسط الحسابيُّ للطول: ٤٠ , ١ م | مدى الأطوال: ٣٦ , ٠ م |

بالنسبة للمجموعتين معًا، أوجد، إن أمكن الأمر:

( أ ) عدد الفتيات

(ب) الوسط الحسابيَّ للطول

( ج ) مدى الأطوال

## ١٣-٢ استخدام الإحصاء

الآن يُمكنك إيجاد العديد من المقاييس الإحصائيَّة المختلفة.

عند التطبيق العمليِّ، ستحتاج إلى أن تقرِّر أيًّا منها تستخدم.

إذا كنت تريد قياس مدى تباعد مجموعة من القيم، فإنَّ المدى هو الإحصاء الأكثر فائدة.

إذا كنت تريد إيجاد القياس الصحيح، فإنَّك تحتاج إلى متوسِّط. هل ستختار المنوال أم الوسيط أم الوسط الحسابيَّ؟ يعتمد ذلك على الموقف المُحدَّد.

يوجد هنا مُلخَّص ليساعدك على اختيار المقياس المناسب.

- اختر المنوال إذا كنت تريد معرفة أيِّ الأعداد هو الأكثر حدوثًا.
- الوسيط هو القيمة الوسطى عند وضع قيم البيانات بالترتيب. نصف الأعداد أكبر من الوسيط ونصف الأعداد أصغر منه **اختر الوسيط في حالة وجود قيم متطرفة والبيانات في المنتصف متقاربة.**
- يعتمد الوسط الحسابيُّ على كلِّ قيمةٍ من القيم الموجودة. عند تغيير عدد واحد سيتغيَّر الوسط الحسابيُّ **اختر الوسط الحسابي عندما لا تحتوي البيانات قيما متطرفة ، واختر المدى في حالة وصف انتشار البيانات.**

**مثال ١٣-٢**

يوضِّح الشكل المقابل أعمار لاعبي فريق كرة قدم، بالسنوات.
أوجد متوسِّط العُمْر. أعطِ سببًا لاختيارك هذا المقياس.

١٦، ١٧، ١٨، ١٨، ١٩، ٢٠، ٢٠، ٢١، ٢١، ٣٢، ٤١

**الحل**

المنوال ليس اختيارًا موفَّقًا.

توجد ثلاث قيم منواليَّة. كلُّ قيمة متكرِّرة مرَّتين فقط.

سيتأثَّر الوسط الحسابيُّ بأكبر شخصين.

هم أكبر بكثير وسيؤثِّرون على القيمة.
في الواقع الوسط الحسابيُّ هو ٢٢,١
وهناك تسعة أشخاص أصغر من ذلك واثنان فقط هما الأكبر.

الوسيط هو ٢٠ وهذا أفضل متوسِّط يُمكن استخدامه في هذه الحالة.

خمسة لاعبين أصغر من الوسيط وخمسة أكبر منه.

## تمارين ١٣-٢

١) تسجِّل فريدة وقت انتظارها الغداء بالمنزل كلَّ يومٍ لمُدَّة ٢٠ يومًا. أوجد متوسِّط وقت انتظار فريدة.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ٢ | ٥ | ٣ | ٨ | ٥ | ٢ | ١٠ | ٧ | ٨ | ٨ |
| ٤ | ٧ | ٢ | ٢ | ٣ | ٦ | ١٠ | ٣ | ٤ | ٧ |

٢) يوضِّح الجدول المقابل عدد أيام سقوط الأمطار في شهر يناير على مدار ٣٠ سنةً.

أوجد متوسِّط عدد أيام سقوط الأمطار في شهر يناير على مدار ٣٠ سنةً.

| أيام سقوط الأمطار | ٠ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | ١١ | ٨ | ٤ | ١ | ٢ | ٣ | ٠ | ١ |

٣) ( أ ) يوضِّح الشكل المقابل نتائج مباريات كرة القدم في المجموعة الأولى يوم السبت ١٧ من مارس.

أوجد متوسِّط عدد الأهداف لكلِّ مباراةٍ.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| ١-١ | ٤-١ | ١-١ | ١-١ | ٢-١ | ٠-٠ |
| ٠-٢ | ٢-١ | ٢-٣ | ١-١ | ١-١ | ٢-١ |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| ١-٢ | ٠-١ | ٢-٠ | ٠-١ | ٤-١ | |
| ٣-٠ | ٢-٣ | ٠-٢ | ٠-٢ | ٣-٢ | ١-٢ |

(ب) يوضِّح الشكل المقابل نتائج المجموعة الثانية في نفس اليوم.

أيُّ مجموعة بها تنوُّع أكثر من حيث عدد الأهداف التي سُجِّلت في مباراة واحدة؟

أعطِ سببًا لإجابتك.

٤) تُباع الأحزمة بأطوال مختلفة.

يوضِّح هذا الجدول عدد الأحزمة الرجالية المُباعة في أحد المتاجر خلال شهر واحد.

| الطول (سم) | ٣٢ | ٣٤ | ٣٦ | ٣٨ | ٤٠ | ٤٢ | ٤٤ | ٤٦ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | ٦ | ١٦ | ٢٨ | ٤١ | ١٧ | ١٨ | ١٠ | ١٣ |

استخدم مقياسًا مناسبًا لتحديد مقاس الحزام الذي يجب أن يكون متوفِّرًا دائمًا لدى مالك المحل.

٥) يوضِّح الشكل المقابل الأرباح السنويَّة (مُقرَّبة لأقرب ألف ريالٍ) لمجموعة من التجار.

أوجد متوسِّط الأرباح التي حصلوا عليها.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ٢٣٠٠٠ | ٢٦٠٠٠ | ٢٦٠٠٠ | ٢٩٠٠٠ | ٢٩٠٠٠ |
| ٣٠٠٠٠ | ٣٠٠٠٠ | ٣٢٠٠٠ | ٤٦٠٠٠ | ٥٩٠٠٠ |

٦) يوضِّح هذا الجدول مُدَّة ٥٨ فيلمًا جديدًا.

| طول المُدَّة (بالدقائق) | -٨٠ | -٩٠ | -١٠٠ | -١١٠ | -١٢٠ | -١٣٠ | ١٤٠-١٥٠ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | ٣ | ١٠ | ١٢ | ٢٦ | ٢ | ٤ | ١ |

أوجد المنوال لمدة الأفلام الجديدة.

٧) يوضِّح الشكل المقابل أعداد الأعطال بأحد الطرق الرئيسيَّة خلال ١٢ يومًا مختلفًا في شهر يوليو.

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ٢ | ٥ | ٨ | ٦ | ٤ | ٩ | ٦ | ٣ | ٦ | ٤ | ٧ | ٤ |

ويوضِّح الشكل المقابل أعداد الأعطال خلال ١٠ أيام في شهر يناير.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ١٠ | ١٣ | ٦ | ١٤ | ٧ | ١٩ | ٧ | ١٥ | ١٦ | ٧ |

قارن بين عدد الأعطال في يوليو ويناير، ما المقياس المناسب الذي ستختاره؟

## ملخص

**يجب أن تعرف أنَّ:**

- ★ الوسط الحسابيَّ والوسيط والمنوال هم ثلاثة أنواع مختلفة من المقاييس الإحصائية.
- ★ المدى هو إحصاء يقيس تباعُد مجموعةٍ من البيانات.
- ★ المتوسِّط هو قيمة تمثيليَّة ويُمكنك استخدام هذه الحقيقة للتحقُّق من الأخطاء المُمكنة في العمليَّة الحسابيَّة.

**يجب أن تكون قادرًا على:**

- ★ حساب الإحصاء، باستخدام الوسط الحسابيُّ والوسيط والمنوال والمدى.
- ★ تحديد المقياس الأكثر ملاءمةً لمسألةٍ معيَّنةٍ.
- ★ تقرير كيفيَّة التحقُّق من النتائج مع الأخذ في الاعتبار ما إذا كانت الإجابة منطقيَّةً فيما يخصُّ سياق المسألة.

## تمارين ومسائل عامة

١) يرمي سامي العملة للحصول على صورة، ثُمَّ يسجِّل عدد محاولات رمي العملة. وكرَّر هذا الأمر ٢٤ مرَّةً.

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ٢ | ٢ | ١ | ٣ | ١ | ١ | ١ | ٢ | ٢ | ١ | ٢ | ٢ |
| ٥ | ١ | ١ | ١ | ١ | ١ | ٢ | ٣ | ٢ | ١ | ٣ | ١ |

نتائج عدد محاولاته موضَّحةٌ في الإطار المقابل.

أوجد التالي:

( أ ) المنوال (ب) الوسيط

(ج) الوسط الحسابيَّ ( د ) المدى

٢) تستخدم سارة جدول بيانات لتمثيل نشاط رمي العملة الموضَّح في السؤال رقم ١ وتسجِّل نتائجها في جدول.

| عدد الرميات للحصول على صورةٍ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | ١٦٠ | ٧٥ | ٤٤ | ١٨ | ١٠ | ٥ | ٢ | ٠ | ١ |

أوجد التالي: ( أ ) المنوال

(ب) الوسيط

(ج) الوسط الحسابيَّ

( د ) المدى

٣) يوضِّح الشكل المقابل أعمار أطفال في مرحلة رياض الأطفال.

أوجد التالي:

( أ ) الوسيط لأعمار البنات

(ب) الوسط الحسابيَّ لأعمار البنين

(ج) المنوال لأعمار جميع الأطفال

| العُمْر | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ |
|---|---|---|---|---|
| البنات | ٦ | ١٤ | ١٦ | ٢ |
| البنون | ١ | ١٣ | ٦ | ٤ |

٤) يقدِّر مجموعة من الأطفال والبالغين عدد قطع الحلوى في برطمان.

| عدد قطع الحلوى | ٦٠-٦٤ | ٦٥-٦٩ | ٧٠-٧٤ | ٧٥-٧٩ | ٨٠-٨٤ | ٨٥-٨٩ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| الأطفال | ٦ | ١٣ | ٢١ | ١٥ | ٥ | ٠ |
| البالغون | ٢ | ٨ | ١٩ | ٣١ | ٢٠ | ٢٠ |

توجد ٧٣ قطعة حلوى في البرطمان. من أصحاب التقدير الأفضل، الأطفال أم البالغون؟ استخدم المقياس المناسب لتوضيح إجابتك.

٥) يبيع مطعم للوجبات الخفيفة اثنين من المشروبات الباردة عصير برتقال وعصير ليمون.
يوضِّح الجدول التالي مبيعات كلِّ يوم خلال أسبوع.

| اليوم | السبت | الأحد | الإثنين | الثلاثاء | الأربعاء | الخميس | الجمعة |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| عصير برتقال | ٤٢ | ٥٨ | ٦٣ | ٣٩ | ٧٤ | ٧٥ | ٣٨ |
| عصير ليمون | ٨١ | ٧٥ | ٦٣ | ٤٢ | ٥٥ | ٢٥ | ٨٩ |

اختر مقياسًا مناسبًا لمقارنة مبيعات كلِّ مشروب.

٦) عندما تلعب لعبة السهام، فإنَّك ترمي ثلاثة أسهم على لوحة النيشان (الهدف) ثُمَّ تجمع مجموع النقاط التي أحرزتها. يلعب بدر وخالد هذه اللعبة. فيما يلي مجموع نقاطهما لعددٍ من المحاولات.

| | |
|---|---|
| بدر | ١٨، ٣٢، ٢٦، ٥٣، ٥، ٢٩، ٤١، ١٥، ٨٥، ٩، ٤٤، ٢٨، ١٠٠، ٣٧، ٥٥ |
| خالد | ٤١، ٢٦، ٣٣، ٥١، ٢٦، ٢٩، ٦٠، ٤٥، ٦٠، ١٩، ٤٢، ٣٦ |

( أ ) أيهما لديه متوسِّط مجموع نقاط أفضل؟ أعطِ سببًا لإجابتك.

(ب) أيهما لديه تنوُّع أكثر في مجموع النقاط؟ أعطِ سببًا لإجابتك.

يبلُغ طول جسر العيجة ٤٥ م. كم يبلُغ طول هذا الجسر بالكيلومتر؟

**المُفردات**

تأكد من تعلمك وفهمك للمفردات الأساسية التالية:

- مُتوسِّط السرعة (average speed)
- القياسات المُركَّبة (compound measures)

يحتوي جامع السلطان قابوس الأكبر على مئذنة رئيسية ارتفاعها ٩١٣٠ سم. قُم بتغيير وحدة الارتفاع هذه إلى وحدة مناسبة.

تبلُغ سرعة سيَّارة بلادهاوند – السيارة الأسرع من الصوت – ١٦٩٠ كم/ساعة؛ فما المسافة التي ستقطعها هذه السيَّارة باعتقادك في ثانيةٍ واحدةٍ؟ كما تبلُغ كُتلة السيَّارة، (متضمنة كُتلة الوقود) ٧٧٨٦ كغم. كيف يمكنك مقارنة هذه السيَّارة بسيَّارةٍ عادية؟

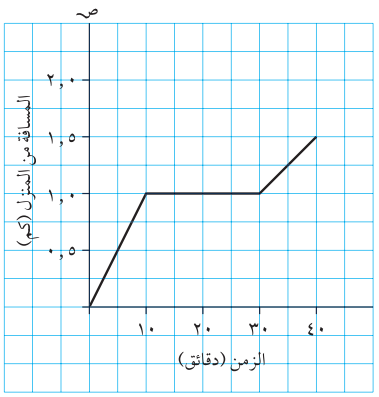
ما كميَّة الماء الموجودة في حمَّام السباحة؟

٥٠٠ لتر؟ ٥ ٠٠٠ لتر؟ ٥٠ ٠٠٠ لتر؟

ما مساحة ملعب كرة القدم؟

٧٠٠ م٢؟ ٧ ٠٠٠ م٢؟ ٧٠ ٠٠٠ م٢؟

## ١٤-١ الرسوم البيانيَّة الواقعيَّة (١)




يوضِّح الرسم البيانيُّ المقابل رحلة هيثم من المنزل.

انظر إلى المحورين.

يوضِّح المحور الأفقيُّ الزمن (بالدقائق).

يوضِّح المحور العموديُّ المسافة التي قطعها هيثم من المنزل (بالكيلومترات).

يتكوَّن الرسم البيانيُّ من ثلاثة أجزاء حيث يمكنك إيجاد النقاط التالية من الرسم.

- قام هيثم بالمشي لمدة ١٠ دقائق وقطع مسافة ١ كم.
- انتظر الحافلة لمدة ٢٠ دقيقةً؛ ويمكنك تخمين أنه لم يتحرَّك؛ لأنَّ الخط أفقيٌّ.
- لم تأت الحافلة؛ فبدأ هيثم في المشي مرَّةً أخرى. بعد ٤٠ دقيقةً، كان هيثم على بُعد ٥ , ١ كم من المنزل.

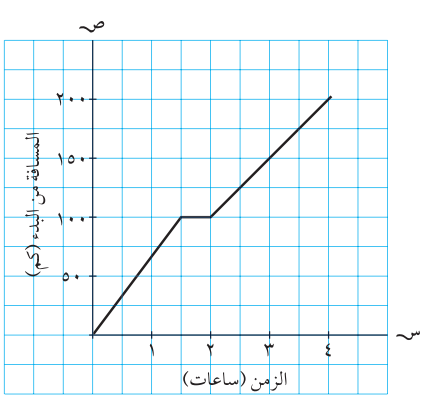
في الجزء الأوَّل، استغرق هيثم ٥ دقائق ليمشي ٥ , ٠ كم. في الجزء الثالث، استغرق ١٠ دقائق ليمشي ٥ , ٠ كم. كان هيثم يمشي أكثر بطئًا في الجزء الثالث، ويُمكنك رؤية ذلك من خلال الرسم البيانيِّ. عندما يكون الرسم البيانيُّ أكثر ميلًا (الجزء الأوَّل)، فهذا يعني أنَّ هيثم يمشي بسرعة أكبر؛ أما عندما يكون الرسم البيانيُّ أقل ميلًا (الجزء الثالث)، فهذا يعني أنَّ هيثم يمشي بسرعة أقل.

**لاحظ أن:** الرسم البياني أفقي، أي أن هيثم لا يتحرك فهو ينتظر الحافلة.

**ملاحظة:** إذا كان الميل يرتفع لأعلى من اليسار إلى اليمين (ميل موجب)، فهذا يعني أن المسافة من البداية تزيد. وإذا كان الميل ينخفض لأسفل من اليسار إلى اليمين (الميل سالب)، فهذا يعني أن المسافة من البداية تقل. في هذا الرسم الميل أو الإنحدار يخبرك بالسرعة.

### تمارين ١٤-١

١) يوضِّح الرسم البيانيُّ المقابل رحلة سيَّارةٍ.




كانت الرحلة تتكوَّن من مرحلتين وبها فترة توقُّف.

أوجد كلا مما يأتي:

( أ ) الزمن المُستغرَق للجزء الأوَّل من الرحلة.

(ب) المسافة التي قطعتها السيَّارة في الجزء الأوَّل من الرحلة.

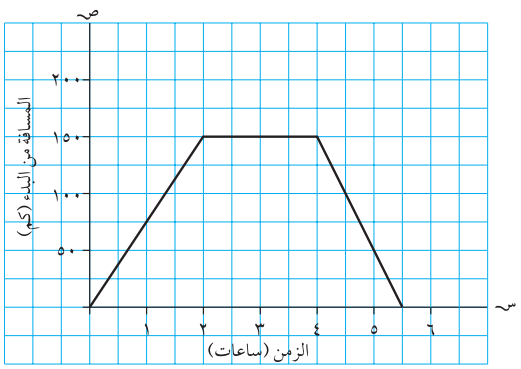
( ج ) الزمن المُستغرَق لفترة التوقُّف.

( د ) الزمن المُستغرَق للرحلة بأكملها.

(هـ) إجماليَّ المسافة المقطوعة.

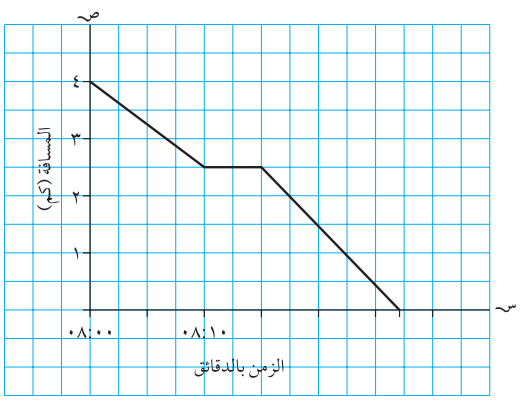
( و ) هل تحرَّكت السيَّارة بشكل أسرع في المرحلة الأولى أم المرحلة الأخيرة؟ أعطِ سببًا لإجابتك.

٢) ذهب حسن بسيَّارته إلى صلالة.
أقام هناك لفترة، ثُمَّ قاد سيَّارته وعاد للمنزل. يوضِّح الرسم البيانيُّ رحلته.
أوجد كلا مما يأتي:



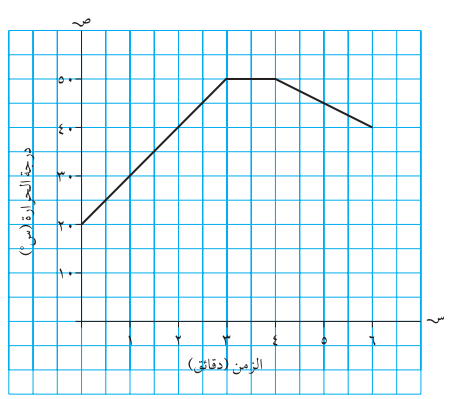

( أ ) المسافة المقطوعة من منزل حسن إلى صلالة.
(ب) المُدَّة التي قضاها حسن في صلالة.
( ج ) الزمن المُستغرَق للوصول إلى صلالة.
( د ) الزمن المُستغرَق للعودة من صلالة إلى المنزل.
(هـ) هل قاد حسن سيَّارته بشكلٍ أسرع أثناء الوصول إلى صلالة أم أثناء العودة إلى المنزل؟

٣) يحب قاسم الركض من المنزل إلى المدرسة.
يوضِّح الرسم البيانيُّ المقابل رحلته في صباح يومٍ ما.



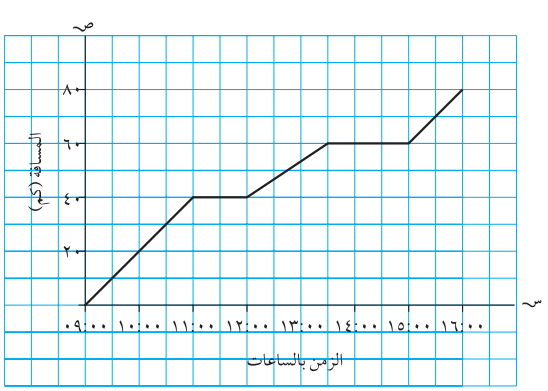

( أ ) ما المسافة التي يقطعها قاسم من المنزل إلى المدرسة؟
(ب) متى يغادر قاسم المنزل؟
( ج ) توقف قاسم لأخذ قسطٍ من الراحة في الطريق.
(١) متى توقف قاسم؟
(٢) ما المُدَّة التي توقفها قاسم؟
( د ) متى وصل قاسم إلى المدرسة؟

٤) في إحدى التجارب، قام سليمان بتسخين بعض المياه.
يوضِّح الرسم البيانيُّ كيفيَّة تغير درجة الحرارة.



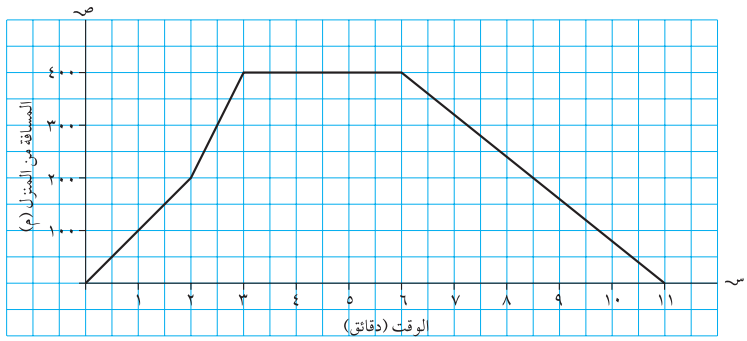

( أ ) كم كانت درجة الحرارة في البداية؟
(ب) كم كانت درجة الحرارة بعد دقيقتين؟
( ج ) ماذا كانت أعلى درجة حرارة؟
( د ) ماذا حدث بعد ٤ دقائق؟

٥) اشترك سالم في أحد سباقات الدرَّاجات.
يوضِّح الرسم البيانيُّ هذا تقدمه.



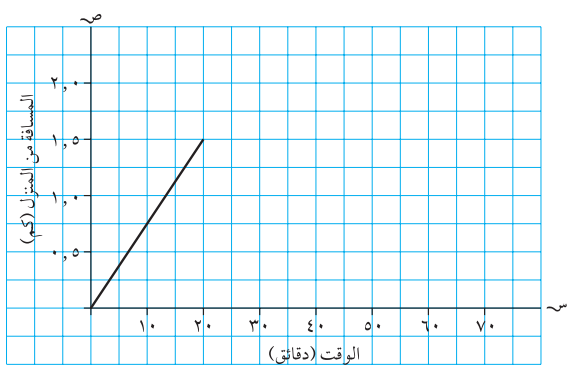

( أ ) متى بدأ سالم هذا السباق؟
(ب) ما المسافة التي قطعها سالم بحلول الساعة ١٠:٣٠؟
( ج ) توقف سالم مرَّتين؛ فكم كان الوقت في المرتين؟
( د ) ما المسافة التي قطعها سالم في أوَّل خمس ساعاتٍ؟
(هـ) ما المسافة التي قطعها سالم في سباق الدرَّاجات؟
( و ) كم استغرقت رحلته؟

٦) كانت نور تمشي إلى موقف الحافلات.
وبعد دقيقتين، بدأت في الركض؛ ثم توقَّفت عند موقف الحافلات.



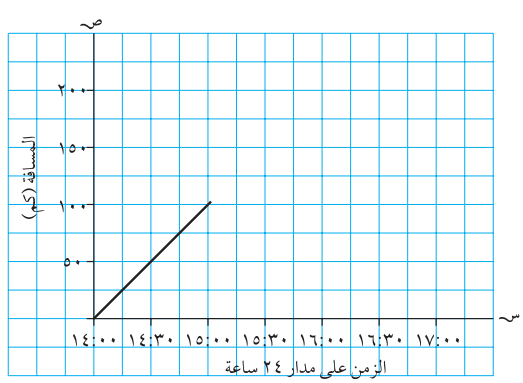

( أ ) ما المسافة التي كانت نور قد قطعتها مشيًا عندما بدأت في الركض؟
(ب) ما المُدَّة التي استغرقتها نور للوصول إلى موقف الحافلات؟
( ج ) ما الذي تعتقد أنه قد حدث بعد ذلك؟

٧) قام عزيز بالمشي من المنزل إلى أحد المحلَّات.
ويوضح الرسم البياني المقابل رحلته.
استغرق عزيز ٢٠ دقيقةً للوصول للمحلِّ.




( أ ) أوجد المسافة المقطوعة للمحلِّ.
(ب) انسخ الرسم البيانيَّ.
( ج ) مكث عزيز في المحلِّ لمُدَّة ٢٠ دقيقةً.
وضِّح هذا على الرسم البيانيِّ.
( د ) استغرق عزيز ٣٠ دقيقةً للعودة إلى منزله سيرًا على الأقدام.
وضِّح هذا على الرسم البيانيِّ.

٨) بدأت مروة في قيادة سيارتها في الساعة ١٤:٠٠
( أ ) ما المسافة التي قطعتها مروة بحلول الساعة ١٤:٣٠؟
(ب) انسخ الرسم البيانيَّ.
( ج ) توقَّفت مروة لمُدَّة نصف ساعة في الساعة ١٥:٠٠
وضِّح هذا على الرسم البيانيِّ.




( د ) استأنفت مروة رحلتها، واستغرقت ٩٠ دقيقةً لقطع مسافة ١٠٠ كم أخرى. وضِّح هذا على الرسم البيانيِّ.

٩) غادر أحمد منزله وقاد سيَّارته الساعة ١٠:٣٠، استغرق أحمد ساعتين لقطع مسافة ٢٠٠ كم، ثُمَّ توقَّف لمُدَّة ساعة.
ثُمَّ عاد مرَّةً أخرى للمنزل. استغرقت رحلة عودته للمنزل $1\frac{1}{2}$ ساعةً.
( أ ) صمِّم رسمًا بيانيًّا لتوضيح رحلة أحمد.
(ب) متى عاد أحمد لمنزله؟

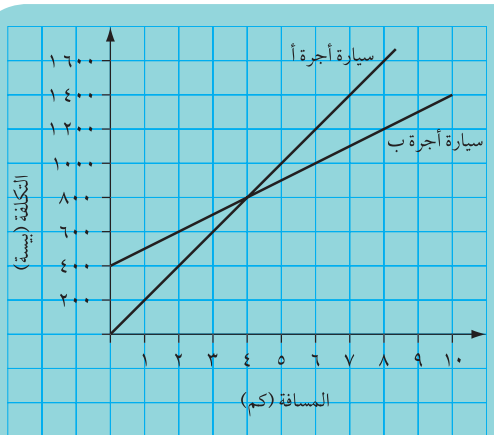
١٠) اشتركت أميرة في أحد سباقات الدرَّاجات. بدأت السباق الساعة ٩:١٥ صباحًا، وركبت الدرَّاجة لمُدَّة ساعتين وقطعت مسافة ٣٠ كم. توقَّفت أميرة لمُدَّة ساعة واحدة، ثم ركبت الدرَّاجة لمُدَّة $2\frac{1}{2}$ ساعة مرَّةً أخرى وقطعت ٤٠ كم.
( أ ) صمِّم رسمًا بيانيًّا لتوضيح رحلة أميرة.
(ب) أوجد الزمن الذي انتهت فيه أميرة.

## ١٤-٢ الرسوم البيانيَّة الواقعيَّة (٢)

يُمكن أن توضِّح الرسوم البيانيَّة حركة الرحلات لأكثر من شخص واحد.

### مثال ١٤-٢

يوضِّح الرسم البيانيُّ المقابل الأجرة التي حصلت عليها سيَّارتان أجرة مختلفتان.




( أ ) ما الأجرة التي تحصل عليها كلُّ سيَّارة أجرة لرحلة تبلُغ مسافتها ٧ كم؟

(ب) ما الأجرة التي تحصل عليها سيَّارة الأجرة ( أ ) لكلِّ كيلومتر؟

(ج) لسيَّارة الأجرة (ب) أجرة ثابتة، ثُمَّ حدَّدت مبلغًا معيَّنًا لكلِّ كيلومتر.

(١) ما الأجرة الثابتة؟ (٢) ما سعر كلِّ كيلومتر؟

( د ) ما المسافة التي تكلف نفس المبلغ في أيِّ سيَّارة أجرة؟

#### الحل

( أ ) تحصل سيَّارة الأجرة ( أ ) على ١٤٠٠ بيسة، تحصل سيَّارة الأجرة (ب) على ١١٠٠ بيسة.

أوجد القيمة المناظرة على محور التكلفة لكل خط عندما تكون قيمة إحداثي المسافة ٧

(ب) ٢٠٠ بيسة تكلفة ١ كم ٢٠٠ بيسة وتكلفة ٢ كم ٤٠٠ بيسة وهكذا.

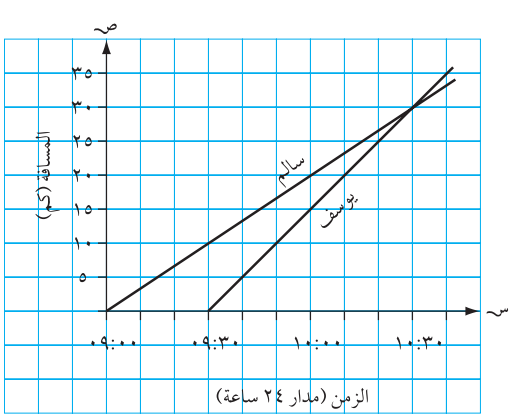
(ج) (١) ٤٠٠ بيسة إذا كانت المسافة ٠، تكون الأجرة ٤٠٠ بيسة.

(٢) ١٠٠ بيسة تكلفة ١ كم ٥٠٠ بيسة، تكلفة ٢ كم ٦٠٠ بيسة، تكلفة ٣ كم ٧٠٠ بيسة. تتمُّ إضافة ١٠٠ بيسة إضافيّة لكلِّ كيلومتر إضافيٍّ.

( د ) ٤ كم هذه هي النقطة التي تلتقي فيها سيَّارتا الأجرة.

### تمارين ١٤-٢

١) يركب كلٌّ من سالم ويوسف درَّاجتهما على نفس الطريق.



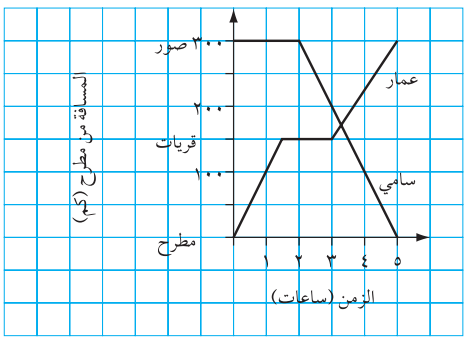

يوضِّح الرسم البيانيُّ رحلتهما.

( أ ) بدأ سالم ركوب دراجته الساعة ٠٩:٠٠، متى بدأ يوسف؟

(ب) ما المسافة التي قطعها سالم في أوَّل ساعة؟

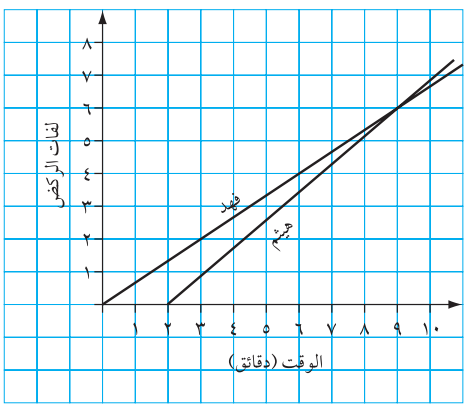
(ج) ما المُدَّة التي استغرقها يوسف في قيادة دراجته قبل أن يلتقي بسالم؟

٢) يقود عمَّار سيَّارته مُتَّجهًا من مطرح إلى صور.
يقود سامي سيَّارته مُتَّجهًا من صور إلى مطرح.




( أ ) ما المُدَّة التي استغرقها عمَّار في الوصول إلى قريات؟
(ب) ما المُدَّة التي توقَّف فيها عمَّار في قريات؟
( ج ) ما المُدَّة التي استغرقها سامي في التوجُّه إلى مطرح؟
( د ) كم تبلغ المسافة التي قطعتها السيَّارتان حتى نقطة تقاطعهما؟

٣) يركض فهد وهيثم عِدَّة لفَّات في المضمار.




( أ ) كيف تعرف من الرسم البيانيِّ أنَّ هيثم يركض أسرع من فهد؟
(ب) ما المُدَّة التي ركضها فهد قبل أن يبدأ هيثم في الركض؟
( ج ) أين كان كل من فهد وهيثم بعد ٩ دقائق من بدء فهد الركض؟

٤) ( أ ) تتحرَّك الشاحنة بسرعةٍ ثابتةٍ ١٥ م/ ث لمُدَّة ٦٠ ثانيةً.
وضّح هذا على الرسم البيانيِّ، وضع الزمن على المحور الأفقيِّ والمسافة على المحور العموديِّ.
(ب) تزداد سرعة السيَّارة باستمرار من ٠ م/ ث إلى ٣٠ م/ ث خلال ٢٠ ثانيةً. تتحرَّك السيَّارة بسرعة ٣٠ م/ ث لمُدَّة ٣٠ ثانيةً، ثُمَّ تقلُّ السرعة باستمرار من ٣٠ م/ ث إلى ٠ م/ ث خلال ١٠ ثوانٍ.
وضّح مسافة السيَّارة على الرسم البيانيِّ نفسه.
( ج ) ما عدد الثواني التي تحركت فيها السيَّارة أسرع من الشاحنة؟

٥) غادر مهند منزله للاشتراك في أحد سباقات الدرَّاجات الساعة ١٣:٠٠، قطع مهند مسافة ٣٥ كم بحلول الساعة ١٥:٠٠ توقَّف مهند لمُدَّة ساعة ونصف، ثُمَّ استأنف ركوب درَّاجته مرَّةً أخرى. عاد مهند للمنزل الساعة ١٨:٠٠
( أ ) وضّح هذه الرحلة على الرسم البيانيِّ، وضع الزمن على المحور الأفقيِّ والمسافة من المنزل على المحور العموديِّ.
(ب) غادر أخو مهند المنزل وركب دراجته وراءَه الساعة ١٥:٠٠ بنفس السرعة. وضِّح هذا على الرسم البيانيِّ.
( ج ) كم تبلغ المسافة من المنزل حتى نقطة إلتقائهما؟

## ١٤-٣ حلُّ مسائل القياس

لحلِّ مسائل القياس، يجب عليك معرفة كيفيَّة التحويل بين الوحدات المتريَّة.

كما أنَّك تحتاج لمعرفة كيفيَّة التحويل بين وحدات الزمن.

أثناء التعامُل مع القياسات، فأنت تحتاج إلى استخدام مهاراتٍ مثل إيجاد الكسور والنسب المئويَّة للكميَّات. ويجب أن تكون على درايةٍ تامة بإجراء عمليَّات الضرب في ١٠، ١٠٠، ١٠٠٠ والقسمة عليهم.

عند حلِّ مسألةٍ في الرياضيَّات، اتَّبع هذه الخُطوات.

- اقرأ السؤال بعنايةٍ شديدةٍ.
- ارجع إلى السؤال عِدَّة مرَّاتٍ إذا لزم الأمر. تأكَّد من مدى فَهْمك لما تحتاج إيجاده وكيفيَّة القيام به.
- اكتب كلَّ خطوة من خطوات إيجاد الإجابة. اعرض كلَّ مرحلةٍ بكلِّ وضوحٍ.
- تأكَّد من أنَّ إجابتك منطقيَّة.
- تأكَّد من نتيجة حلِّك لتتأكَّد من عدم ارتكابك لأيِّ أخطاء.

**مثال ١٤-٣**

(أ) تبلغ كتلة عقد مصنوع من الذهب الورديِّ ٢٠ غم. هذا العقد مصنوع من ٧٥٪ من الذهب و٢١٪ من النحاس و٤٪ من الفضة.
فما كُتلة النحاس الموجود في العقد؟

(ب) تحتوي زجاجة الدواء على ٠,٣ لتر.
توضِّح التعليمات الموجودة على زجاجة الدواء ما يلي: «يجب تناول ملعقتين بمقدار ٥ مل أربع مرَّات في اليوم.»
كم يومًا ستدوم فيه زجاجة الدواء؟

**الحل**

(أ) ٢١٪ من ٢٠ غم $= \frac{٢١}{١٠٠} \times ٢٠$

$= ٤,٢$ غم

أوَّلًا حدِّد ما عليك إيجاده. ثُمَّ اكتب العمليَّة الحسابيَّة التي تريد القيام بها

أوجد الإجابة

(ب) كميَّة الدواء كلَّ يوم = ٢ × ٥ مل × ٤

= ٤٠ مل

توجد خطوات عديدة لحلِّ هذه المسألة. قُم بتطبيق ذلك عمليًّا خطوة تلو الأخرى. ابدأ باستخدام التعليمات الموجودة على زجاجة الدواء لإيجاد كميَّة الدواء المُستخدَمة في اليوم.

٠,٣ لتر = ٣٠٠ مل

قُم بتغيير اللترات إلى ملليترات حتى تكون الوحدات متماثلةً.

٣٠٠ ÷ ٤٠ = ٧,٥ أيام

اقسم على ٤٠ لإيجاد عدد الأيام التي سيتمُّ فيها تناول الدواء حتى نفاده.

## تمارين ١٤-٣

وضِّح طريقةَ الحلِّ وتحقَّق من صحة إجابتك لكلِّ سؤالٍ في هذه التمارين.

١) تبلغ كتلة سوار من الذهب الورديِّ ٦٠ غم. فهو مصنوع من ٧٦٪ من الذهب و١٨٪ من النحاس و٦٪ من الألومنيوم.

( أ ) ما كُتلة الذهب الموجود في السوار؟

(ب) ما كُتلة النحاس الموجود في السوار؟

٢) تحتوي زجاجة الدواء على ٠,٢٥ لتر.

توضِّح التعليمات الموجودة على زجاجة الدواء ما يلي: «يجب تناول ملعقتين بمقدار ٥ مل ثلاث مرَّات في اليوم.»

كم يومًا ستدوم فيه زجاجة الدواء؟

٣) فيما يلي بعض التعليمات الخاصَّة بمُدَّة شواء الديك الروميِّ: «لكلِّ ٤٥٠ غم من الديك الروميِّ ستحتاج إلى ٢٠ دقيقة من الشواء»

ما المُدَّة التي سيستغرقها شواء ديك روميٍّ تبلغ كتلته ٦,٣ كغم؟

اكتب إجابتك بالساعات والدقائق.

٤) تقوم منى بوضع بلاط لأرضيَّة الحمَّام لديها.

كلُّ قطعة من البلاط عبارة عن مُربَّعٍ يبلُغ طول أضلاعه ٢٥ سم.

أرضيَّة الحمَّام مستطيلة الشكل والتي تبلُغ مساحتها ٤,٥ م × ٢ م.

( أ ) ما عدد عبوَّات البلاط التي تحتاجها منى؟

(ب) ما إجماليُّ المبلغ الذي ستدفعه منى لشراء البلاط؟

**تخفيضات على البلاط!**
**السعر العادي ١٥ ريالًا لكلِّ عبوَّة من البلاط الفاخر**
**توجد ١٠ قطع من البلاط الفاخر في كل عبوَّة**
**اشتر أكثر من ١٠ عبوَّات واحصل على خصم بنسبة ٢٠٪ على إجماليِّ السعر!**

٥) طلب إسماعيل بعض الألواح الخشبية لصنع عدة مناضد صغيرة.

تبلُغ كُتلة كلِّ لوح ٢ كغم، وتوجد ٥ ألواحٍ خشبية في كلِّ كيس.

طلب إسماعيل ١٥٠ كيسًا.

( أ ) ما إجماليُّ كُتلة الألواح الخشبية التي طلبها إسماعيل؟

اكتب إجابتك بالطن.

(ب) ما إجماليُّ المبلغ الذي سيدفعه إسماعيل لشراء الألواح الخشبية؟

الألواح الخشبية
السعر العادي ٣,٤٠٠ ريالاتٍ لكلِّ عبوَّة.
اطلب أكثر من ١,٢ طن واحصل على خصم بنسبة ١٥٪!

## ١٤-٤ حلُّ مسائل متوسِّط السرعة

إذا كنت على درايةٍ بإجماليِّ المسافة المقطوعة وإجماليِّ الزمن المُستغرَق في إحدى الرحلات، يُمكنك إيجاد **متوسِّط السرعة** للرحلة.

استخدم الصيغة: متوسِّط السرعة = $\frac{\text{إجماليُّ المسافة}}{\text{إجماليُّ الزمن}}$

التي تتمُّ كتابتها عادةً كما يلي: السرعة = $\frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}}$

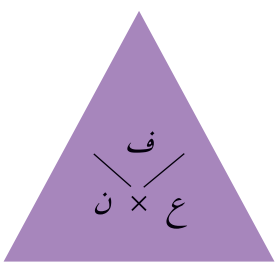
يُمكنك حساب متوسِّط السرعة فقط؛ لأنَّ السرعة الفعليَّة للرحلة تتغيَّر طوال الوقت.

تذكَّر أنَّ هذه الصيغ صحيحة فقط لمتوسِّط السرعة.

توجد صيغتان أخريان لهذه الصيغة كما يلي:

المسافة = السرعة × الزمن  الزمن = $\frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}}$

سيساعدك هذا المُثلَّث على تذكُّر الثلاث صيغ.




ف يمثِّل المسافة، و ع يمثِّل السرعة و ن يمثِّل الزمن.

يوضِّح المُثلَّث أنَّ: ف = ع × ن ، ع = $\frac{\text{ف}}{\text{ن}}$ ، ن = $\frac{\text{ف}}{\text{ع}}$.

تعتمد وحدات السرعة على الوحدات التي تستخدمها لكلٍّ من المسافة والزمن. مثال:

- عندما تُقاس المسافة بالكيلومترات والزمن بالساعات، تُقاس السرعة بالكيلومترات لكلِّ ساعة (كم/ س)
- عندما تُقاس المسافة بالأمتار والزمن بالثواني، تُقاس السرعة بالأمتار لكلِّ ثانية (م/ ث).

**مثال ١٤-٤**

(أ) استغرق عُمر $\frac{١}{٤}$ ٣ ساعات لقطع مسافة ٢٧٣ كم. أوجد متوسِّط سرعته.

(ب) ركض أحمد مسافة ٨٠٠ م. بمتوسِّط سرعة ٦ أمتار لكلِّ ثانيةٍ (م/ ث).

ما المُدَّة التي استغرقها أحمد لركض ٨٠٠ م بهذه السرعة؟ اكتب إجابتك بالدقائق والثواني.

**الحل**

(أ) $\frac{١}{٤}$ ٣ ساعات = ٣,٢٥ ساعات

السرعة = $\frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}} = \frac{٢٧٣}{٣,٢٥} =$ ٨٤ كم/ ساعة

أوَّلًا، اكتب عدد الساعات في صورة كسر عشريٍّ.

اكتب الصيغة التي تريد استخدامها. عوّض عن القيم في صيغة، ثُمَّ أوجد الإجابة.

تحقَّق من أن: $\frac{٢٧٠}{٣} =$ ٩٠ كم/ س ✓

تحقَّق باستخدام التقدير. ٩٠ كم/ س قريبة من الإجابة ٨٤ كم/ س. لذلك، من المُحتمل أن تكون الإجابة صحيحةً.

(ب) الزمن = $\frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}} = \frac{٨٠٠}{٦} = ١٣٣,\overline{٣}$ ثانية

= ١٣٣ ثانيةً (أقرب ثانية)

دقيقتان = ١٢٠ ثانيةً

لذلك، ١٣٣ ثانيةً = دقيقتين و ١٣ ثانيةً

تحقَّق من أن: دقيقتين و١٣ ثانيةً = ١٣٣ ثانيةً

المسافة = ١٣٣ × ٦ = ٧٩٨ م ✓

اكتب الصيغة التي تريد استخدامَها. عوّض عن القيم في صيغة، ثُمَّ أوجد الإجابة.

قرِّب الإجابة لدرجة الدِقَّة المناسبة.

حوِّل الإجابة بالثواني إلى دقائق وثوانٍ.

استخدم عمليَّةً حسابيَّةً عكسيَّةً للتحقُّق من صحة الإجابة.

٧٩٨ م قريبة للإجابة ٨٠٠ م. لذلك، من المحتمل أن تكونَ الإجابة صحيحةً.

## تمارين ١٤-٤

وضِّح طريقة الحلِّ لكلِّ سؤالٍ في هذه التمارين وتحقَّق من صحة إجابتك.

١) يقطع راكب الدرَّاجة مسافةً قدرها ١١٦ كيلومترًا في ٤ ساعات.
ما متوسِّط سرعته؟

٢) يبلُغ متوسِّط سرعة سائق السيَّارة ٨٠ كيلومترًا/ ساعة.
ما المسافة التي سيتمُّ قطعها في $\frac{١}{٢}$ ٣ ساعات؟

٣) ما المُدَّة التي سيستغرقها حسين ليركض ٤٠٠٠ م بمتوسِّط سرعة ٥ م/ ث؟
اكتب إجابتك بالدقائق والثواني.

٤) يسافر حسام بالحافلة لحضور اجتماعٍ في صحار.
تبعُد صحار ٢٧٠ كم عن المدينة التي يسكن فيها حسام. استقلَّ حسام الحافلة الساعة ٩:٤٥ صباحًا. وتحرَّكت الحافلة بمتوسِّط سرعة ٤٠ كم/ س.
في أيِّ وقت ستصل الحافلة إلى صحار؟

٥) قطع مصطفى مسافة ١٠ كيلومترات في ٤٥ دقيقةً. ثُمَّ توقَّف لمُدَّة ٢٠ دقيقةً، ثُمَّ قطع مسافة ٨ كم في ٤٠ دقيقةً.
أوجد مُتوسِّط السرعة للرحلة بأكملها.
اكتب إجابتك مقربة إلى أقرب منزلةٍ عشريَّةٍ.

٦) تمشي هبة وتركض ١٠ كيلومتراتٍ من منزلها إلى العمل ثُمَّ ترجع مرَّةً أخرى كُلَّ يوم.
تركض هبة أوَّل ٨ كيلومتراتٍ بسرعة قدرها ١٢ كم/ س.
وتمشي الكيلومترين المتبقيين بسرعة قدرها ٥ كم/ س.

لتغيير منزلة عشريَّة أو كسر لساعة إلى دقائق، اضرب في ٦٠، على سبيل المثال:
$\frac{١}{٣}$ ساعة ← $\frac{١}{٣}$ × ٦٠ = ٢٠ دقيقة
٠,٢ ساعة ← ٠,٢ × ٦٠ = ١٢ دقيقةً
لتغيير دقائق لساعات، اقسم على ٦٠، على سبيل المثال:
٧٢ دقيقةً ← ٧٢ ÷ ٦٠ = ١,٢ ساعة
١٤٠ دقيقةً ← ١٤٠ ÷ ٦٠ = ٢ $\frac{١}{٣}$ ساعة

( أ ) أوجد إجماليَّ الزمن الذي تستغرقه هبة في الانتقال من منزلها للعمل كلَّ يوم. اكتب إجابتك بالساعات والدقائق.

(ب) أوجد متوسِّط السرعة للرحلة بأكملها.

(ج) تعمل هبة من الأحد إلى الخميس كلَّ أسبوع، أوجد إجماليَّ الزمن الذي تقضيه هبة في الانتقال من وإلى العمل في أسبوع واحد.

٧) تسير سيارة سباق بسرعة قصوى قدرها ٣٢٠ كيلومتر في الساعة (كم/ س).

أوجد السرعة القصوى لهذه السيارة بالمتر في كل ثانية (م/ ث).

اكتب إجابتك مقرَّبةً لأقرب عددٍ صحيحٍ.

٨) تُحلِّق الطائرة بسرعة قدرها ٩١٢ كم في كلِّ ساعة.

أوجد سرعة هذه الطائرة بالأمتار لكلِّ ثانية (م/ ث).

اكتب إجابتك مُقرَّبةً لأقرب عددٍ صحيحٍ.

## ١٤-٥ استخدام القياسات المركَّبة

**القياسات المركَّبة** هي قياسات تتكوَّن من وحدات مختلفة. على سبيل المثال، (كيلومترات في الساعة) و(أميال في الساعة) و(أمتار في الثانية) هي قياسات مركَّبة للسرعة.

يُمكنك استخدام القياسات المركَّبة لعمل مقارنات في الحياة الواقعيَّة. على سبيل المثال، يُمكنك مقارنة سرعات السيَّارات لمعرفة أيّهما يُمكنك الانتقال بها بشكل أسرع.

يُمكنك أيضًا استخدام القياسات المركَّبة مثل (البيسات لكلِّ غرام) أو (البيسات لكلِّ لتر) لمقارنة أسعار المنتجات. ويعني هذا أنه يُمكنك إيجاد أيِّ منتجٍ يقدِّم أفضل قيمة مقابل النقود.

**مثال ١٤-٥**

( أ ) يتحرك قطار بسرعة ١٨٥ كم في ساعة وربع. ويتحرك قطار آخر بسرعة ٥٠٠ كم في $٣\frac{١}{٢}$ ساعاتٍ.
أيُّ القطارين يتحرك أسرع؟

(ب) تُقدَّر تكلفة عبوَّة القهوة ٢٥٠ غم بقيمة ٦,٧٥٠ ريالاتٍ. تُقدَّر تكلفة عبوَّةٍ من نفس نوع القهوة ١٠٠ غم بقيمة ٢,٦٨٠ ريال.
أيُّ عبوَّة قهوة تقدِّم قيمةً أفضل مقابل النقود؟

**الحل**

( أ ) سرعة القطار الأول $= \frac{١٨٥}{١,٢٥}$ = ١٤٨ كم/ س

استخدم الصيغة التالية: السرعة = $\frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}}$ لإيجاد سرعة القطار الأول.

$١\frac{١}{٤}$ ساعة = ١,٢٥ ساعة.

سرعة القطار الثاني $= \frac{٥٠٠}{٣,٥}$ = ١٤٢,٩ كم/ س

أوجد سرعة القطار الثاني.

قرِّب الإجابة لدرجة الدِقَّة المناسبة على سبيل المثال، منزلة عشريَّة واحدة.

القطار الأول أسرع.

قارن سرعات القطارين واكتب أيّهما أسرع.

(ب) ٦,٧٥٠ ريالات ÷ ٢,٥ = ٢,٧٠٠ ريال

اقسم ٦,٧٥٠ ريالات على ٢,٥ لإيجاد التكلفة لكلِّ ١٠٠ غم من القهوة.

تكلفة العبوَّة الأولى ٢,٧٠٠ ريال لكلِّ ١٠٠ غم.

تكلفة العبوَّة الثانية ٢,٦٨٠ ريال لكلِّ ١٠٠ غم.

العبوَّة الثانية تقدِّم قيمةً أفضل مقابل النقود.

يُمكنك مقارنة التكاليف لكلِّ غرام ولكلِّ ٥٠ غم ولكلِّ ٥٠٠ غم، إلخ.

لا يهمُّ أيُّ قياسٍ يتمُّ اختيارُه للمقارنة طالما إنَّه نفس القياس لكلا العبوَّتين.

## تمارين ١٤-٥

وضِّح طريقة الحلِّ لكلِّ سؤالٍ في هذه التمارين وتحقَّق من صحة إجابتك.

١) يتحرك قطار بسرعة ٤٢٠ كم في $2\frac{1}{2}$ ساعة، بينما يتحرك قطار آخر بسرعة ٥٣٠ كم في $3\frac{1}{4}$ ساعة فأي القطارين أسرع؟

٢) قاد عادل سيَّارته من الخابورة إلى هيماء. كان إجماليُّ المسافة بمقدار ٥٨٤ كم.
قاد عادل سيَّارته أوَّل ٢٤٢ كم في $2\frac{3}{4}$ ساعة، ثُمَّ استغرق في بقيَّة الطريق $3\frac{3}{4}$ ساعات.
هل كان عادل يقود سيَّارته أسرع في الجزء الأوَّل من الرحلة أم الثاني؟

٣) تتدرَّب رحيمة لحضور أحد سباقات الماراثون. تركض كلَّ ثلاثاء وجمعة مساءً.
ركضت رحيمة في الأسبوع الماضي يوم الثلاثاء، ٢,٤ كم في ١٨ دقيقةً. أما يوم الجمعة، ركضت رحيمة ١,٨ كم في ١٢ دقيقةً.
( أ ) أوجد السرعة التي ركضت بها رحيمة كلَّ مساء بالكيلومترات لكلِّ دقيقةٍ.
(ب) في أيِّ مساءٍ ركضت رحيمة بشكل أسرع؟

٤) تُقدَّر تكلفة عبوَّة مكوَّنة من ٢٠ لفة ورق محارم بمبلغ ٢,٢٨٠ ريال. تُقدَّر تكلفة عبوَّة مكوَّنة من ٥٠ لفة ورق محارم بمبلغ ٤,٩٥٠ ريالات.
( أ ) أوجد تكلفة كلِّ لفةٍ في كلِّ عبوَّة.
(ب) أيُّ عبوَّة تقدِّم قيمةً أفضل مقابل النقود؟

٥) تُقدَّر تكلفة عبوَّة مُنعِّم الأقمشة ٧٥٠ مل بمبلغ ١,٨٠٠ ريال. تُقدَّر تكلفة عبوَّة مُنعِّم الأقمشة ١,٤ لتر بمبلغ ٣,٥٠٠ ريالاتٍ.

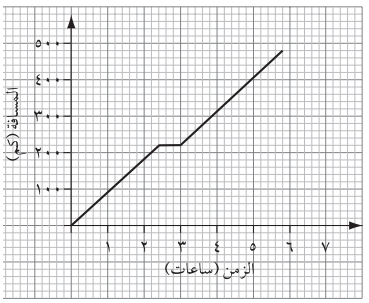
( أ ) أوجد تكلفة كلِّ عبوَّة بالبيسات لكلِّ ملليلتر.
(ب) أيُّ عبوَّة تقدِّم قيمةً أفضل مقابل النقود؟

٦) تُقدَّر تكلفة شوال الأرز ٥٠٠ غم بمبلغ ٠,٦٤٠ ريال. تُقدَّر تكلفة شوال من نفس نوع الأرز ٢ كغم بمبلغ ٢,٦٠ ريال.
أيُّ من الشوالين يقدِّم قيمةً أفضل مقابل النقود؟

٧) تُقدَّر تكلفة زجاجة سائل الغسيل ٣٣٠ مل بمبلغ ٠,٤٢٠ ريال. تُقدَّر تكلفة زجاجة بها نفس نوع سائل الغسيل ١,٥ لتر بمبلغ ١,٦٥٠ ريال.
أيُّ زجاجة تقدِّم قيمةً أفضل مقابل النقود؟

٨) يحبُّ حمزة حلَّ ألغاز الأعداد. فإنَّه يستغرق $4\frac{1}{2}$ دقائق لحلِّ لغز يتكوَّن من ١٨ عددًا.
كما أنَّه يستغرق ٦ دقائق و٢٤ ثانيةً لحلِّ لغز مختلف يتكوَّن من ٣٢ عددًا.
( أ ) بالنسبة لكلِّ لغز، أوجد كم عدد الثواني التي يستغرقها حمزة في حلِّ لغز واحد.
(ب) استخدم إجابتك عن الجزئية ( أ ) لتقرِّر أيَّ لغز قام بحلِّه بشكلٍ أسرع.

٩) ذهب سيف لقضاء العُطلة بسيَّارته. يوضِّح الرسم البيانيُّ رحلته بالسيَّارة. وتوقَّف سيف لمرَّةٍ واحدةٍ لأخذ قسط من الراحة.




( أ ) أوجد متوسِّط سرعة سيف لما يلي:

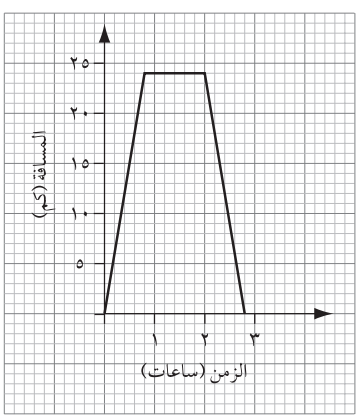
(١) الجزء الأوَّل من الرحلة قبل أخذ قسط من الراحة.

(٢) الجزء الثاني من الرحلة بعد أخذ قسط من الراحة.

(ب) في أيِّ جزءٍ من الرحلة كان يتحرَّك سيف بشكلٍ أسرع؟

(ج) أوجد متوسِّط سرعة سيف للرحلة بأكملها بما في ذلك وقت الاستراحة.

١٠) ركب خالد دراجته لزيارة عمته. يوضِّح الرسم البيانيُّ رحلته من وإلى منزله.




جلس خالد مع عمته لمُدَّة $\frac{١}{٣}$ ١ ساعة قبل عودته للمنزل.

( أ ) أوجد متوسِّط سرعة خالد لما يلي:

(١) رحلة خالد لمنزل عمته

(٢) رحلة عودته من منزل عمته لمنزله.

(ب) في أيِّ جزءٍ من الرحلة كانت تتحرَّك ليلى بشكلٍ أسرع؟

(ج) أوجد متوسِّط سرعة ليلى للرحلة بأكملها.

لا تحسب الزمن الذي قضته ليلى في منزل عمَّتها.

## ملخص

**يجب أن تعرف أن:**

- ★ يُمكن استخدام الرسوم البيانيَّة لتوضيح الرحلات. يتمُّ توضيح الزمن على المحور الأفقيِّ.
- ★ عند حلِّ المسائل، يجب عليك كتابة كلِّ خطوة من خطوات طريقة الحلِّ، تأكَّد من نتيجة حلِّك وتحقَّق من منطقية إجاباتِك.
- ★ الثلاث صيغ المرتبطة بالمسافة والسرعة والزمن هي: (١) المسافة = السرعة × الزمن

(٢) السرعة = $\frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}}$

(٣) الزمن = $\frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}}$

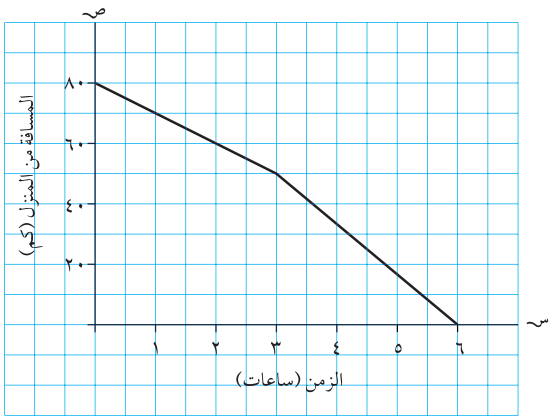
- ★ عند استخدام القياسات المركَّبة لعمل المقارنات، يجب أن تكون القياسات التي ستقوم بمقارنتها مماثلةً، مثل كم/ س أو الريال لكلِّ ١٠٠ غم.

**يجب أن تكون قادرًا على:**

- ★ رسم وتفسير الرسوم البيانيَّة في السياقات الواقعيَّة التي تتضمَّن أكثر من مرحلة واحدة مثل الرسوم البيانيَّة للحركة.
- ★ رسم وتفسير الرسوم البيانيَّة في السياقات الواقعيَّة التي تتضمَّن أكثر من مكوِّنٍ واحدٍ.
- ★ رسم رسوم بيانيَّةٍ رياضيَّةٍ دقيقةٍ.
- ★ حلِّ مسائل القياس في عديدٍ من السياقات.
- ★ حلِّ مسائل متوسِّط السرعة.
- ★ استخدم القياسات المركَّبة لعمل مقارنات في السياقات الواقعيَّة، مثل الرسوم البيانيَّة للحركة وتقديم قيمةٍ مقابل النقود.

## تمارين ومسائل عامة

١) تركب فاطمة درَّاجتها للعودة للمنزل. يوضِّح الرسم البيانيُّ رحلتها.




( أ ) أوجد المسافة التي قطعتها من المنزل بعد ساعتين.

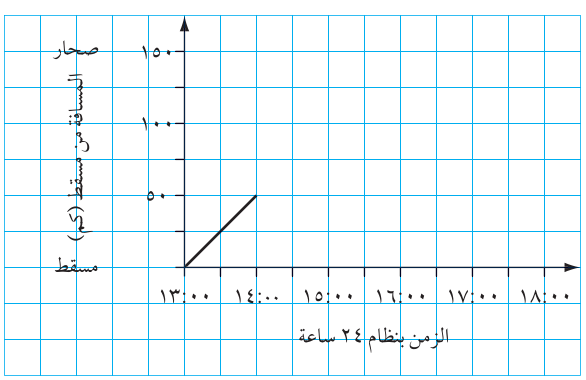
(ب) ما المُدَّة التي استغرقتها فاطمة للعودة للمنزل؟

( ج ) أوجد المسافة التي قطعتها فاطمة في أوَّل ٣ ساعات.

( د ) أوجد المسافة التي قطعتها فاطمة في ثاني ٣ ساعات.

(هـ) قالت فاطمة: «لقد ركبت درَّاجتي بشكلٍ أسرع في ثاني ٣ ساعات مقارنةً بأوَّل ٣ ساعات.» هل هذا صحيح؟ أعطِ سببًا لإجابتك.

٢) غادرت السيَّارة مدينة مسقط الساعة ١٣:٠٠ للذهاب إلى صحار.




يُوضِّح الرسم البيانيُّ الجزء الأوَّل من الرحلة.

( أ ) ما المُدَّة التي استغرقتها السيَّارة للسفر ٥٠ كم؟

(ب) توقَّف سائق السيَّارة لمُدَّة ٩٠ دقيقةً، ثُمَّ استأنف مسيرته للذهاب إلى صحار ووصل هناك الساعة ١٧:٠٠ انسخ الرسم البيانيَّ ووضِّح باقي الرحلة.

( ج ) غادرت سيَّارة أخرى مدينة صحار الساعة ١٥:٠٠ للذهاب إلى مدينة مسقط ووصلت الساعة ١٨:٠٠ وضِّح هذا على الرسم البيانيِّ.

٣) يقطع عدَّاء المسافات الطويلة مسافةً قدرها ١٠٨ كيلومتراتٍ في ٨ ساعاتٍ. ما متوسِّط سرعته؟

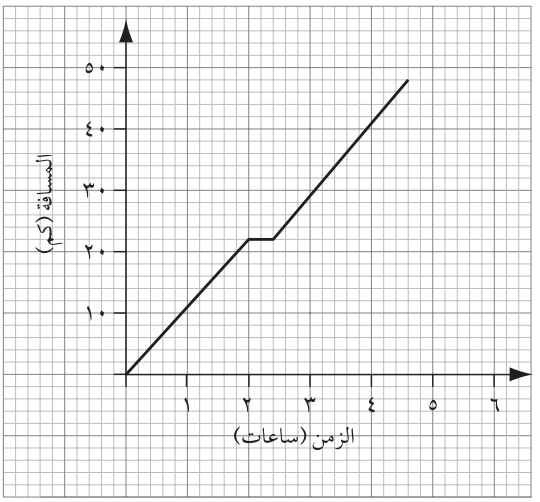
في الأسئلة ٣، ٤، ٥، وضِّح طريقة الحلِّ وتحقَّق من صحة إجابتك.

٤) سارت نصراء ٨ كم في ٤٥ دقيقةً. توقَّفت لمُدَّة ١٥ دقيقةً ثُمَّ استأنفت السير مرَّةً أخرى ٦ كم في ٣٠ دقيقةً.

أوجد متوسِّط السرعة للرحلة بأكملها.

اكتب إجابتك صحيحةً إلى أقرب منزلةٍ عشريَّةٍ.

٥) شاركت ناهد في سباق لجمع مبلغٍ من النقود لصالح الأعمال الخيريَّة. يوضِّح الرسم البيانيُّ رحلتها.
توقَّفت ناهد مرَّةً واحدةً لأخذ قسط من الراحة.




( أ ) أوجد متوسِّط سرعة ناهد لما يلي:
(١) الجزء الأوَّل من الرحلة قبل أخذ قسط من الراحة
(٢) الجزء الثاني من الرحلة بعد أخذ قسط من الراحة.
اكتب إجابتك مُقرَّبةً لأقرب عددٍ صحيحٍ.
(ب) في أيِّ جزءٍ من الرحلة كانت ناهد تتحرَّك بشكلٍ أسرع؟
(ج) أوجد متوسِّط سرعة ناهد للرحلة بأكملها بما في ذلك وقت الراحة.

٦) يقطع راكب الدرَّاجة ( أ ) مسافةً قدرها ٥٥ كم في ساعتين و٢٠ دقيقةً.
ويقطع راكب الدرَّاجة (ب) مسافةً قدرها ١٣٥ كم في ٥ ساعاتٍ و٣٦ دقيقةً.
أيُّ راكب درَّاجة يتحرَّك بشكل أسرع؟

# الوحدة الخامسة عشرة: المُخطَّطات والجداول التكراريَّة

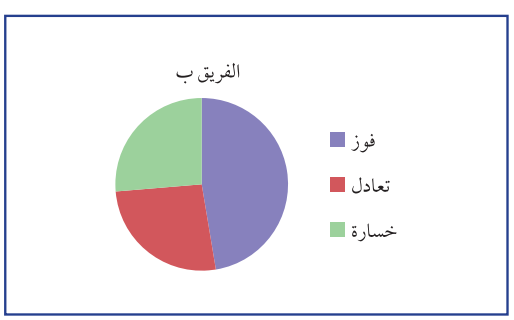
فيما يلي نتائج ثلاث فرق لكرة القدم في أحد الدوريات بأحد المواسم.

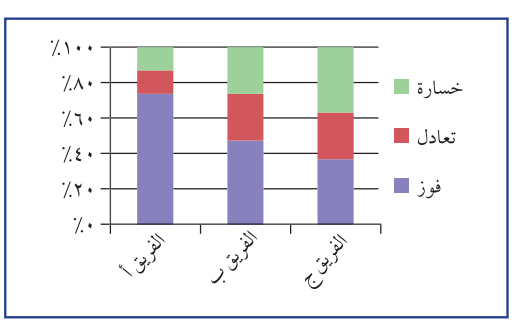
يوضِّح الجدول عدد المباريَّات التي تمَّ الفوز فيها أو التعادل أو الخسارة.

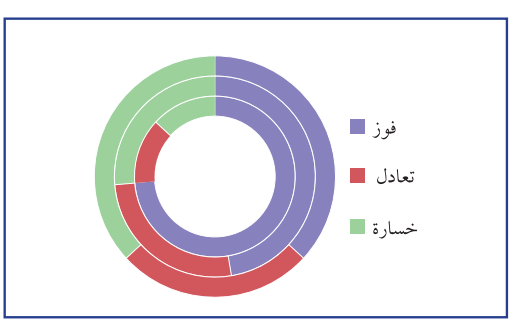
| | فوز | تعادل | خسارة |
|---|---|---|---|
| فريق أ | ٢٨ | ٥ | ٥ |
| فريق ب | ١٨ | ١٠ | ١٠ |
| فريق ج | ١٤ | ١٠ | ١٤ |

طُلب إلى الطلاب استخدام برامج الحاسب الآليِّ لرسم مُخطَّطات لهذه النتائج.

فيما يلي بعض المُخطَّطات التي رسموها.






ما أفضل مُخطَّط؟

أيُّ المُخطَّطات ليس مفيدًا إلى درجة كبيرة؟

كيف يُمكنك تحسين المُخطَّطات؟

أيُّ مُخطَّط سترسم؟

ستقوم برسم وتفسير مُخطَّطات ورسوم بيانيَّة أكثر في هذه الوحدة.

## المُفردات

تأكد من تعلمك وفهمك للمفردات الأساسية التالية:

- الجدول التكراري (frequency table)
- الجدول التكراري المزدوج (two-way table)
- البيانات المنفصلة (discrete data)
- البيانات المُتَّصلة (continuous data)
- فئات متساوية المدى (equal class intervals)
- المُضلَّع التكراريُّ (frequency polygon)
- النمط (trend)
- نقطة المُنتصف (midpoint)

## ١٥-١ استخدام الجدول التكراري

يُمكنك استخدام **الجدول التكراري** مع **الفئات متساوية المدى** لتجميع البيانات المُتَّصلة.

تأكَّد أنَّ عمود علامات العدِّ واسع بما فيه الكفاية ليتضمَّن العديد من النتائج عند استخدامك جدول تكراري يحتوي على علامات عدٍّ.

الجدول التكراري البسيط به ثلاثة أعمدة. يسرد العمود الأول الفئات ويسجِّل العمود الثاني علامات العدِّ ويسرد العمود الثالث التكرار.

يُمكنك استخدام الرموز التالية لوصف الفئات:

$<$ يعني (أصغر من) و $\leqslant$ يعني (أصغر من أو يساوي).

**أمثلة:** الفئة ٦٣ كغم $<$ ك $\leqslant$ ٦٥ كغم تعني أن الكتلة (ك) أكبر من ٦٣، وأصغر من أو يساوي ٦٥

الفئة ٦٣ كغم $\leqslant$ ك $<$ ٦٥ كغم تعني أن الكتلة (ك) أكبر من أو يساوي ٦٣، وأصغر من ٦٥

**مثال ١٥-١أ**

فيما يلي كُتل (ك كيلوغرامات) ٢٠ مُعلِّمًا قيست لأقرب كيلوغرام. ضَع هذه الكُتل في جدول تكراري بسيط.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ٧٤ | ٨٣ | ٧٩ | ٨٨ | ٦٢ | ٧٦ | ٩٠ | ٨٨ | ٩١ | ٧٠ |
| ٧٢ | ٧٧ | ٨٥ | ٧١ | ٩٥ | ٨١ | ٩١ | ٦٦ | ٨٠ | ٧٤ |

استخدم الفئات ٦٠ $<$ ك $\leqslant$ ٧٠، ٧٠ $<$ ك $\leqslant$ ٨٠، ٨٠ $<$ ك $\leqslant$ ٩٠، ٩٠ $<$ ك $\leqslant$ ١٠٠

**الحل**

| الكُتلة، ك (كغم) | علامة العدِّ | التكرار |
|---|---|---|
| ٦٠ $<$ ك $\leqslant$ ٧٠ | \|\|\| | ٣ |
| ٧٠ $<$ ك $\leqslant$ ٨٠ | \|\|\| 𝍸 | ٨ |
| ٨٠ $<$ ك $\leqslant$ ٩٠ | \| 𝍸 | ٦ |
| ٩٠ $<$ ك $\leqslant$ ١٠٠ | \|\|\| | ٣ |
| | الإجماليُّ | ٢٠ |

٦٢، ٦٦، ٧٠ في هذه المجموعة.

٧١، ٧٢، ٧٤، ٧٤، ٧٦، ٧٧، ٧٩، ٨٠ في هذه المجموعة.

٨١، ٨٣، ٨٥، ٨٨، ٨٨، ٩٠ في هذه المجموعة.

٩١، ٩١، ٩٥ في هذه المجموعة.

اجمع التكرارات للتأكُّد من أنَّ الإجماليَّ يساوي ٢٠

يُمكنك استخدام **جدول تكراري مزدوج** لتسجيل مجموعتين أو أكثر من البيانات المنفصلة. يُستخدم الجدول التكراري المزدوج في تسجيل معلومات مختلفة في الصفوف والأعمدة بطريقة تجعل قراءة المعلومات سهلةً.

## مثال ١٥-١ب

يعرض الجدول التكراري المزدوج نتائج مباريات فريق كرة القدم في موسم واحد.

| | فوز | تعادل | خسارة | الإجماليُّ |
|---|---|---|---|---|
| مباريات الإياب | ٧ | ٣ | ٢ | ١٢ |
| مباريات الذهاب | ٣ | ٤ | ٥ | ١٢ |
| الإجماليُّ | ١٠ | ٧ | ٧ | ٢٤ |

( أ ) كم عدد مباريات الإياب التي خسرها الفريق؟

(ب) كم عدد مباريات الذهاب التي فاز بها الفريق؟

( ج ) كم عدد المباريات التي تعادل بها الفريق؟

( د ) ما إجماليُّ عدد مباريات الفريق في هذا الموسم؟

### الحل

( أ ) ٢ هذا هو العدد في صفِّ (مباريات الإياب) وعمود (الخسارة).

(ب) ٣ هذا هو العدد في صفِّ (مباريات الذهاب) وعمود (الفوز).

( ج ) ٧ هذا هو العدد في صفِّ (الإجماليّ) وعمود (التعادل).

( د ) ٢٤ هذا هو العدد في صفِّ (الإجماليّ) وعمود (الإجماليّ).

## تمارين ١٥-١

١) فيما يلي أطوال ٢٠ شخصًا بالغًا، تمَّ قياسُها لأقرب سنتيمتر:

١٦١ ١٩٣ ١٨٠ ١٦٧ ١٥١ ١٨٨ ١٧٠ ١٧١ ١٥٩ ١٧٩
١٨٢ ١٦٦ ١٧٧ ١٨٥ ١٦٤ ١٧٥ ١٥٥ ١٧٣ ١٨٠ ١٦٠

| الطول، ط (سم) | علامة العدِّ | التكرار |
|---|---|---|
| ١٥٠ < ط ≤ ١٦٠ | | |
| ١٦٠ < ط ≤ ١٧٠ | | |
| ١٧٠ < ط ≤ ١٨٠ | | |
| ١٨٠ < ط ≤ ١٩٠ | | |
| ١٩٠ < ط ≤ ٢٠٠ | | |
| | الإجماليُّ | |

( أ ) انسخ الجدول التكراري المقابل وأكمله.

(ب) كم عدد البالغين الذين يزيد طولهم عن ١٨٠ سم ولكن يقلُّ عن أو يساوي ١٩٠ سم؟

( ج ) كم عدد البالغين الذين يزيد طولُهم عن ١٧٠ سم؟

اشرح كيف تستخدم الجدول التكراري البسيط لإيجاد إجابتك.

( د ) كم عدد البالغين الذين يقلُّ طولهم عن ١٨٠ سم أو يساوي ١٨٠سم؟ اشرح كيف تستخدم الجدول التكراري البسيط لإيجاد إجابتك.

٢) فيما يلي نتائج الوقت بالثواني لطلاب أجروا سباقًا لمسافة ٢٠٠ متر:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ٣٠ | ٣٣ | ٤٢ | ٣٦ | ٣٢ | ٤٦ | ٤٥ | ٣٤ | ٥٠ | |
| ٣١ | ٤٩ | ٢٦ | ٣٨ | ٤٤ | ٣٩ | ٣٢ | ٤٠ | ٣٥ | |
| ٤١ | ٣٨ | ٣٩ | ٤٥ | ٤٠ | ٣٦ | ٤٤ | ٣٧ | ٤٣ | |

( أ ) انسخ الجدول التكراري المقابل وأكمله.

(ب) ما إجمالي عدد الطلاب؟

( ج ) كم عدد الطلاب الذين أجروا سباقًا لمسافة ٢٠٠ متر في أكثر من ٤٠ ثانيةً ولكن في أقلِّ من أو في ٤٥ ثانيةً؟

( د ) كم عدد الطلاب الذين استغرقوا أكثر من ٣٥ ثانيةً لإجراء سباق لمسافة ٢٠٠ متر؟

(هـ) كم عدد الطلاب الذين استغرقوا ٣٥ ثانيةً أو أقلَّ لإجراء سباق لمسافة ٢٠٠ متر؟

| الوقت، ق (بالثواني) | علامة العدِّ | التكرار |
|---|---|---|
| ٢٥ < ق ⩽ ٣٠ | | |
| ٣٠ < ق ⩽ ٣٥ | | |
| ٣٥ < ق ⩽ ٤٠ | | |
| ٤٠ < ق ⩽ ٤٥ | | |
| ٤٥ < ق ⩽ ٥٠ | | |
| | الإجماليُّ | |

٣) فيما يلي ارتفاعات بعض النباتات بالسنتيمتر:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ١٠ | ٣٤ | ١٩ | ١٠ | ٢٠ | ٢٦ | ١٧ | ٢٨ | ١٥ | |
| ٤١ | ٢٤ | ١٦ | ١٨ | ١١ | ١٧ | ٢٥ | ٣٧ | ١٤ | |

( أ ) ضَع هذه الارتفاعات في جدول تكراري بسيط.

استخدم الفئات ١٠ ⩽ ع < ١٨ ، ١٨ ⩽ ع < ٢٦ ، ٢٦ ⩽ ع < ٣٤ ، ٣٤ ⩽ ع < ٤٢

(ب) كم عدد النباتات في الدراسة الاستقصائيَّة؟

( ج ) كم عدد النباتات التي يزيد ارتفاعها عن ١٨ سم أو يساوي ١٨ سم ولكن يقلُّ عن ٢٦ سم؟

( د ) كم عدد النباتات التي يقلُّ ارتفاعها عن ٣٤ سم؟

(هـ) كم عدد النباتات التي يبلُغ ارتفاعها ٢٦ سم على الأقلِّ؟

٤) يوضِّح الجدول التكراري المزدوج لون الشعر لمجموعتين مختلفتين من الطلاب في الصف.

| | شعر بنيٌّ | شعر أسود | لون شعر آخر | الإجماليُّ |
|---|---|---|---|---|
| مجموعة ( أ ) | ٦ | ٥ | ٣ | ١٤ |
| مجموعة (ب) | ١٠ | ٤ | ٢ | ١٦ |
| الإجماليُّ | ١٦ | ٩ | ٥ | ٣٠ |

( أ ) كم عدد الطلاب ذوي الشعر الأسود في المجموعة (ب)؟

(ب) كم عدد الطلاب ذوي الشعر البنيّ في المجموعة (أ)؟

( ج ) كم عدد إجماليِّ الطلاب في الصف؟

( د ) كم من الطلاب ليس لديهم شعر بنيٌّ؟

٥) يوضِّح الجدول التكراري المزدوج المواد المفضَّلة للطلاب في الصف.

| | الرياضيَّات | العلوم | اللغة الإنجليزيَّة | مادَّة أخرى | الإجماليُّ |
|---|---|---|---|---|---|
| مجموعة ( أ ) | ٨ | ٤ | | ١ | ١٨ |
| مجموعة (ب) | ٦ | | ١ | | |
| الإجماليُّ | | ٩ | | | ٣٢ |

( أ ) انسخ الجدول وأكمله.

(ب) كم عدد الطلاب من مجموعة (ب) الذين اختاروا العلوم مادَّتهم المفضَّلة؟

( ج ) كم عدد الطلاب الذين لم يختاروا الرياضيَّات أو العلوم أو اللغة الإنجليزيَّة مادَّتهم المُفضَّلة؟

استخدم عمود (الإجماليّ) وصفَّ (الإجماليّ) لإيجاد القيم المفقودة في الجدول.

## ١٥-٢ تفسير المُخطَّطات التكراريَّة ورسمها

توضِّح المخططات التكرارية مدى تكرار قيم محدَّدة في مجموعة بيانات. أحد أمثلة المخطط التكراري هو الأعمدة البيانيَّة.

عند رسم أعمدة بيانيَّة **للبيانات المتَّصلة**، يجب التأكُّد من الآتي:

- الأعمدة متماثلة من حيث العرض
- لا توجد مسافات بين الأعمدة
- استخدام مقياس مناسب على المحور الأفقيِّ
- تحديد عنوان للمخطَّط التكراري وتسمية المحاور
- استخدام مقياس مناسب على المحور العموديِّ.

عند رسم أعمدة بيانيَّة **للبيانات المنفصلة**، يجب التأكُّد من الآتي:

- الأعمدة متماثلة من حيث العرض
- هناك مسافات متساوية بين الأعمدة
- كتابة اسم مجموعة البيانات أسفل كلِّ عمود
- تحديد عنوان للمخطَّط التكراري وتسمية المحاور
- استخدام مقياس مناسب على المحور العموديِّ.

- البيانات المنفصلة هي البيانات التي يمكن أن تتضمن قيم معينة فقط مثل الألوان أو أعداد الأطفال.
- البيانات المتصلة هي البيانات التي يمكن أن تتضمن أي قيمة مثل الارتفاعات أو الكُتل.

### مثال ١٥-٢

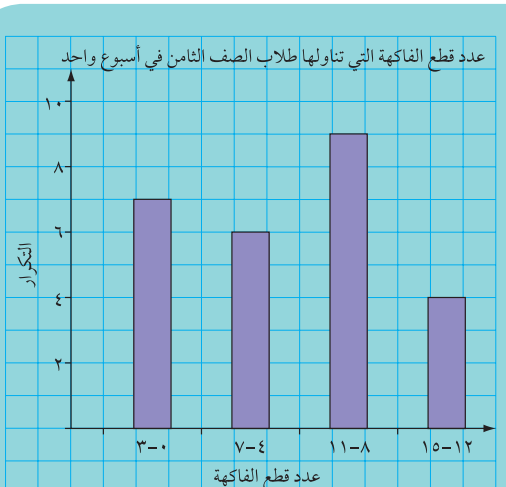
( أ ) يوضِّح المخطَّط التكراري عدد قطع الفاكهة التي تناولها الطلاب في الصف الثامن خلال أسبوع واحد.

(١) كم عدد الطلاب الذين تناولوا ٤-٧ قطع فاكهة؟

(٢) بكم يزيد الطلاب الذين تناولوا ٨-١١ قطعة فاكهة عن الطلاب الذين تناولوا ١٢-١٥ قطعة؟

(٣) كم عدد الطلاب في الصف الثامن؟

(ب) يوضِّح الجدول التكراري كُتل ٢٠ مُعلِّمًا تمَّ قياسها لأقرب كيلوجرام. ارسُم مُخطَّط تكراري لعرض البيانات.



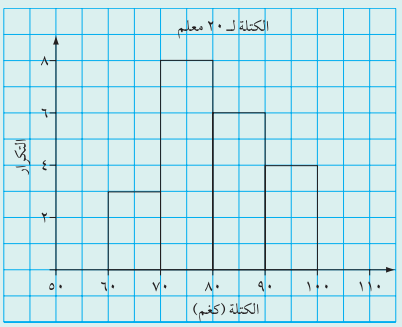

| الكُتلة، ك (كغم) | التكرار |
|---|---|
| ٦٠ < ك ≤ ٧٠ | ٣ |
| ٧٠ < ك ≤ ٨٠ | ٨ |
| ٨٠ < ك ≤ ٩٠ | ٦ |
| ٩٠ < ك ≤ ١٠٠ | ٤ |

**الحل**

( أ ) (١) ٦ طلاب — عمود ٤-٧ ارتفاعه ٦ على محور التكرار.

(٢) ٩ - ٤ = ٥ طلاب — تكرار ٨-١١ هو ٩ وتكرار ١٢-١٥ هو ٤ اطرح العددان لإيجاد الفرق.

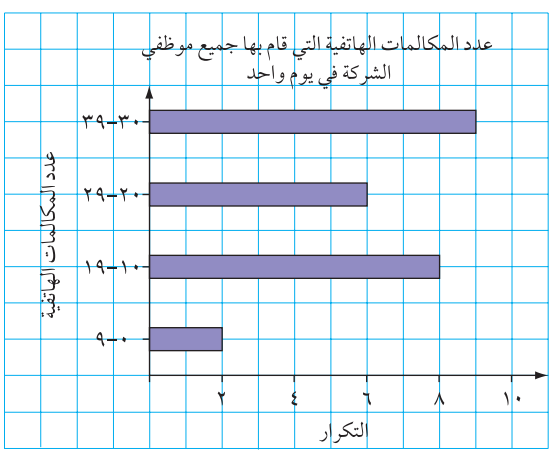
(٣) ٧ + ٦ + ٩ + ٤ = ٢٦ طالبًا — أضف التكرارات معًا لكلِّ المجموعات.

(ب) 


جميع الأعمدة متماثلة من حيث العرض وبما أنَّ البيانات مُتَّصلة فلا يوجد مسافات بين الأعمدة.
مقياس المحاور الأفقيَّة والعموديَّة مناسب.
يحتوي المخطَّط التكراري على عنوان والمحاور مُسمَّاه.

## تمارين ١٥-٢

١) يوضِّح المخطَّط التكراري عدد المكالمات الهاتفيَّة التي أجراها جميع موظفي الشركة في يوم واحد.



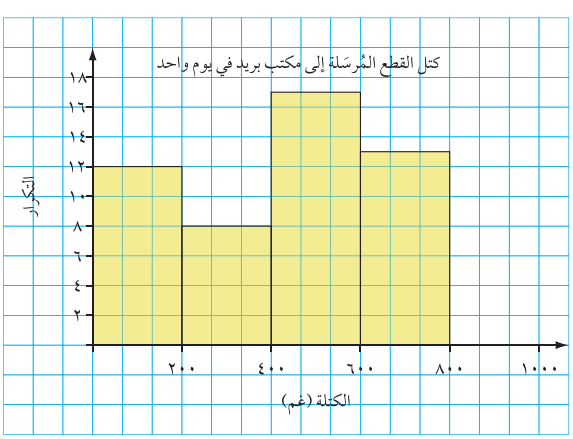

( أ ) كم عدد الموظفين الذين قاموا بإجراء ١٠-١٩ مكالمة هاتفيَّة؟

(ب) بكم يزيد عدد الموظفين الذين قاموا بإجراء ٣٠-٣٩ مكالمةً عن الذين قاموا بإجراء ٠-٩ مكالمات؟

( ج ) كم عدد الموظفين في الشركة؟

اشرح كيف توصَّلت لإجابتك.

٢) يوضِّح المخطَّط التكراري كُتل الطرود المُرسَلة من مكتب بريد في يوم واحد.




( أ ) كم عدد الطرود التي تبلُغ كُتلتها ٦٠٠-٨٠٠ جرام؟

(ب) ما أقلّ كُتلة شائعة بين الطرود المُرسَلة؟

( ج ) بكم يقلُّ عدد الطرود المُرسَلة التي تبلُغ كُتلتها من ٠-٢٠٠ غم عن الطرود التي تبلُغ كُتلتها من ٤٠٠-٦٠٠ غم؟

( د ) ما إجماليِّ الطرود المُرسَلة؟ اشرح كيف توصَّلت لإجابتك.

للإجابة عن الأسئلة من ٣ إلى ٥، اعمل في مجموعة من ثلاثة أو أربعة أشخاص.

(١) ارسُم بمفردك المخطَّط التكراري لعرض البيانات والإجابة عن الأسئلة.

(٢) قارن إجابتك على الأسئلة مع إجابات زملائك وقدر الإجابة الأفضل.

٣) يوضِّح الجدول التكراري المقابل عدد أكواب القهوة التي بيعت كلَّ يوم في مقهى خلال شهر واحد.

( أ ) ارسُم مخطَّطًا تكراريًا لعرض البيانات.

(ب) أيُّ شهر يُمثِّله المخطَّطات التكرارية في اعتقادك؟ اشرح إجابتك.

(ج) اقرأ ما يقوله هيثم.

| عدد أكواب القهوة المبيعة | التكرار |
|---|---|
| ١٩-٠ | ٢ |
| ٣٩-٢٠ | ٣ |
| ٥٩-٤٠ | ٦ |
| ٧٩-٦٠ | ١٢ |
| ٩٩-٨٠ | ٥ |

يوضِّح المخطَّط التكراري أنَّ أكثر عدد لأكواب القهوة المبيعة كان ٩٩

هل هو على صواب؟ اشرح إجابتك.

٤) يوضِّح الجدول التكراري المقابل سرعة السيَّارات التي مرَّت بكاميرا مراقبة السرعة في يوم واحد. تُسجَّل السرعة بالكيلومترات في الساعة (كم/ ساعة).

( أ ) ارسُم المخطَّط التكراري لعرض البيانات.

(ب) حدّ السرعة ٨٠ كم/ ساعة. كم عدد السيَّارات التي تجاوزت حدَّ السرعة؟

(ج) اقرأ ما تقوله مريم.

| سرعة السيَّارة، س (كم/ ساعة) | التكرار |
|---|---|
| ٥٠ < س ≤ ٦٠ | ٢ |
| ٦٠ < س ≤ ٧٠ | ٣ |
| ٧٠ < س ≤ ٨٠ | ٦ |
| ٨٠ < س ≤ ٩٠ | ١٢ |
| ٩٠ < س ≤ ١٠٠ | ٥ |

يوضِّح مُخطَّط التكرار أنَّ أبطأ سيَّارة كانت تسير بسرعة ٥٠ كم/ ساعة.

هل هي على صواب؟ اشرح إجابتك.

٥) فيما يلي ارتفاعات بعض النباتات بالسنتيمتر:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ٢٨ | ٣١ | ٣٤ | ٣٣ | ٢٢ | ٣٤ | ٢٦ | ٣٠ | ٣٢ | ٢٥ |
| ٢٩ | ٣٠ | ٢٤ | ٢٥ | ٣٢ | ٣٧ | ٣٣ | ٢٧ | ٢٠ | ٣٩ |

( أ ) ارسُم مخطَّط تكراريًا لعرض البيانات.

استخدم الفئات ٢٠ ≤ ع < ٢٥، ٢٥ ≤ ع < ٣٠، ٣٠ ≤ ع < ٣٥، ٣٥ ≤ ع < ٤٠

(ب) كم عدد النباتات التي يبلُغ ارتفاعها على الأقلِّ ٢٥ سم؟ اشرح كيف توصَّلت لإجابتك.

## ١٥-٣ تفسير المُضلَّعات التكراريَّة ورسمها

رسمت مُخطَّطات تكرار للبيانات المنفصلة والبيانات المُتَّصلة في مراحل مبكِّرة.

مُخطَّطات التكرار التي رسمتها مسبقًا كانت أعمدةً بيانيَّةً.

يُمكنك أيضًا رسم **مُضلَّع تكراريٍّ** للبيانات المُتَّصلة.

هذه طريقة مفيدة لعرض الأنماط أو **الاتِّجاهات** في البيانات.

لرسم مُضلَّع تكراريٍّ، يجب تحديد موضع التكرار مقابل **نقطة المُنتصف** لمدى الفئة.

### مثال ١٥-٣

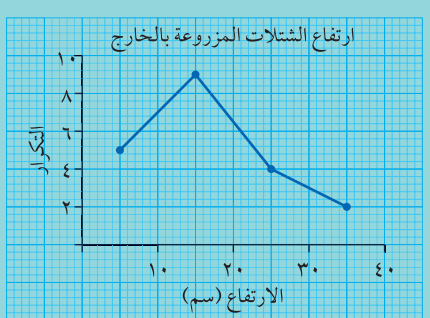
زرع محمود ٤٠ شتلةً.

زرع ٢٠ شتلةً في بيت زراعي و٢٠ بالخارج. يوضِّح الجدول المقابل ارتفاعات ٢٠ شتلةً زُرِعَت في بيت زراعي.

| الارتفاع، ع (سم) | التكرار |
|---|---|
| ٠ ≤ ع < ١٠ | ٢ |
| ١٠ ≤ ع < ٢٠ | ٤ |
| ٢٠ ≤ ع < ٣٠ | ٨ |
| ٣٠ ≤ ع < ٤٠ | ٦ |

( أ ) ارسُم المُضلَّع التكراريَّ للبيانات في الجدول.

يوضِّح المُضلَّع التكراريُّ ارتفاعات ٢٠ شتلةً زُرعت بالخارج.




(ب) قارن بين المُضلَّعين التكراريين (هذا المُضلَّع والمُضلَّع الذي رسمته).

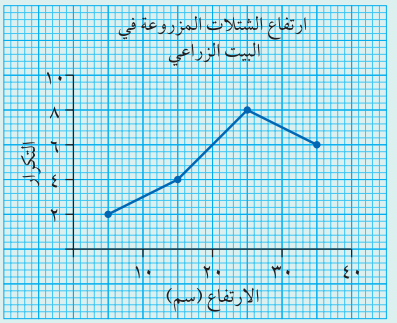
ماذا يُمكن أن تقول عن ارتفاعات مجموعتي الشتلات؟

### الحل

( أ )

| الارتفاع، ع (سم) | التكرار | نقطة المُنتصف |
|---|---|---|
| ٠ ≤ ع < ١٠ | ٢ | ٥ |
| ١٠ ≤ ع < ٢٠ | ٤ | ١٥ |
| ٢٠ ≤ ع < ٣٠ | ٨ | ٢٥ |
| ٣٠ ≤ ع < ٤٠ | ٦ | ٣٥ |

تحتاج إلى إيجاد نقاط المُنتصف قبل رسم المُضلَّع التكراريِّ. أضف عمودًا إضافيًّا إلى الجدول لهذه القيم. نقطة المنتصف هي الوسط الحسابي لقيم النهاية، إذن فإن نقطة المنتصف للفئة ١٠ ≤ ع < ٢٠ ستكون (١٠ + ٢٠) ÷ ٢ = ١٥




ارسُم الآن المُضلَّع التكراريَّ. مِد المقياس الأفقيَّ إلى ٤٠ سم ومِد المقياس العموديَّ إلى ٨ على الأقلِّ. حدِّد موضع نقاط المُنتصف في مقابل التكرار ثُمَّ صل النقاط بخطوطٍ مُستقيمة بالترتيب. تذكَّر تحديد عنوان للمُخطَّط وتسمية المحورين.

(ب) نمت الشتلات المزروعة في بيت زراعي بارتفاع أكبر من الشتلات المزروعة بالخارج. كانت ١٤ شتلةً من الشتلات المزروعة في بيت زراعي أطول من ٢٠ سم في حين أنَّ ٦ فقط من الشتلات المزروعة في الخارج كانت أطول من ٢٠ سم.

قارن بين المُضلَّعين وضع تعليقًا عامًا تصف فيه أوجه التشابُه أو الاختلاف. قم بتضمين مقارنة رقميَّة لتظهر أنَّك تفهم جيِّدًا ما توضِّحه اللوحات.

## تمارين ١٥-٣

١) يوضِّح الجدول المقابل كُتل الطلاب في صفٍّ ٨ أول.

| الكُتلة، ك (كغم) | التكرار | نقطة المُنتصف |
|---|---|---|
| ٤٠ ≤ ك < ٥٠ | ٤ | |
| ٥٠ ≤ ك < ٦٠ | ١٢ | |
| ٦٠ ≤ ك < ٧٠ | ٨ | |

( أ ) انسخ الجدول وأكمله.

(ب) ارسُم المُضلَّع التكراريَّ لهذه البيانات.

( ج ) كم عدد الطلاب في صفٍّ ٨ أول؟

( د ) أوجد عدد الطلاب الذين تقل كتلتهم عن ٦٠ كم في صورة كسر من إجمالي عدد الطلاب في الفصل.

٢) أجرى أحمد دراسةً استقصائيَّةً عن وقت انتظار المرضى للدخول إلى الطبيب في عيادتين مختلفتين. توضِّح الجداول نتائج دراسته الاستقصائيَّة.

| عيادة ( أ ) | | |
|---|---|---|
| الوقت، د (بالدقائق) | التكرار | نقطة المُنتصف |
| ٠ ≤ د < ١٠ | ٢٥ | |
| ١٠ ≤ د < ٢٠ | ١٠ | |
| ٢٠ ≤ د < ٣٠ | ١٢ | |
| ٣٠ ≤ د < ٤٠ | ٣ | |

| عيادة (ب) | | |
|---|---|---|
| الوقت، د (بالدقائق) | التكرار | نقطة المُنتصف |
| ٠ ≤ د < ١٠ | ٨ | |
| ١٠ ≤ د < ٢٠ | ١٤ | |
| ٢٠ ≤ د < ٣٠ | ١٧ | |
| ٣٠ ≤ د < ٤٠ | ١١ | |

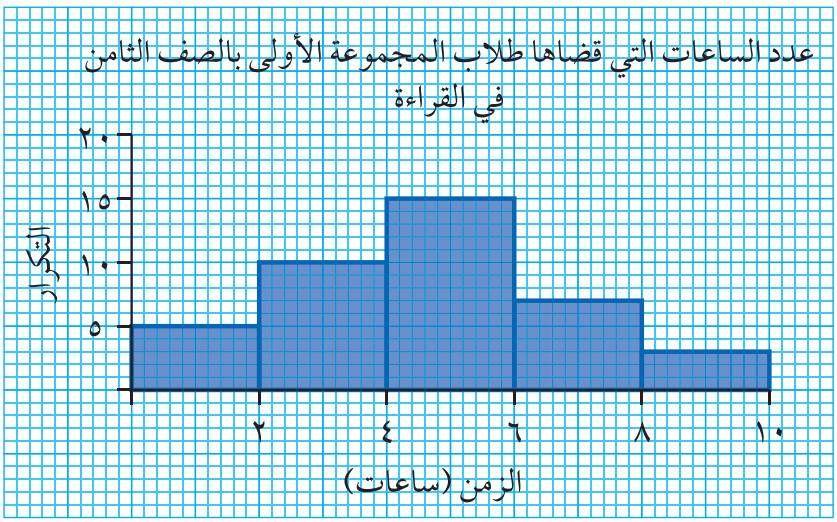
( أ ) كم عدد الأشخاص الذين شملتهم الدراسة الاستقصائيَّة في كلِّ عيادة؟

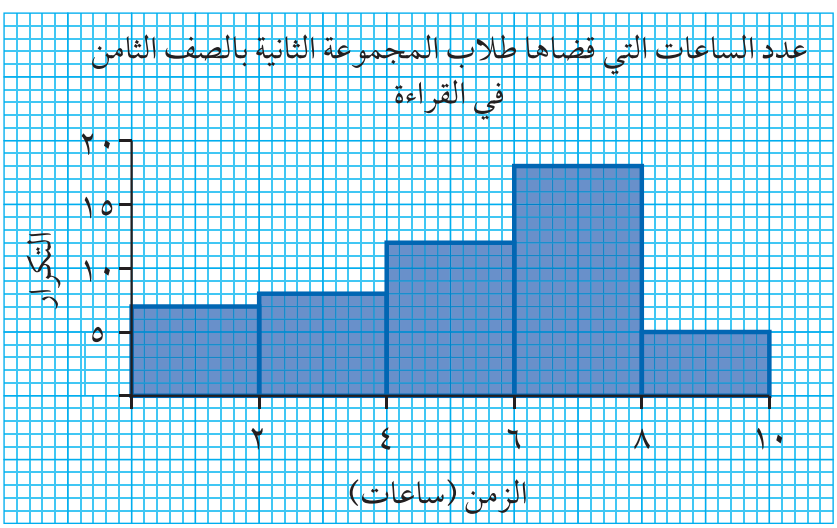
(ب) انسخ الجداول وأكملها.

( ج ) ارسُم مُضلَّعًا تكراريًّا لكلِّ مجموعة بيانات على نفس الشبكة.
تأكَّد من أنَّك تظهر بوضوح العيادة التي يمثِّلها كلُّ مُضلَّع تكراريٍّ.

( د ) قارن بين المُضلَّعين التكراريَّين. ماذا يُمكن أن تقول عن أوقات الانتظار في العيادتين؟

**٣)** أجرت كريمة دراسةً استقصائيَّةً عن عدد الساعات التي قضاها بعض الطلاب في القراءة كلَّ أسبوع. توضِّح المخطَّطات التكرارية نتائج دراستها الاستقصائيَّة.




( أ ) ارسُم المُضلَّع التكراريَّ لكلِّ مجموعة بيانات على نفس الشبكة.

(ب) قارن بين المُضلَّعين التكراريَّين.

ماذا يُمكنك أن تقول عن مقدار الوقت الذي تقضيه المجموعتين في القراءة؟

( ج ) كم عدد الطلاب في المجموعة الأولى والطلاب في المجموعة الثانية الذين شملتهم الدراسة الاستقصائيَّة؟

( د ) هل تعتقد أنَّه من الأفضل المقارنة باستخدام مجموعات البيانات هذه؟ اشرح إجابتك.

## ١٥-٤ تفسير الرسوم البيانيَّة الخطيَّة ورسمها

توضِّح الرسوم البيانيَّة الخطيَّة كيفيَّة تغيُّر البيانات على مدى فترة زمنيَّة. يوضِّح الرسم البيانيُّ الخطِّي نمطًا ما.
يُمكنك رسم أكثر من خطٍّ على الرسم البيانيِّ الخطيِّ لمساعدتك في المقارنة بين مجموعتين من البيانات.
يُمكنك أيضًا استخدام الرسم البيانيِّ الخطيِّ للتنبُّؤ بما سيحدث في المستقبل.

**مثال ١٥-٤**

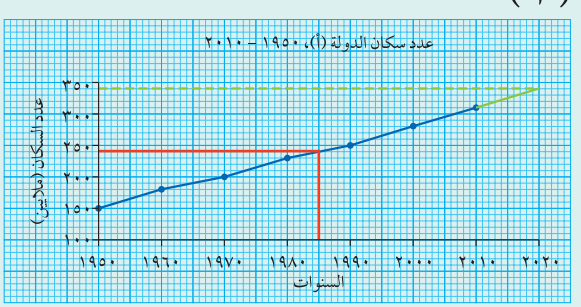
يوضِّح الجدول سكان إحدى الدول كلَّ ١٠ سنوات، من ١٩٥٠ إلى ٢٠١٠
كلُّ رقم مقرَّب لأقرب ١٠ ملايين.

| السنة | ١٩٥٠ | ١٩٦٠ | ١٩٧٠ | ١٩٨٠ | ١٩٩٠ | ٢٠٠٠ | ٢٠١٠ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| عدد السكان (ملايين) | ١٥٠ | ١٨٠ | ٢٠٠ | ٢٣٠ | ٢٥٠ | ٢٨٠ | ٣١٠ |

( أ ) ارسُم رسمًا بيانيًّا خطيًّا لهذه البيانات.
(ب) صِف النمط في عدد السكان.
( ج ) استخدم رسمك البيانيَّ لتقدير عدد سكان الدولة سنة ١٩٨٥
( د ) استخدم رسمك البيانيَّ للتنبُّؤ بعدد سكان الدولة سنة ٢٠٢٠

**الحل**

( أ )




حدِّد موضع الزمن على المحور الأفقيِّ. ابدأ من سنة ١٩٥٠ ومد المحور حتى سنة ٢٠٢٠ حتى تتمكَّن من الإجابة عن الجزئية ( د ) من السؤال. حدِّد موضع عدد السكان على المحور العموديِّ. ابدأ من ١٠٠ (مليون) ومد المحور حتى ٣٥٠ (مليونًا) بالتقريب حتى تتمكَّن من الإجابة عن الجزئية ( د ) من السؤال. حدِّد موضع جميع النقاط وصِلهم بخطوط مُستقيمة بالترتيب. تذكَّر تسمية المحور وتحديد عنوان للرسم البيانيِّ.

(ب) يزداد عدد السكان كلَّ ١٠ سنوات بمقدار ٢٠ أو ٣٠ مليون.

صِف ما يوضِّحه الرسم البيانيُّ الخطيُّ.
زوِّد إجابتك ببعض الأرقام لتُظهِر فَهْمَك الجيِّد للرسم البيانيِّ.

( ج ) ٢٤٠ مليونًا

ارسُم خطًّا على الرسم البيانيِّ (موضَّحًا باللون الأحمر) إلى أعلى من ١٩٨٥ وعبر محور عدد السكان واقرأ القيمة.

( د ) ٣٤٠ مليونًا

مد الخطَّ على الرسم البيانيِّ (مُوضَّحًا باللون الأخضر). تأكَّد من أنَّه يتبع النمط. اقرأ القيمة من محور عدد السكان (موضَّحة بالخطِّ الأخضر المنقَّط).

## تمارين ١٥-٤

١) يوضِّح الجدول التالي متوسِّط سقوط الأمطار كلَّ شهر في مدينة صلالة.

| الشهر | يناير | فبراير | مارس | أبريل | مايو | يونيو | يوليو | أغسطس | سبتمبر | أكتوبر | نوفمبر | ديسمبر |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| متوسِّط مُعدَّل سقوط الأمطار (ملم) | ١,٢ | ٠,٩ | ٠,٧ | ٠,٤ | ٠,٦ | ١,٨ | ٤,٤ | ٣,١ | ٣,٣ | ١,٧ | ٠,٥ | ٠,٧ |

( أ ) ارسُم رسمًا بيانيًّا خطيًّا لهذه البيانات.

(ب) صِف النمط في البيانات.

(ج) بين أيِّ شهرين توجد أكبر زيادة في سقوط الأمطار؟

٢) يوضِّح الجدول التالي عدد السياح في جميع أنحاء العالم من سنة ٢٠٠٢ إلى ٢٠١٠ كلُّ رقم مقرَّب لأقرب ١٠ ملايين.

| السنة | ٢٠٠٢ | ٢٠٠٤ | ٢٠٠٦ | ٢٠٠٨ | ٢٠١٠ |
|---|---|---|---|---|---|
| عدد السيَّاح (ملايين) | ٧٠٠ | ٧٦٠ | ٨٤٠ | ٩٢٠ | ٩٤٠ |

( أ ) ارسُم رسمًا بيانيًّا خطيًّا لهذه البيانات. مدُّ المحور الأفقيِّ إلى ٢٠١٢

(ب) صِف النمط في البيانات.

(ج) استخدم رسمك البيانيَّ لتقدير عدد السيَّاح في جميع أنحاء العالم في ٢٠٠٧

( د ) استخدم رسمك البيانيَّ للتنبُّؤ بعدد السيَّاح في جميع أنحاء العالم في ٢٠١٢

٣) يوضِّح الجدول التالي أعلى وأدنى درجات حرارة مُسجَّلة يوميًّا في مسقط خلال أسبوع واحد في شهر يناير.

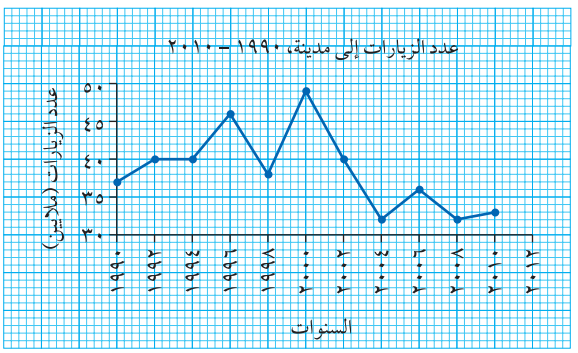
| اليوم | السبت | الأحد | الإثنين | الثلاثاء | الأربعاء | الخميس | الجمعة |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| الحدُّ الأقصى لدرجة الحرارة (°س) | ٢٦ | ٢٤ | ٢٤ | ٢٤ | ٢٦ | ٢٦ | ٢٧ |
| الحدُّ الأدنى لدرجة الحرارة (°س) | ٢١ | ١٩ | ١٨ | ١٩ | ١٩ | ٢٠ | ٢٠ |

( أ ) ارسُم رسومًا بيانيَّةً خطيَّةً لعرض هذه البيانات باستخدام نفس الشبكة.

(ب) صِف النمط في مجموعتي البيانات.

(ج) في أيِّ يومٍ كان أكبر فرق بين الحدِّ الأقصى والحدِّ الأدنى لدرجة الحرارة؟

٤) يوضِّح الرسم البيانيُّ الخطيُّ عدد الزيارات إلى إحدى المدن السياحية من سنة ١٩٩٠ إلى سنة ٢٠١٠




( أ ) استخدم الرسم البيانيَّ لتقدير عدد زيارات سكان إلى هذه المدينة في سنة ١٩٩٥

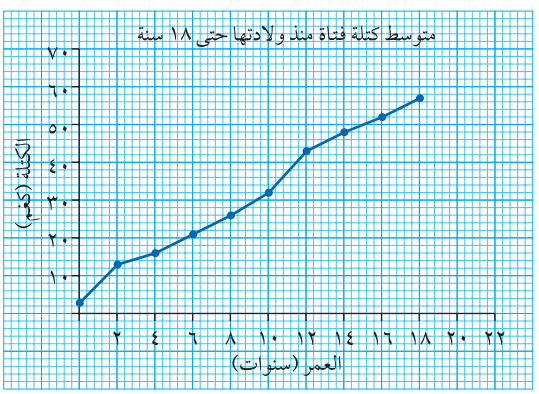
(ب) بيِّن أيَّ سنتين كانت أكبر زيادة في عدد الزيارات؟

(ج) بيِّن أيَّ سنتين كان أكبر انخفاضًا في عدد الزيارات؟

( د ) هل من المُمكن استخدام هذا الرسم البيانيِّ للتنبُّؤ بعدد الزيارات إلى هذه المدينة في سنة ٢٠١٢؟

اشرح إجابتك.

٥) يوضِّح الرسم البيانيُّ الخطيُّ مُتوسِّط كتلة فتاة منذ ولادتها وحتى أصبح عمرها ١٨ عامًا.




( أ ) صِف النمط في البيانات.

(ب) خلال أيِّ سنتين اكتسبت الفتاة أكبر كُتلة؟

(ج) استخدم الرسم البيانيَّ لتقدير كُتلة الفتاة في سن ١٥

( د ) هل يُمكن التنبُّؤ بكُتلة الفتاة في سن ٢٢؟

اشرح إجابتك.

## ١٥-٥ مقارنة التوزيعات والتوصُّل إلى استنتاجات

يُمكنك مقارنة مجموعتين أو أكثر من البيانات بالنظر إلى توزيع البيانات.

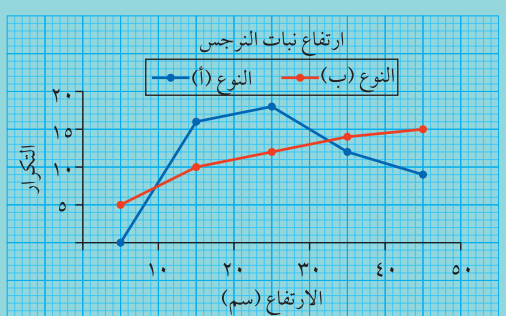
للقيام بذلك، عليك رسم الرسوم البيانيَّة لتوضيح التوزيعات ثُمَّ البحث عن الفروق بين الرسوم البيانيَّة.

يُمكنك أيضًا إيجاد الإحصاءات مثل الوسط الحسابيِّ والوسيط والمنوال والمدى واستخدام هذه القيم للمقارنة بين التوزيعات.

### مثال ١٥-٥

( أ ) زرع البستانيُّ نوعين مختلفين من زهرة النرجس. قاس البستانيُّ ارتفاعات نباتات النرجس عند اكتمال نموها. توضِّح المُضلَّعات التكراريَّة ارتفاعات نوعين مختلفين من نبات النرجس.

انظر إلى شكل التوزيعات. اكتب ثلاث جمل للمقارنة بين ارتفاعات نوعي نبات النرجس.




(ب) تريد رحيمة شراء منزل في صلالة أو الجبل الأخضر. يوضِّح الجدول المُتوسِّط الشهريَّ لدرجات الحرارة القصوى في صلالة والجبل الأخضر.

| المُتوسِّط الشهريُّ لدرجات الحرارة القصوى (°س) | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | يناير | فبراير | مارس | أبريل | مايو | يونيو | يوليو | أغسطس | سبتمبر | أكتوبر | نوفمبر | ديسمبر |
| صلالة | ١٧ | ١٧ | ١٩ | ٢٠ | ٢٣ | ٢٧ | ٢٩ | ٣٠ | ٢٨ | ٢٤ | ٢٠ | ١٧ |
| الجبل الأخضر | ١١ | ١٢ | ١٦ | ١٧ | ٢٢ | ٢٨ | ٣٢ | ٣٢ | ٢٨ | ٢٠ | ١٤ | ١١ |

تقرِّر رحيمة شراء منزل في صلالة؛ لأنَّها تقول إنَّ درجات الحرارة أعلى في المُتوسِّط وثابتة أكثر من الجبل الأخضر. هل اتَّخذت رحيمة القرار الصحيح؟ اشرح إجابتك.

### الحل

( أ ) ارتفاعات النوع (ب) من نبات النرجس متنوعة أكثر. نمت ٦ نباتات نرجس من نوع (ب) زيادة عن نوع ( أ ) إلى أقصى ارتفاع وهو ٤٠-٥٠ سم. نمت كلُّ نباتات النرجس من النوع ( أ ) أكثر من ١٠ سم بينما ٤ من النوع (ب) كانوا أقلَّ من ١٠ سم في الارتفاع.

عند مقارنة المُضلَّعات التكراريَّة، انظر إلى العرض أو مدى انتشار البيانات لتحديد مجموعة القيم الأكثر تنوُّعًا. قارن أيضًا مدى الارتفاع المحدَّد واكتب مقارنات رقميَّة لتظهر فهمك جيِّدًا للرسوم البيانيَّة.

(ب)

| | الوسط الحسابيُّ | الوسيط | المنوال | المدى |
|---|---|---|---|---|
| صلالة | ٢٢,٦ °س | ٢١,٥ °س | ١٧ °س | ١٣ °س |
| الجبل الأخضر | ٢٠,٣ °س | ١٨,٥ °س | لا شيء | ٢١ °س |

الوسط الحسابي والوسيط لدرجات الحرارة في صلالة أكثر ارتفاعًا منهما في الجبل الأخضر؛ لذلك تعتبر صلالة دافئةً أكثر بوجه عام. لا يُمكن المقارنة بين المنوالات؛ لأن الجبل الأخضر ليس لها منوال. إنَّ مدى صلالة أقلُّ من مدى الجبل الأخضر وهذا يعني أنَّ درجات الحرارة ثابتة أكثر. لذا؛ فإنَّ رحيمة على صواب واتَّخذت قرارًا صحيحًا.

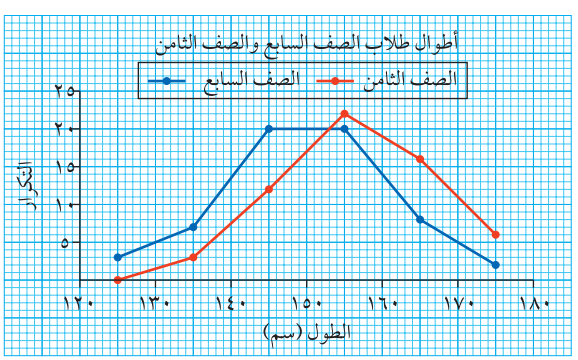
تتحدَّث رحيمة عن المُتوسِّطات والذي يعني أنَّك بحاجة إلى إيجاد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال. وتذكَّر أيضًا الثبات، مما يعني أنَّك تحتاج إلى إيجاد المدى. اعرض نتائجك في جدول بعد إيجاد المُتوسِّط والمدى. يُمكنك استخدام البيانات في الجدول لعقد مقارنات. تأكَّد من شرح القرارات التي اتَّخذتها بوضوح.

## تمارين ١٥-٥

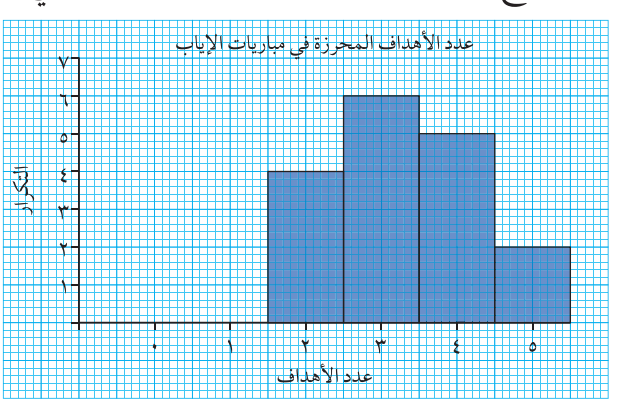
١) توضِّح المُضلَّعات التكراريَّة أطوال ٦٠ طالبًا من الصفِّ السابع و٦٠ طالبًا من الصفِّ الثامن.

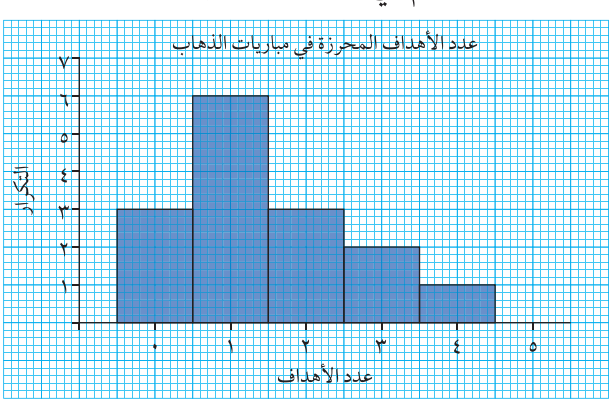
انظر إلى شكل التوزيعات.

اكتب ثلاث جمل للمقارنة بين أطوال طلاب الصفِّ السابع والصفِّ الثامن.



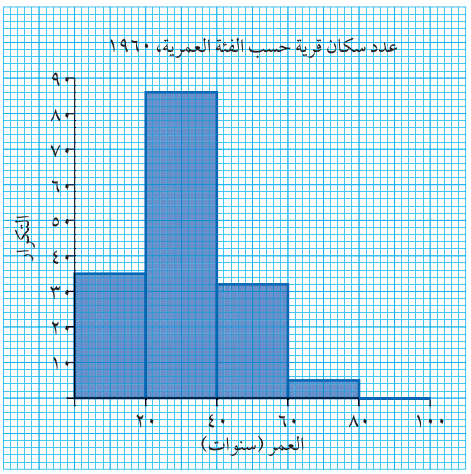

٢) توضِّح المخططات التكرارية عدد الأهداف التي أحرزها فريق كرة القدم في ١٥ مباراة إياب و١٥ مباراة ذهاب.

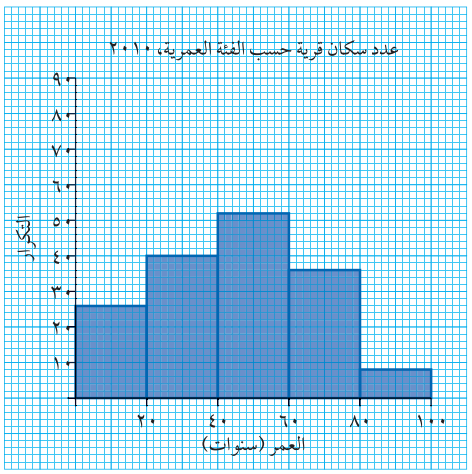



انظر إلى أشكال التوزيعات. اكتب ثلاث جمل لمقارنة عدد أهداف مباريات الإياب مع أهداف مباريات الذهاب.

٣) توضِّح المخطَّطات التكرارية عدد سكان قرية حسب الفئة العمريَّة في سنة ١٩٦٠ وسنة ٢٠١٠




( أ ) انظر إلى شكل التوزيعات. اكتب ثلاث جمل للمقارنة بين الفئات العمريَّة بين السكان سنة ١٩٦٠ وسنة ٢٠١٠

(ب) اقرأ ما يقوله سامي.

٢٥٪ من عدد السكان بالتقريب كانوا فوق سن ٤٠ في سنة ١٩٦٠ مقارنة بنسبة ٦٠٪ تقريبًا في سنة ٢٠١٠

هل سامي على صواب؟
اعرض طريقةَ الحلِّ لتوضيح إجابتك.

(ج) ما أسباب تغيير توزيعات أعمار السكان من سنة ١٩٦٠ إلى سنة ٢٠١٠ في اعتقادك؟

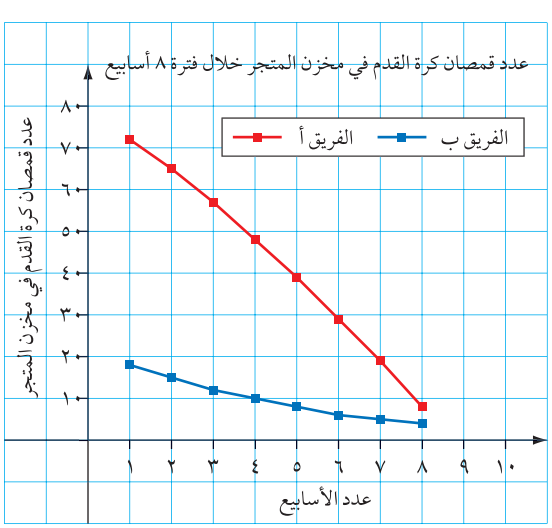
لحلِّ سؤال ٤ اعمل في مجموعة من ثلاثة أو أربعة أشخاص.

(١) أجب بمفردك عن كلِّ جزئية من السؤال.

(٢) قارن الأوصاف والإجابات والتفسيرات لديك مع أوصاف وإجابات وتفسيرات زملائك في مجموعتك. ناقش الأوصاف والتفسيرات المختلفة التي قدَّمتها وقرِّر أيَّهما الأفضل.

٤) يبيع متجر مستلزمات رياضيَّة قمصان كرة القدم الخاصَّة بفريقين أ ، ب.

يوضِّح الرسم البيانيُّ الخطيُّ عدد قمصان كرة القدم في مخزن المتجر كلَّ أسبوع خلال فترة ٨ أسابيع.




( أ ) صِف النمط في مبيعات:

(١) قمصان كرة القدم للفريق أ

(٢) قمصان كرة القدم للفريق ب.

(ب) هل تعتقد أنَّ مخزن المتجر به قمصان كرة قدم للفريق أ كافية للأسبوع التاسع؟ اشرح إجابتك.

(ج) هل تعتقد أنَّ مخزن المتجر به قمصان كرة قدم للفريق ب كافية للأسبوع التاسع؟ اشرح إجابتك.

## ملخص

**يجب أن تعرف أن:**

- ★ المُضلَّع التكراريَّ يوضِّح الأنماط والاتِّجاهات في البيانات المُتَّصلة. لرسم المُضلَّع التكراريِّ للبيانات المُتَّصلة، يجب تحديد موضع التكرار في مقابل نقطة مُنتصف مدى الفئة.
- ★ يُمكنك رسم أكثر من خطٍّ على الرسم البيانيِّ الخطيِّ للمقارنة بين مجموعتي بيانات. يُمكنك أيضًا استخدام الرسم البيانيِّ الخطيِّ للتنبُّؤ بما سيحدث في المستقبل.
- ★ يُمكنك استخدام الرموز $<$ و$\geqslant$ للمساعدة في وصف الفئات في جدول تكراري.
- ★ الجدول التكراري المزدوج يُستخدم في تسجيل معلومات مختلفة في الصفوف والأعمدة بطريقة تجعل قراءة المعلومات سهلةً.
- ★ يُمكن أن تمثِّل الأعمدة بياناتٍ منفصلة أو مُتَّصلة في مخطَّط تكراري.

**يجب أن تكون قادرًا على:**

- ★ اختيار ورسم وتفسير المُخطَّطات والرسوم البيانيَّة بما في ذلك:
  - المخطَّطات التكرارية مثل الأعمدة البيانيَّة
  - الرسوم البيانيَّة الخطيَّة.
- ★ تفسير الجداول والرسوم البيانيَّة والتوصُّل إلى استنتاجات لدعم أو التشكيك في التخمينات الأوليَّة وفهم الارتباط فَهْمًا أساسيًّا.
- ★ المقارنة بين توزيعتين أو أكثر والتوصُّل إلى استنتاجات باستخدام شكل التوزيعات والإحصاءات المناسبة.
- ★ ربط النتائج والاستنتاجات بالأسئلة الأصلية.
- ★ كتابة واستخدام الجداول التكرارية بما تحتويه من فئات متساوية المدى لتجميع البيانات المُتَّصلة.
- ★ كتابة واستخدام الجداول التكرارية المزدوجة لتسجيل البيانات المنفصلة.
- ★ رسم وتفسير المخطَّطات التكرارية للبيانات المنفصلة والبيانات المُتَّصلة.

## تمارين ومسائل عامة

١) فيما يلي أوزان بعض الأرانب الصغيرة، بقياس إلى أقرب غرام:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ١٥٥ | ١٧١ | ٢٠٠ | ١٩٥ | ٢٣٠ | ٢٠٥ | ٢٠٨ | ١٨٠ |
| ١٨٥ | ١٩٨ | ٢١٢ | ١٩٠ | ٢٠٥ | ١٧٥ | ٢١٠ | ٢٢٤ |

( أ ) انسخ الجدول التكراري المتجمِّع وأكمله.

| الكتلة، ك (غم) | علامة العدِّ | التكرار |
|---|---|---|
| ١٥٠ < ك ⩽ ١٧٠ | | |
| ١٧٠ < ك ⩽ ١٩٠ | | |
| ١٩٠ < ك ⩽ ٢١٠ | | |
| ٢١٠ < ك ⩽ ٢٣٠ | | |
| | الإجماليُّ | |

(ب) كم عدد الأرانب الصغيرة التي تزيد كتلتها عن ١٧٠ غم وتقل عن أو تساوي ١٩٠ غم؟

( ج ) كم عدد الأرانب الصغيرة التي تزيد كتلتها عن ١٩٠ غم؟

( د ) كم عدد الأرانب الصغيرة التي تقل كتلتها عن أو تساوي ٢١٠ غم؟

(هـ) ما إجمالي عدد الأرانب التي تمَّ تسجيل كتلتها؟

٢) تقدم جميع الطلاب في الصف لاختبار رياضيَّات أو اختبار علوم. حصل الجميع على الدرجة ( أ ) أو (ب) أو ( ج ).

يوجد ٢٨ طالبًا في الصفِّ، خاض ١٠ من الطلاب اختبار العلوم.

حصل أربعة من الطلاب على الدرجة ( أ ) في الرياضيَّات وحصل خمسة على الدرجة ( أ ) في العلوم.

حصل ثمانية طلاب على الدرجة ( ج )، ثلاث من هذه الدرجات كانت في العلوم.

| | أ | ب | ج | الإجماليُّ |
|---|---|---|---|---|
| الرياضيَّات | | | | |
| العلوم | | | | |
| الإجماليُّ | | | | |

انسخ الجدول التكراري المزدوج وأكمله لعرض عدد الدرجات ( أ )، (ب)، ( ج ) التي حصل عليها الطلاب في الرياضيَّات والعلوم.

٣) يوضِّح الجدول التكراري عدد أجهزة الحاسوب التي باعها مصطفى كلَّ يوم في متجره خلال شهر واحد.

| عدد أجهزة الحاسوب المباعة | التكرار |
|---|---|
| ٩-٠ | ٣ |
| ١٩-١٠ | ٥ |
| ٢٩-٢٠ | ١٢ |
| ٣٩-٣٠ | ٨ |
| ٤٩-٤٠ | ٢ |

( أ ) ارسُم مخطَّطًا تكراريًا لعرض البيانات.

(ب) هل يُمكن أن تحدِّد الشهر الذي يمثِّله المخطَّط التكراري لديك؟ اشرح إجابتك.

( ج ) يقول مصطفى: «يوضِّح المخطَّط التكراري أنَّ أكبر عدد بيع لأجهزة الحاسوب في يوم واحد كان أصغر من ٥٠»

هل مصطفى على صواب؟ اشرح إجابتك.

٤) يوضِّح الجدول عدد زائري متنزه من سنة ٢٠٠٢ إلى ٢٠١٠
كلٌّ رقم مقرَّب لأقرب ١ , ٠ مليون.

| السنة | ٢٠٠٢ | ٢٠٠٤ | ٢٠٠٦ | ٢٠٠٨ | ٢٠١٠ |
|---|---|---|---|---|---|
| عدد الزوار (ملايين) | ١,٣ | ١,٥ | ١,٨ | ٢,٠ | ٢,٣ |

( أ ) ارسُم رسمًا بيانيًّا خطيًّا لهذه البيانات. ضع سنة ٢٠١٢ على المحور الأفقيِّ.
(ب) صِف النمط في البيانات.
( ج ) استخدم رسمك البيانيَّ لتقدير عدد زائري المتنزه في سنة ٢٠٠٥
( د ) استخدم رسمك البيانيَّ لتقدير عدد زائري المتنزه في سنة ٢٠١٢

# مراجعة نهاية الفصل الدراسي

١) قسِّم ١٨٠ ريالًا بنسبة ٢ : ٣ : ٤

٢) يُعدُّ خالد أرغفة الخبز من دقيق الذرة ودقيق القمح بنسبة ٢ : ٣
يُعدُّ خالد أرغفة الخبز باستخدام ٢٥٠ غم من دقيق الذرة.
ما كُتلة دقيق القمح التي يستخدمها؟

٣) يبيع محلٌّ علبتين من السمن بحجمين مختلفين.
تبلُغ تكلفة علبة بحجم ٣٠٠ مل ١,٥٣٠ ريال؛ وتبلُغ تكلفة علبة بحجم ٥٠٠ مل ٢,٦٠٠ ريال.

٥٠٠ ملم
٢,٦٠٠ ريال

٣٠٠ ملم
١,٥٣٠ ريال

أيُّ حجم من العبوَّتين قيمته أفضل من حيث التكلفة النقديَّة؟
وضِّح إجابتك.

٤) ( أ ) أكمل جدول القيم المقابل
للمعادلة ص = ٣س − ١

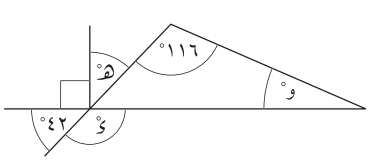
| س | −٣ | −٢ | −١ | ٠ | ١ | ٢ | ٣ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ص | | | | | | | |

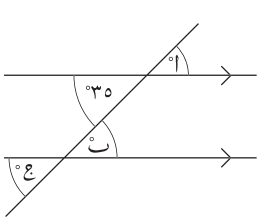
(ب) على ورقة رسم بيانيٍّ، ارسُم الخطَّ ص = ٣س − ١ لقيم س التي تتراوح من −٣ إلى + ٣
(ج) ما ميل الخطِّ ص = ٣س − ١؟

٥) ( أ ) حِل المعادلة المقابلة: ٥س − ٣ = ٣س + ١١
(ب) حِل المعادلتين التاليتين:
س + ص = ١١ ، ٥س + ٣ص = ٢٩
(ج) حِل المتباينة: ٦س − ٤ ≥ ٢٩

٦) احسب ما يلي:
( أ ) الزَّاوية الخارجيَّة لمُضلَّع خماسيٍّ مُنتظم
(ب) الزَّاوية الداخليَّة لمُضلَّع خماسيٍّ مُنتظم

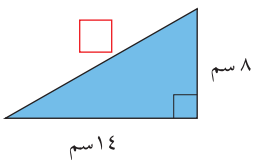
٧) أوجد قياس كلِّ زَاوية مجهولة في المُخطَّطين التاليين:
اشرح كيف توصَّلت لإجاباتك.



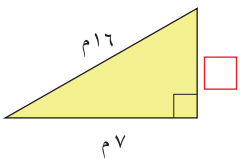



٨) أوجد طول الضلع الذي عليه علامة □ في كلٍّ مُثلَّث.
اكتب كلَّ إجابة لأقرب منزلة عشريَّة واحدة.

( أ )




(ب)



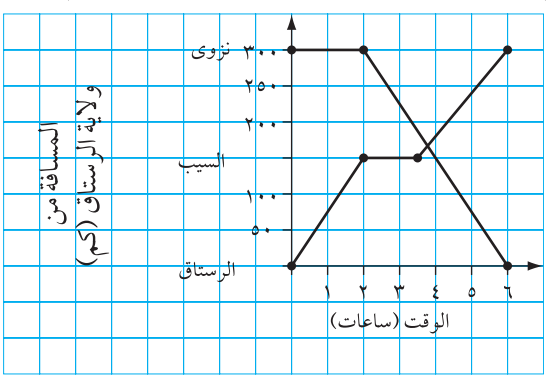

٩) يجب أن يختار المدرِّب الرياضيُّ إمَّا طارق أو مجدي لتمثيل النادي الرياضيِّ في مسابقة القفز الطويل.
فيما يلي المسافات بالسنتيمترات التي قفزها الولدان في آخر ١٠ جلسات تدريب.

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| طارق | ٢٩٥ | ٢٦٥ | ٢٧٣ | ٢٩٧ | ٣٠٥ | ٢٦٥ | ٢٩٠ | ٢٦٥ | ٣١٥ | ٢٨٦ |
| مجدي | ٢٩٥ | ٢٩٤ | ٢٧٥ | ٢٨٢ | ٢٧٥ | ٢٩٦ | ٢٨٠ | ٢٧٦ | ٢٨٤ | ٣٠٨ |

( أ ) احسب الوسط الحسابيَّ والوسيط والمنوال والمدى لكلتا المجموعتين من البيانات.

(ب) من في رأيك سيختاره المدرِّب لتمثيل النادي الرياضيِّ؟ وضِّح رأيك.

١٠) يقود يونس سيَّارته من منزله الواقع في ولاية الرستاق إلى منزل أخته الموجود في ولاية نزوى. تقود سلمى سيَّارتها من منزلها الواقع في ولاية نزوى إلى منزل أخيها الموجود في ولاية الرستاق.




( أ ) ما المُدَّة التي استغرقها يونس للوصول إلى ولاية السيب؟

(ب) ما المُدَّة التي توقَّف فيها يونس في ولاية السيب؟

(ج) ما المُدَّة التي استغرقتها سلمى للتوجُّه من ولاية نزوى إلى ولاية الرستاق؟

( د ) كم كانت تبعد السيَّارتان عن ولاية الرستاق عندما كانتا في نقطة تقاطعهما؟

(هـ) كيف يُمكنك أن تعرف، من الرسم البيانيِّ، أنَّ قيادة يونس كانت أسرع قبل أن يتوقَّف؟

١١) تبلغ كتلة سوار لليد ٥٦ غم.
هذا السوار مصنوع من ٧٥٪ من الذهب و٢٠٪ من الفضة و٥٪ من النحاس.

( أ ) ما كُتلة الذهب الموجود في السوار؟

(ب) ما كُتلة النحاس الموجود في السوار؟

١٢) يقود شخص ما السيَّارة بمتوسِّط سرعة ٩٠ كم/ س.
ما المسافة التي سيقطعها في ساعتين ونصف؟

١٣) وُلِدَت بعض ظباء المها العربي في محميَّة. تم قياس كتلة الظباء لأقرب كيلوغرامٍ كما هو موضَّح.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ٧٥ | ١٠١ | ٩٠ | ٨٢ | ٩٧ | ٧٩ | ٨٨ |
| ٩٢ | ٨٤ | ٩٤ | ١٠٧ | ٨٩ | ٩٣ | ٨٠ |

( أ ) انسخ الجدول التكراري المتجمِّع وأكمله.

| الكُتلة، ك (كغم) | علامة العدِّ | التكرار |
|---|---|---|
| ٧٠ < ك ≤ ٨٠ | | |
| ٨٠ < ك ≤ ٩٠ | | |
| ٩٠ < ك ≤ ١٠٠ | | |
| ١٠٠ < ك ≤ ١١٠ | | |
| | الإجماليُّ | |

(ب) كم عدد الظباء التي كانت كُتلتها تزيد عن ٩٠ كغم ولا تتخطَّى ١٠٠ كغم؟
( ج ) كم عدد الظباء التي كانت كُتلتها تزيد عن ٩٠ كغم؟
( د ) كم عدد الظباء التي كانت كُتلتها ٩٠ كغم أو أقلَّ؟
(هـ) في المجمل، كم عدد الظباء التي تم قياس كتلتها؟
( و ) هل كُتلة الظبي من البيانات المُنفصلة أم المتَّصلة؟
( ز ) هل عدد الظباء التي تم قياس كتلتها من البيانات المُتَّصلة أم المُنفصلة؟

١٤) يوضِّح الجدول المقابل الوقت الذي استغرقه بعض البالغين لحلِّ الكلمات المتقاطعة.

| الوقت، د (بالدقائق) | التكرار |
|---|---|
| ٠ ≤ د < ٤ | ٩ |
| ٤ ≤ د < ٨ | ١٦ |
| ٨ ≤ د < ١٢ | ٨ |
| ١٢ ≤ د < ١٦ | ٧ |

( أ ) كم عدد البالغين الذين أكملوا الكلمات المتقاطعة؟
(ب) ما الكسر الذي يُمثِّله عدد البالغين الذين أكملوا الكلمات المتقاطعة في أقلِّ من ٨ دقائق؟
( ج ) ارسُم مُضلَّعًا تكراريًّا لهذه البيانات.

# قاموس المصطلحات

| | | |
|---|---|---|
| النسبة (ratio) | يتمُّ استخدامها لمقارنة مقدار بمقدار آخر باستخدام الرمز : | ١٥ |
| التبسيط (نسبة أو كسر) (simplify) | قسمة كلِّ أجزاء النسبة (أو الكسر) على عامل مشترك | ١٥ |
| التناسب الطرديُّ (direct proportion) | تكون كميَّتان أو أكثر في حالة تناسب طرديٍّ إذا زادت إحداهما أو نقصت يحدُث المِثل للكميَّة الأخرى، بنفس نسبة الكميَّات | ١٥، ٥٢ |
| المتباينة (inequality) | تعبير جبريٌّ مثل المعادلة حيث تحلُّ < أو > محلَّ = | ٣١ |
| مجموعة الحلِّ (solution set) | مجموعة الأعداد التي تشكل حلًّا لمسألة، يتمُّ استخدام هذا المُصطلح للإشارة إلى حلِّ متباينة ما | ٣١ |
| المعادلات الآنيَّة (simultaneous equations) | معادلتان أو أكثر، تحتوي كلُّ معادلة على مُتغيِّرات مختلفة | ٣١ |
| المعامل (coefficient) | عدد يقع أمام مُتغيِّر في عبارة جبريَّة والمعامل يكون مضروبًا في المُتغيِّر | ٣١، ٤٦ |
| التعويض (substitute) | يستبدل مُتغيِّرًا في صيغة ما مع قيمة عدديَّة | ٣١ |
| ميل (الخطّ) (gradient (of a line)) | التغير في ص على التغير في س | ٤٦ |
| الزَّاوية الداخليَّة (interior angle) | الزَّاوية التي تقع بين ضلعين متجاورين لمُضلَّع وهي التي تقع داخل المُضلَّع | ٦٨ |
| المقياس (scale) | النسبة بين الأطوال على مقياس الرسم والأطوال الفعليَّة المعروضة | ٦٨ |
| نظريَّة فيثاغورس (Pythagoras' theorem) | معادلة ترتبط بأطوال أضلاع المُثلَّث القائم الزَّاوية: تنصُّ على أنَّ مجموع مُربَّعي طولي ضلعي الزَّاوية القائمة مساوٍ لمُربَّع طول أطول ضلع (أو الوتر) | ٦٨ |

| | | |
|---|---|---|
| المُضلَّع المُنتظم (regular polygon) | مُضلَّع يكون فيه كلُّ أضلاعه متساوية في الطول وكلُّ زَواياه متساوية في القياس | ٦٨ |
| القياسات المركبة (compound measures) | قياس يتكوَّن من قياسين أو أكثر؛ تعدُّ السرعة قياسًا مُركَّبًا حيث إنَّها يتمُّ حسابها من الطول (المسافة) والوقت (كم/ س، م/ ث، ميل لكلِّ ساعة، ....)؛ تعدُّ الكثافة أيضًا قياسًا مُركَّبًا؛ حيث إنَّه يتمُّ حسابها من الكُتلة والحجم (غم/ سم$^{٣}$) | ٩٠ |
| المُضلَّع التكراريُّ (frequency polygon) | رسم بيانيٌّ يتكوَّن من قطع مُستقيمة توضِّح التكرار | ١٠٦ |
| النمط (trend) | نمط في مجموعة من البيانات | ١٠٦ |
| البيانات المتَّصلة (continuous data) | بيانات تأخذ أيَّ قيمة داخل مدى معيَّن | ١٠٦ |
| البيانات المُنفصلة (discrete data) | بيانات تأخذ فقط قيمةً معيَّنةً، قيم صحيحة، ولكن لا تأخذ قيمًا بينيَّة | ١٠٦ |
| الجدول التكراري (frequency table) | جدول يسرد عدد المرَّات التي تحدث لقيمة أو صنف معيَّن في مجموعة من البيانات (تكرارها ) | ١٠٦ |
| الجدول التكراري المُزدوج (two-way table) | جدول يعرض بيانات بصفوف وأعمدة دائمًا ما توضِّح مُتغيِّرات مختلفة | ١٠٦ |
| فئات متساوية المدى (equal class intervals) | مدى الفئات، في البيانات المجمَّعة، التي تكون جميعها بنفس الطول | ١٠٦ |

# شكر وتقدير

يتوجه المؤلفون والناشرون بالشكر الجزيل إلى جميع من منحهم حقوق استخدام مصادرهم أو مراجعهم وبالرغم من رغبتهم فى الإعراب عن تقديرهم لكل جهد تم بذله، وذكر كل مصدر تم استخدامه لإنجاز هذا العمل، إلا أنه يستحيل ذكرها وحصرها جميعاً وفي حال إغفالهم لأي مصدر أو مرجع فإنه يسرهم ذكره في النسخ القادمة من هذا الكتاب.

bogdanhoda/Shutterstock/Dominic Dudley/Pacific Press/LightRocket via Getty Images/ David Burrows/Shutterstock/MARWAN NAAMANI/AFP via Getty Images/GIUSEPPE CACACE/AFP via Getty Images/Angyalosi Beata/Shutterstock/Foodpics/Shutterstock/ ruzanna/Shutterstock/Arocha Jitsue/Shutterstock

رقم الإيداع 2019/1475

# الرياضيات

## كتاب الطالب ٨

يزخر كتاب الطالب بالعديد من الموضوعات مع شرح واضح وسهل لكل المفاهيم المتضمنة في هذه الموضوعات، ويقدم أنشطة ممتعة لاختبار مدى فهم الطلاب. ينقسم كتاب الطالب إلى قسم المحتويات، وقسم خاص بالوحدات والموضوعات لسهولة التنقل فيه. ويشرح كتاب الطالب المفاهيم الرياضية بوضوح، مع ذكر بعض الأمثلة ثم التمارين، وهو ما يسمح للطلاب بتطبيق معرفتهم المكتسبة حديثًا.

### يتضمن كتاب الطالب:

- لغة سهلة ومفهومة تناسب جميع الطلاب.
- تغطية لقسم حل المشكلات ضمن الموضوعات.
- تمارين عملية في نهاية كل موضوع.
- تمارين ومسائل عامة تتناول جميع الموضوعات التي تم تغطيتها في كل وحدة.
- إرشادات لمساعدة الطلاب على حل التمارين، بما في ذلك الأمثلة المحلولة والملاحظات المفيدة.

إجابات التمارين متضمنة في دليل المعلّم.

9 789996 933936