دولة فلسطين		الصف: الثاني عشر العلمي
وزارة التربية و التعليم العالي		التاريخ : ١١ / ٤ / ٢٠١٩
مديرية التربية و التعليم / قباطية	الامتحان المناطقي " الفصل الاول"	الزمن: ساعتان ونصف
المبحث : الرياضيات	٢٠١٨ / ٢٠١٩	مجموع العلامات : ١٠٠ علامة

ملاحظة : عدد اسئلة الورقة (سته) اسئلة ، اجب عن (خمسة) منها فقط

القسم الأول : يتكون هذا القسم من اربعة أسئلة ، وعلى المشترك ان يجيب عنها جميعها .

السؤال الأول: اختر رمز الإجابة الصحيحة ،ثم ضع إشارة (×) في المكان المخصص في دفتر الإجابة **(٣٠ علامة)**

١) اذا كان متوسط تغير الاقتران ق(س) في الفترة [١ ،٦] = ٢٠ وكان هـ(س) = ٢س − ٣ق(س) ، فان متوسط التغير في الاقتران هـ(س) في الفترة [١ ،٦] يساوي

أ) ١٠ ب) − ١٠ ج) ٥٨ د) − ٥٨

٢) أحد الاقترانات التالية متصل و غير قابل للاشتقاق عند س = صفر :

أ) [س] ب) $\frac{\text{س}}{٢}$ ج) |س| د) س|س|

٣) يتحرك جسم على خط مستقيم حسب العلاقة ف(ن) = ٢٠ن − ٥ن^{٢} ، حيث ف :المسافة بالامتار ، ن :الزمن بالثواني ، فان الزمن الذي يكون فيه تسارع الجسم يساوي ضعفي سرعته يساوي

أ) ٢$\frac{١}{٢}$ ثانية ب) ٤ ثواني ج) ١ ثانية د) ١$\frac{١}{٢}$ ثانية

٤) اذا كان ق(س) = هـ$^{\frac{\text{أ}}{\text{س}}}$ + لو$_{\text{هـ}}$ $\sqrt{\text{س}}$ ، وكانت ق$'$(١) = هـ ، فان أ =

أ) ٤ ب) ٤هـ ج) هـ د) −٤هـ

٥) قيمة ج الناتجة من تطبيق نظرية رول على الاقتران ق(س) = س $\sqrt{\text{س} + ٦}$ في [−٦،٠] هي :

أ) −٥ ب) − ٤ ج) − ٢ د) ٣

٦) اذا كان ق(س) = ٨لو$_{\text{هـ}}$ س + س^{٢} ، س > صفر ، فان قيمة / قيم س التي تجعل المماس لمنحنى ق$'$(س) أفقياً هي :

أ) ٢ ب) ٤ ج) − ٢ ، ٢ د) − ٤ ، ٤

٧) اذا كان ق،هـ اقترانين قابلين للاشتقاق ،وكان (ق ∘ هـ)$'$(٣) = ١٠ ، (ق$'$ ∘ هـ)(٣) = ٤ فان قيمة ٢هـ$'$(٣) =

أ) $\frac{٥}{٢}$ ب) ٥ ج) ٢ د) $\frac{٢}{٥}$

٨) اذا كان $\sqrt[٣]{\text{س ص}}$ = $\sqrt{\text{س}}$ ، س > صفر ، فان $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$ =

أ) $\sqrt{\text{س}}$ ب) $\frac{١}{\sqrt{\text{س}}}$ ج) $\frac{١}{٢\sqrt{\text{س}}}$ د) $\frac{١-}{٢\sqrt{\text{س}}}$

٩) اذا كان ق(س) = $جا^{٢}س + جتاس$ ، س ∈ [٠، π]، فان قيم س التي يكون عند كل منها نقطة حرجة للاقتران ق(س) هي :

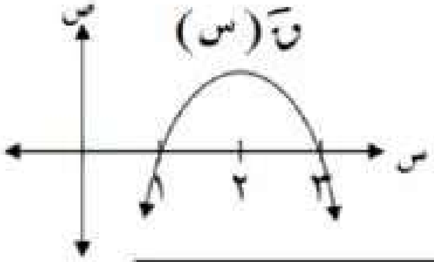
أ) {٠، $\frac{\pi}{٣}$، π}   ب) {٠، $\frac{\pi}{٤}$، π}   ج) {٠، π}   د) {$\frac{\pi}{٣}$}

---

١٠) الشكل المجاور يمثل منحنى ق̸(س) للاقتران كثير الحدود ق(س) ، فان مجموعة حل المتباينة ق̸̸(س) > صفر :

أ)]١، ٣[ب)]٢، ∞[

ج)]−∞، ٢[د)]−∞، ١[∪]٣، ∞[



---

١١) اذا كانت $هـ^{ص} + هـ^{س} = هـ^{ص س} + هـ^{س ص}$ فان $\frac{ءص}{ءس}$ عند النقطة (−١ ، ١) تساوي

أ) صفر   ب) ١   ج) −١   د) −٢

---

١٢) $\underset{س \leftarrow ١}{نها} \frac{٢س جا \sqrt{س} - ١}{س - ١} =$

أ) صفر   ب) ١   ج) ٢   د) $\frac{١}{٢}$

---

١٣) اذا علمت ان أ = $\begin{bmatrix} ٢ & ٢ \\ ١- & ٣ \end{bmatrix}$ ، فان $أ^{٢} - أ =$

أ) ٨م   ب) ١٠م   ج) $\begin{bmatrix} ٤ & ٤ \\ ١ & ٩ \end{bmatrix}$ د) $\begin{bmatrix} ٢ & ٢ \\ ٢ & ٦ \end{bmatrix}$

---

١٤) حل المعادلة المصفوفية ب . س = $أ^{-١}$ ، حيث ب مصفوفة غير منفردة هو

أ) $(ب أ)^{-١}$ ب) $أ ب^{-١}$ ج) $أ^{-١} ب$ د) $(أ ب)^{-١}$

---

١٥) اذا كانت أ مصفوفة مربعة بحيث |أ| = ٢ ، |٣أ| = ٥٤ ، فان رتبة المصفوفة أ هي :

أ) ١   ب) ٢   ج) ٣   د) ٤

---

١٦) اذا كان ق(س) اقتران متزايد ويقع في الربع الرابع في الفترة [أ،ب] ، وكان ع(س) = $\frac{هـ^{س}}{ق(س)}$ ، فان ع(س) في الفترة [أ،ب] :

أ) يحقق رول   ب) متزايد   ج) متناقص   د) ثابت

---

١٧) اكبر قيمة للاقتران ق(س) = س $\sqrt{٤ - س^{٢}}$ ، س ∈ [−٢، ٢] هي :

أ) $\sqrt{٢}$ ب) ٢   ج) ٤   د) صفر

---

١٨) اذا كان $ق(س) = (س - ١)^٥ + س$ ، فان قياس زاوية الانعطاف لمنحنى $ق(س)$ عند نقطة الانعطاف هي :

أ) $\frac{\pi}{٤}$ ب) $\frac{\pi}{٣}$ جـ) $\frac{\pi}{٢}$ د) $\frac{٣\pi}{٤}$

---

١٩) قذف جسم رأسياً لأعلى من سطح بناية فكان ارتفاعه عن قمة البناية يعطى بالعلاقة $ف(ن) = ٦ن - ن^٢$ ، حيث ف :المسافة بالامتار ، ن :الزمن بالثواني ، اذا كانت سرعة الجسم لحظة ارتطامه بالأرض (- ١٤ م/ث) ، فان ارتفاع البناية يساوي

أ) ١٠ م ب) ٢٠ م جـ) ٤٠ م د) ٦٠ م

---

٢٠) اذا كانت $\begin{vmatrix} س & ص \\ ع & ن \end{vmatrix} = ٥$ ، $\begin{vmatrix} س & م + ص \\ ع & ل + ن \end{vmatrix} = ٧$ ، فان $\begin{vmatrix} س & م \\ ع & ل \end{vmatrix} =$

أ) ٢ ب) ٧ جـ) ١٢ د) - ١٢

السؤال الثاني: **٢٠ علامة**

أ) اذا كان $ق(س) = س + \frac{١}{س}$ ، س $\neq$ ٠ ، جد $ق'(-١)$ باستخدام تعريف المشتقة عند نقطة؟ (٧ علامات)

ب) اذا كان $ق(س) = س(س - ٣)^٢ + ٢$ ، س $\in$ [٠، ٤] ، جد كلاً مما يلي : (١٣ علامات)

١) فترات التزايد والتناقص للاقتران $ق(س)$
٢) القيم القصوى المحلية للاقتران $ق(س)$
٣) مجالات التقعر للاعلى وللاسفل ونقط الانعطاف (ان وجدت) للاقتران $ق(س)$

السؤال الثالث: **٢٠ علامة**

أ) اذا كان $ق(س) = \begin{cases} أس^٢ + ٢س & ، ٠ \leq س \leq ٢ \\ س^٣ - ب س + ١٢ & ، ٢ < س \leq ٣ \end{cases}$ ، يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة

في الفترة [٠، ٣]، جد قيمة الثابتين أ ، ب ، ثم جد قيمة جـ التي تحددها النظرية ؟ (١٠ علامات)

ب) جد معادلة المماس لمنحنى العلاقة $(س + ص)^٢ - ٣ص^٢ = ١$ ، ص > صفر عند نقطة تقاطع منحناها مع المستقيم $س + ص - ٢ = ٠$ ؟ (١٠ علامات)

السؤال الرابع: ٢٠ علامة

أ) اذا كان $ص = (١ + ك^{٢})س^{٤} - \frac{١}{س}$ ، $س \neq ٠$ وكان $\left.\frac{ء^{٣}ص}{ءس^{٣}}\right|_{س=١} = ٢٤٦$ ، جد قيمة ك ؟ (٧ علامات)

ب) حل المعادلة $\begin{vmatrix} ١ & ٠ & ١ \\ ٥ & س & ٣ \\ س+١ & ٠ & -١ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ٣ & س \\ ٢س & ١ \end{vmatrix}$ ؟ (٧علامات)

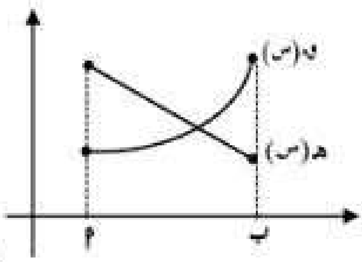
جـ) اذا كانت $س^{-١} = \begin{bmatrix} ٥ & ٣ \\ ٢ & ١ \end{bmatrix}$ ، $ص = \begin{bmatrix} -٢ & ١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix}$ جد المصفوفة ع حيث $س ع^{-١} = ص$ ؟ (٦ علامات)

القسم الثاني: يتكون من سؤالين وعلى المشترك ان يجيب عن احدهما فقط

السؤال الخامس: ١٠ علامات

أ) جد المصفوفة س من الرتبة الثانية حيث $|س| = \frac{١}{٢}$ وتحقق المعادلة $س + س^{-١} = \begin{bmatrix} -١ & ٢\frac{١}{٢} \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix}$ ؟ (٥ علامات)

ب) الشكل المجاور يبين منحنى الاقترانين ق(س) ، هـ(س) المعرفين على [أ ، ب] اثبت ان الاقتران (ق ∘ هـ)(س) متناقص في [أ ، ب] ؟



(٥ علامات)

السؤال السادس: ١٠ علامات

أ) اذا كانت $ع = ص^{٢} + ٤ص - ٥$ ، $ص + س ص = ٦$ جد $\frac{ءع}{ءس}$ عندما $ص = ٢$ ؟ (٥ علامات)

ب) اوجد حجم أكبر اسطوانة دائرية قائمة يمكن رسمها داخل كرة نصف قطرها $٣\sqrt{٣}$ سم ؟ (٥ علامات)

انتهت الأسئلة

بالتوفيق للجميع

دولة فلسطين
وزارة التربية و التعليم العالي
مديرية التربية والتعليم / قباطية

بسم الله الرحمن الرحيم

اجابة الامتحان المناطقي النهائي

الفرع العلمي

الصف: الثاني عشر
المبحث : الرياضيات
التاريخ: ١١ / ٤/ ٢٠١٩
مجموع العلامات (١٠٠) علامة

السؤال الاول: (٣٠ علامة ، علامة ونصف لكل فقرة)

الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
رمز الاجابة	د	ج	أ	ب	ب	أ	ب	ج	أ	ج

الفقرة	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
رمز الاجابة	ج	ب	أ	د	ج	ج	ب	أ	ج	أ

السؤال الثاني: ٢٠ علامة

أ) اذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \text{س} + \frac{1}{\text{س}}$ ، $\text{س} \neq 0$ ، جد $\text{ق}'(-1)$ باستخدام تعريف المشتقة عند نقطة؟ (٧ علامات)

$$\text{ق}'(-1) = \lim_{\text{س} \to -1} \frac{\text{ق}(\text{س}) - \text{ق}(-1)}{\text{س} - -1} = \lim_{\text{س} \to -1} \frac{\text{س} + \frac{1}{\text{س}} - -2}{\text{س} + 1} = \lim_{\text{س} \to -1} \frac{\text{س} + \frac{1}{\text{س}} + 2}{\text{س} + 1}$$

$$= \lim_{\text{س} \to -1} \frac{\text{س}^2 + 2\text{س} + 1}{\text{س}(\text{س} + 1)} = \lim_{\text{س} \to -1} \frac{(\text{س} + 1)(\text{س} + 1)}{\text{س}(\text{س} + 1)} = \lim_{\text{س} \to -1} \frac{(\text{س} + 1)}{\text{س}}$$

$$\therefore \text{ق}'(-1) = \frac{-1 + 1}{1} = 0$$

تابع اجابة السؤال الثاني :

ب) اذا كان ق(س) = س(س − ٣)^{٢} + ٢ ، س ∈ [٠ ، ٤] ، جد كلاً مما يلي :

(١٣ علامات)

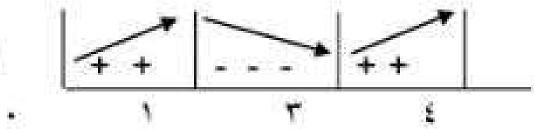
١) فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س)
٢) القيم القصوى المحلية للاقتران ق(س)
٣) مجالات التقعر للاعلى وللاسفل ونقط الانعطاف (ان وجدت) للاقتران ق(س)

الحل : ١) فترات التزايد و التناقص
ق(س) متصل على [٠ ، ٤] لانه كثير حدود

ق$'$(س) = ٢س(س − ٣) + (س − ٣)^{٢} = (س − ٣)(٣س − ٣)

ق$'$(س) = ٠ ⟸ س = ٣ ، س = ١ ∈]٠ ، ٤[

سلوك ق(س)
اشارة ق$'$(س)



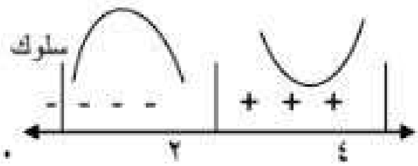
من اشارة ق$'$(س) يكون منحنى ق(س) متزايداً في [٠ ، ١] ، [٣ ، ٤] و متناقصاً في [١ ، ٣]

٢) القيم القصوى المحلية : ق(٠) = ٢ صغرى محلية (بداية تزايد)
ق(١) = ٦ عظمى محلية
ق(٣) = ٢ صغرى محلية
ق(٤) = ٦ عظمى محلية (نهاية تزايد)

٣) مجالات التقعر ونقط الانعطاف

ق$''$(س) = (س − ٣) × ٣ + (٣س − ٣) × ١
= ٣س − ٩ + ٣س − ٣ = ٦س − ١٢

سلوك ق(س)
اشارة ق$''$(س)



ق$''$(س) = ٠ ⟸ س = ٢

من اشارة ق$''$(س) في الشكل يكون
منحنى ق(س) مقعر للاعلى في الفترة [٠ ، ٢] ، ومقعر للاسفل في الفترة [٢ ، ٤]

(٢ ، ق (٢)) نقطة انعطاف لان ق(س) متصل عند س=٢ ويغير من اتجاه تقعره عندها

ق (٢) = ٤ اذن نقطة الانعطاف هي (٢ ، ٤)

السؤال الثالث: **٢٠ علامة**

أ) اذا كان ق(س) = $\begin{cases} أس^{٢} + ٢س & ، ٠ \le س \le ٢ \\ س^{٣} - ب س + ١٢ & ، ٢ < س \le ٣ \end{cases}$ ، يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة

في الفترة [٠ ، ٣]، جد قيمة الثابتين أ ، ب ، ثم جد قيمة جـ التي تحددها النظرية ؟ (١٠ علامات)

الحل : ق(س) يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة $\Leftarrow$ ق(س) متصل وقابل للاشتقاق

$$\lim_{س \to ٢^{+}} ق(س) = \lim_{س \to ٢^{-}} ق(س)$$

$$٨ - ٢ب + ١٢ = ٤أ + ٤ \Leftarrow ٢أ + ب = ٨ \quad \text{———} \quad 1$$

$$ق'(س) = \begin{cases} ٢أس + ٢ & ، ٠ < س < ٢ \\ ٣س^{٢} - ب & ، ٢ < س < ٣ \end{cases}$$

$$ق'(٢)^{+} = ق'(٢)^{-}$$

$$١٢ - ب = ٤أ + ٢ \Leftarrow ٤أ + ب = ١٠ \quad \text{———} \quad 2$$

بطرح المعادلتين 1 & 2 ينتج $\boxed{أ = ١}$ $\boxed{ب = ٦}$

$$ق(س) = \begin{cases} س^{٢} + ٢س & ، ٠ \le س \le ٢ \\ س^{٣} - ٦س + ١٢ & ، ٢ < س \le ٣ \end{cases} \qquad ق'(س) = \begin{cases} ٢س + ٢ & ، ٠ < س < ٢ \\ ٣س^{٢} - ٦ & ، ٢ < س < ٣ \end{cases}$$

لايجاد قيمة جـ :

عندما ٠ < س < ٢ $\Leftarrow ق'(جـ) = \dfrac{ق(٣) - ق(٠)}{٣ - ٠}$

$$\Leftarrow ٢جـ + ٢ = ٧ \qquad \Leftarrow جـ = \frac{٥}{٢} \notin]٠ ، ٢[$$

عندما ٢ < س < ٣ $\Leftarrow ق'(جـ) = ٧ \qquad \Leftarrow جـ = \sqrt{\dfrac{١٣}{٣}} \in]٢ ، ٣[$

$$جـ = -\sqrt{\frac{١٣}{٣}} \notin]٢ ، ٣[$$

تابع اجابة السؤال الثالث :

ب) جد معادلة المماس لمنحنى العلاقة $(س+ص)^{٢} - ٣ص^{٢} = ١$ ، ص > صفر عند نقطة تقاطع منحناها مع المستقيم $س + ص - ٢ = ٠$ ؟ (١٠ علامات)

الحل : يلزم ايجاد نقطة التماس (التقاطع) و الميل

من معادلة المستقيم $س + ص - ٢ = صفر \Leftarrow س + ص = ٢$ نعوضها في معادلة المنحنى

$(س + ص)^{٢} - ٣ص^{٢} = ١$

$(٢)^{٢} - ٣ص^{٢} = ١ \Leftarrow -٣ص^{٢} = -٣ \Leftarrow \boxed{ص = ١}$ $\boxed{\text{، ص = −١ ترفض لان ص> صفر}}$

اذن من معادلة المستقيم $س + ص = ٢ \Leftarrow س = ١$

نقطة التماس هي (١ ، ١)

ميل المماس = ميل المنحنى عند (١ ، ١)

نشتق ضمنياً $٢(س+ص)(١+\frac{ءص}{ءس}) - ٦ص\frac{ءص}{ءس} = ٠$

عند (١ ، ١) $\Leftarrow ٢(١+١)(١+\frac{ءص}{ءس}) - ٦\times١\frac{ءص}{ءس} = ٠$

$\Leftarrow ٤ + ٤\frac{ءص}{ءس} - ٦\frac{ءص}{ءس} = ٠ \Leftarrow \boxed{\frac{ءص}{ءس} = ٢}$

معادلة المماس ص − ص١ = الميل (س − س١)

ص − ١ = ٢ (س − ١) $\boxed{\text{ص = ٢ س − ١}}$

السؤال الرابع: **٢٠ علامة**

أ) اذا كان $ص = (١+ك^{٢})س^{٤} - \frac{١}{س}$ ، $س \neq ٠$ وكان $\left.\frac{ء^{٣}ص}{ءس^{٣}}\right|_{س=١} = ٢٤٦$ ، جد قيمة ك ؟ (٧ علامات)

الحل : $\Leftarrow \frac{ءص}{ءس} = ٤(١+ك^{٢})س^{٣} + \frac{١}{س^{٢}} \Leftarrow \frac{ء^{٢}ص}{ءس^{٢}} = ١٢(١+ك^{٢})س^{٢} - \frac{٢}{س^{٣}}$

$\Leftarrow \frac{ء^{٣}ص}{ءس^{٣}} = ٢٤(١+ك^{٢})س + \frac{٦}{س^{٤}}$ ولكن $\left.\frac{ء^{٣}ص}{ءس^{٣}}\right|_{س=١} = ٢٤٦$

$\Leftarrow ٢٤(١+ك^{٢})\times١ + \frac{٦}{١} = ٢٤٦ \Leftarrow ٢٤(١+ك^{٢}) = ٢٤٠ \Leftarrow \boxed{ك = \mp٣}$

تابع اجابة السؤال الرابع :

ب) حل المعادلة $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & \text{س} & 5 \\ -1 & 0 & \text{س}+1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{س} & 3 \\ 1 & 2\text{س} \end{vmatrix}$ ؟ (٧علامات)

الحل :

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & \text{س} & 5 \\ -1 & 0 & \text{س}+1 \end{vmatrix} \quad \begin{matrix} \text{ص}_1 + \text{ص}_3 \longrightarrow \text{ص}_3 \\ \text{ص}_1 + \text{ص}_2 \longrightarrow \text{ص}_2 \end{matrix} \quad \Leftarrow \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & \text{س} & 2 \\ 0 & 0 & \text{س}+2 \end{vmatrix} = 1 \times \text{س} \times (\text{س}+2) = \text{س}^2 + 2\text{س}$$

$$\begin{vmatrix} \text{س} & 3 \\ 1 & 2\text{س} \end{vmatrix} = 2\text{س}^2 - 3$$

$$\Leftarrow \text{س}^2 + 2\text{س} = 2\text{س}^2 - 3 \qquad \Leftarrow \text{س}^2 - 2\text{س} - 3 = 0 \qquad \Leftarrow \boxed{\text{س} = 3 \text{ ، } \text{س} = -1}$$

ج) اذا كانت $\text{س}^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ، $\text{ص} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ جد المصفوفة ع حيث $\text{س ع}^{-1} = \text{ص}$ ؟ (٦ علامات)

الحل : $\text{س ع}^{-1} = \text{ص}$ بالضرب بـ س^{-1} من جهة اليمين

$$\Leftarrow \text{س}^{-1} . \text{س} . \text{ع}^{-1} = \text{س}^{-1} . \text{ص}$$

$$\Leftarrow \text{ع}^{-1} = \text{س}^{-1} . \text{ص}$$

$$\Leftarrow \text{ع}^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

لايجاد المصفوفة ع $\Leftarrow \text{ع} = (\text{ع}^{-1})^{-1}$

$$|\text{ع}^{-1}| = 3 \times 0 - (1 \times -1) = 1$$

$$\Leftarrow \text{ع} = \frac{1}{|\text{ع}^{-1}|} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

القسم الثاني: يتكون من سؤالين وعلى المشترك ان يجيب عن احدهما فقط

السؤال الخامس: **١٠ علامات**

(٥ علامات)

أ) جد المصفوفة س من الرتبة الثانية حيث $|س| = \frac{1}{2}$ وتحقق المعادلة $س + س^{-1} = \begin{bmatrix} 2\frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ ؟

الحل : نفرض المصفوفة $س = \begin{bmatrix} أ & ب \\ جـ & د \end{bmatrix}$

$$\Leftarrow س^{-1} = \frac{1}{|س|}\begin{bmatrix} د & -ب \\ -جـ & أ \end{bmatrix} = 2\begin{bmatrix} د & -ب \\ -جـ & أ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2د & -2ب \\ -2جـ & 2أ \end{bmatrix}$$

معطى $س + س^{-1} = \begin{bmatrix} 2\frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

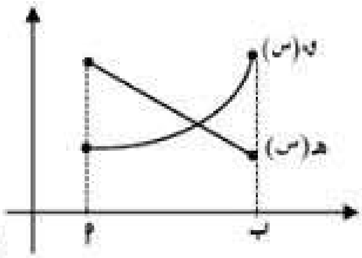
$$\Leftarrow \begin{bmatrix} أ & ب \\ جـ & د \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2د & -2ب \\ -2جـ & 2أ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$أ + 2د = 2\frac{1}{2}$ & $د + 2أ = 2$ $\Leftarrow$ $\boxed{أ = \frac{1}{2} ، د = 1}$

$جـ + 2جـ = 0 \Leftarrow \boxed{جـ = 0}$

$ب - 2ب = -1 \Leftarrow \boxed{ب = 1}$

ب) الشكل المجاور يبين منحنى الاقترانين ق(س) ، هـ(س) المعرفين على [أ ، ب] اثبت ان الاقتران (ق′ ∘ هـ)(س) متناقص في [أ ، ب] ؟



(٥ علامات)

الحل :

نفرض ان $ع(س) = (ق' \circ هـ)(س) \Leftarrow ع'(س) = ق''(هـ(س)) \times هـ'(س)$

من الشكل : ق(س) متزايد في [أ ، ب] $\Leftarrow$ ق′(س) > صفر $\forall$ س ∈]أ ، ب[

$\Leftarrow$ ق(س) مقعر للاعلى في [أ ، ب] $\Leftarrow$ ق″(س) > صفر $\forall$ س ∈]أ ، ب[——— ①

وايضاً هـ(س) متناقص في [أ ، ب] $\Leftarrow$ هـ′(س) < صفر $\forall$ س ∈]أ ، ب[——— ②

اذن من 1& 2 ق″(س) > صفر (موجب) & هـ′(س) < صفر

$\Leftarrow$ ع′(س) = موجب × سالب = مقدار سالب < صفر $\forall$ س ∈]أ ، ب[

$\Leftarrow$ ع(س) = (ق′ ∘ هـ)(س) متناقص في [أ ، ب]

السؤال السادس: **١٠ علامات**

أ) اذا كانت $\text{ع} = \text{ص}^{٢} + ٤\text{ص} - ٥$ ، $\text{ص} + \text{س}\text{ص} = ٦$ جد $\frac{\text{ءع}}{\text{ءس}}$ عندما $\text{ص} = ٢$ ؟ (٥ علامات)

الحل : $\frac{\text{ءع}}{\text{ءس}} = \frac{\text{ءع}}{\text{ءص}} \times \frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$

نجد اولاً $\frac{\text{ءع}}{\text{ءص}} = ٢\text{ص} + ٤ \Leftarrow \frac{\text{ءع}}{\text{ءص}}\Big|_{\text{ص}=٢} = ٢ \times ٢ + ٤ = ٨$

ثانياً لايجاد $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$ نشتق العلاقة $\text{ص} + \text{س}\text{ص} = ٦$ ضمنياً

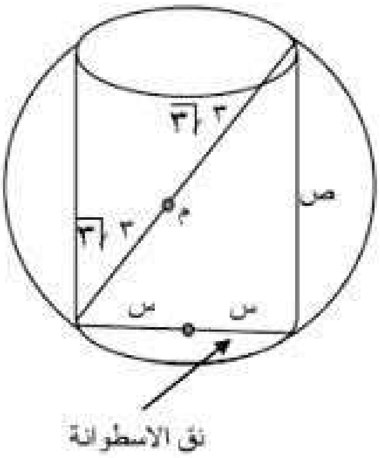
$\Leftarrow \frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} + \text{س}\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} + \text{ص} \times ١ = ٠ \Leftarrow (١ + \text{س})\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = -\text{ص}$ $\Leftarrow \frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \frac{-\text{ص}}{١ + \text{س}}$

عندما $\text{ص} = ٢ \Leftarrow ٢ + ٢\text{س} = ٦ \Leftarrow \text{س} = ٢$

$\Leftarrow \frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}\Big|_{\text{س}=٢،\text{ص}=٢} = \frac{-٢}{١ + ٢} = \frac{-٢}{٣}$

$\Leftarrow \frac{\text{ءع}}{\text{ءس}} = \frac{\text{ءع}}{\text{ءص}} \times \frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = ٨ \times \frac{-٢}{٣} = \frac{-١٦}{٣}$

ب) اوجد حجم أكبر اسطوانة دائرية قائمة يمكن رسمها داخل كرة نصف قطرها $٣\sqrt{٣}$ سم ؟ (٥ علامات)



حجم الاسطوانه = مساحة القاعدة × الارتفاع

$\text{ح} = \pi \text{نق}^{٢} \times \text{ص} = \pi \text{س}^{٢} \times \text{ص}$

ولكن حسب فيثاغورس

$(٦\sqrt{٣})^{٢} = (٢\text{س})^{٢} + \text{ص}^{٢}$

$\Leftarrow \text{س}^{٢} = \frac{١٠٨ - \text{ص}^{٢}}{٤}$

$\text{ع} = \pi\left(\frac{١٠٨ - \text{ص}^{٢}}{٤}\right) \times \text{ص}$

$= \frac{\pi}{٤}(١٠٨\text{ص} - \text{ص}^{٣})$

$\Leftarrow \text{ع}' = \frac{\pi}{٤}(١٠٨ - ٣\text{ص}^{٢})$

$\text{ع}' = ٠ \Leftarrow \frac{\pi}{٤}(١٠٨ - ٣\text{ص}^{٢}) = ٠$

$\Leftarrow \text{ص} = ٦$

$\text{ع}'' = \frac{\pi}{٤}(-٦\text{ص}) \Leftarrow \text{ع}''(٦) < \text{صفر}$

اذن عند ص = ٦ قيمة عظمى ويكون حجم الاسطوانه اكبر ما يمكن

$\text{س}^{٢} = \text{نق}^{٢} = \frac{١٠٨ - ٦^{٢}}{٤} = ١٨$

حجم الاسطوانة $= \pi \text{نق}^{٢}\text{ص} = \pi \times ١٨ \times ٦ = ١٠٨\pi$ سم^{٣}

—— **انتهت الاجابة** ——