# الوحدة الثالثة
# تطبيقات التفاضل
# ثاني ثانوي علمي
# حل اسئلة الكتاب

اعداد المعلمة : ميسون الحسين

٠٧٩٨٩ ٥٩٠٧١

منهاجي

Scanned by CamScanner

منهاجي

س١ )
قَ (س) = ٢س + ٦
قَ (١) = ٢ + ٦ = ٨

---

س ٢ )
ص = س + ٦
ق = ص ⟵ س$^{٣}$ = س + ٦ ⟵ س$^{٣}$ – س – ٦ = ٠

س = ٢ أحد الاصفار
ق (٢) = ٨ ⟵ (٢ ، ٨) نقطة التقاطع
قَ (س) = ٣س$^{٢}$
قَ (٢) = ١٢
معادلة المماس : ص – ٨ = ١٢ ( س – ٢ ) ⟵ ص – ٨ = ١٢س – ٢٤ ⟵ ص = ١٢س – ١٦

---

س٣ )
قَ (س) = ٢س – ٣ = ظا $\frac{٣\pi}{٤}$ = – ١

٢س – ٣ = – ١ ⟵ ٢س = ٢ ⟵ س = ١
ق (١) = ١ – ٣ + ٣ = ١ النقطة ( ١ ، ١ )

---

س٤ )
( ص – ٤ )$^{٢}$ = س + ٢
٢ ( ص – ٤ ) × صَ = ١ ⟵ صَ = $\frac{١}{٢ (ص – ٤)}$

المستقيم : ٣س + ٦ص + ٢ = ٠
٣ + ٦ صَ = ٠ ⟵ صَ = $\frac{-٦}{٣}$ ⟵ صَ = $\frac{-١}{٢}$

$\frac{١}{٢(ص – ٤)}$ = $\frac{-١}{٢}$ ⟵ – ص + ٤ = ١

– ص = – ٣ ، ص = ٣
بالتعويض :
( ٣ – ٤ )$^{٢}$ = س + ٢

١ = س + ٢ ⟵ س = – ١ النقطة ( – ١ ، ٣ )

Scanned by CamScanner

س٥ )

ق َ (س) = ٢س – ٤ ( ميل المماس )

المستقيم ٦ص – ٣س – ٥ = ٠

٦ ص َ – ٣ = ٠ ⟵ ص َ = $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$

ق َ × ص / = – ١

( ٢س – ٤ ) × $\frac{١}{٢}$ = – ١ ⟵ ٢س – ٤ = – ٢

٢س = ٢ ⟵ س = ١

ق (١) = ١ – ٤ + ٣ = ٠ ( ١ ، ٠ )

معادلة المماس :

ص = – ٢ ( س – ١ ) ⟵ ص = – ٢س + ٢

---

س٦ )

ق / (س) = $\frac{-٢}{س^{٢}}$

ق / (١) = – ٢

معادلة المماس : ص – ٢ = – ٢ ( س – ١ )

معادلة العمودي :

ص – ٢ = $\frac{١}{٢}$ ( س – ١ )

---

س٧ )

ق ( ٠ ) = ٠ + ٠ + ج = ٢ ⟵ ج = ٢

المستقيم ص – س – ٢ = ٠

ص / – ١ = ٠ ⟵ ص / = ١ ⟵ ق / ( ٠ ) = ١

ق / (س) = ٢ س + ب

ق / ( ٠ ) = ٠ + ب = ١ ⟵ ب = ١

---

س٨) المستقيم ٢س – ص + ج = ٠ ⟵ ٢ – ص / = ٠ ⟵ ص / = ٢ (ميل المستقيم)

ق / (س) = $\frac{٢}{س^{٢}}$ ( ميل المماس )

$\frac{٢}{س^{٢}}$ = ٢ ⟵ ٢ س ٢ = ٢ ⟵ س ٢ = ١ ⟵ س = ١ ، – ١

عند س = ١ ق(١) = – ٢ ( ١ ، – ٢ )

بالتعويض في المستقيم : ٢ × ١ + ٢ + ج = ٠ ⟵ ج = – ٤

عند س = – ١ ق(– ١) = ٢ ( – ١ ، ٢ )

بالتعويض في المستقيم : ٢ × – ١ – ٢ + ج = ٠ ⟵ ج = ٤

منهاجي

Scanned by CamScanner

س٩)
يقطع المنحنى محور الصادات عند س = ٠
٠ = ص$^{٢}$ − ٤ ص ⟵ ص ( ص − ٤ ) = ٠ ⟵ ص = ٠ ، ٤
النقط ( ٠ ، ٠ ) ، ( ٠ ، ٤ )
نشتق ١ = ٢ ص × ص/ − ٤ ص/
١ = ص/ ( ٢ص − ٤ ) ⟵ ص/ = $\frac{١}{٢ص - ٤}$

عند ( ٠ ، ٠ )　ص/ = $\frac{١}{٠ - ٤}$ = $\frac{-١}{٤}$

معادلة المماس : ص = $\frac{-١}{٤}$ س

عند ( ٠ ، ٤ )　ص/ = $\frac{١}{٤ - ٤ \times ٢}$ = $\frac{١}{٤}$

معادلة المماس : ص − ٤ = $\frac{١}{٤}$ س

---

س ١٠ )
ص$^{٢}$ + س$^{٢}$ + ٦ص − ٢س + ٢ = ٠
٢ص ص/ + ٢س + ٦ ص/ − ٢ = ٠　بالتعويض بالنقطة ( ٣ ، −١ )
٢ × −١ × ص/ + ٢ × ٣ + ٦ص/ − ٢ = ٠
٤ ص/ = − ٤ ⟵ ص/ = − ١ = ظا هـ ⟵ هـ = $\frac{٣\pi}{٤}$

---

س١١)
ق ( $\frac{\pi}{٤}$ ) = ٣ × ١ + ٢ = ٥　،　( $\frac{\pi}{٤}$ ، ٥ )

ق/(س) = − ٣ قتا$^{٢}$س + ٢ قاس × قاس ظاس

ق/( $\frac{\pi}{٤}$ ) = − ٣ × ٢ + ٢ × ٢ × ١ = − ٢

معادلة المماس : ص − ٥ = − ٢ ( س − $\frac{\pi}{٤}$ )

معادلة العمودي : ص − ٥ = $\frac{١}{٢}$ ( س − $\frac{\pi}{٤}$ ) .

---

منهاجي

Scanned by CamScanner

س١٢ )

$ق'(س) = \frac{1}{2\sqrt{س}}$ ، $هـ'(س) = ٢س - \frac{٣}{٢}$

$\frac{1}{2\sqrt{س}} = ٢س - \frac{٣}{٢}$　　لحل المعادلة نفرض $\sqrt{س} = ل$ ← $س = ل^٢$

$\frac{1}{2ل} = ٢ل^٢ - \frac{٣}{٢}$ ← $٤ل^٣ - ٣ل - ١ = ١$ ← $٤ل^٣ - ٣ل - ١ = ٠$

بالتجريب ل = ١ ← ل − ١ أحد العوامل ، باستخدام القسمة التركيبية أو خوارزمية القسمة

$٤ل^٣ - ٣ل - ١ = (ل - ١)(٤ل^٢ + ٤ل + ١)$

$= (ل - ١)(٢ل + ١)(٢ل + ١)$

ل = $-\frac{١}{٢}$ لا يجوز لأن $\sqrt{س} \neq -\frac{١}{٢}$

فقط ل = ١ ← $\sqrt{س} = ١$ ← $س = ١$

ق (١) = ١ ، (١ ، ١)

$ق'(١) = \frac{1}{2 \times ١} = \frac{١}{٢}$

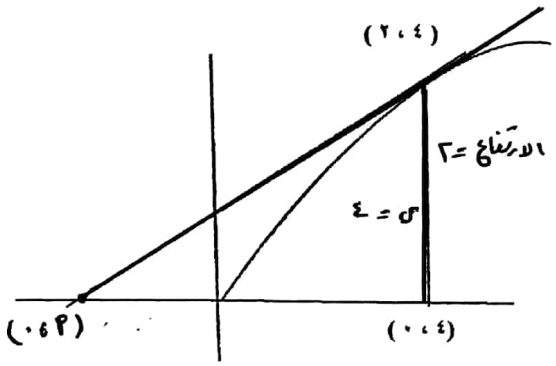
معادلة المماس : $ص - ١ = \frac{١}{٢}(س - ١)$

---

س١٣ )

لايجاد أ

$ق'(س) = \frac{1}{2\sqrt{س}}$




$ق'(٤) = \frac{١}{٤}$

ميل المماس = $\frac{٢ - ٠}{٤ - أ}$

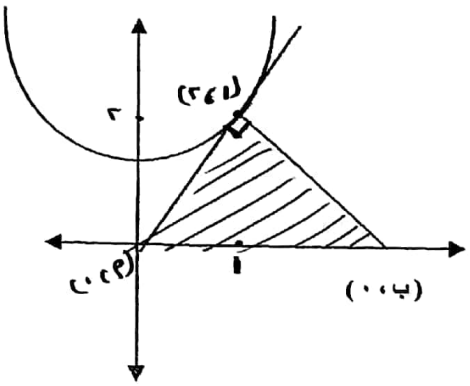
$\frac{٢}{٤ - أ} = \frac{١}{٤}$

٨ = ٤ − أ ← أ = − ٤

القاعدة = ٤ − (− ٤) = ٨ ← المساحة = $\frac{١}{٢} \times ٨ \times ٢ = ٨$

منهاجي

Scanned by CamScanner




س١٤ )

الارتفاع ع = ٢

ق/(س) = ٢ س

ميل المماس = ق/(١) = ٢

ميل المماس = $\frac{٢ - ٠}{١ - أ}$ = $\frac{٢}{١ - أ}$ = ٢

٢ - ٢ أ = ٢ ← ٠ = ٢ أ ← أ = ٠

ميل العمودي = $\frac{-١}{٢}$ ، ميل العمودي = $\frac{٢ - ٠}{١ - ب}$

$\frac{٢ - ٠}{١ - ب}$ = $\frac{-١}{٢}$ ، ٤ = - ١ + ب ← ب = ٥

القاعدة :

أ ب = ٥ - ٠ = ٥

المساحة = $\frac{١}{٢}$ × ٥ × ٢ = ٥

منهاجي

Scanned by CamScanner

س١ ف(ن) = ن³ − ٦ن² + ٩ن + ٣

ع = ف' = ٣ن² − ١٢ن + ٩

م) ع(٠) = ٠ − ٠ + ٩ = ٩ م/ث

ب) لحظة السكون ⇐ ع = ٠

٣ن² − ١٢ن + ٩ = صفر (÷٣)

ن² − ٤ن + ٣ = صفر

(ن − ٣)(ن − ١) = صفر

ن = ٣ ، ١

ت(ن) = ٦ن − ١٢

ت(٣) = ٦×٣ − ١٢

= ١٨ − ١٢ = ٦ م/ث²

ت(١) = ٦×١ − ١٢

= − ٦ م/ث².

---

س٢ ف(ن) = ٢ جا(ن/٢) + √٣ ن

ع(ن) = ف' = ٢ جتا(ن/٢) × ١/٢ + √٣ .

ع(ن) = جتا ن/٢ + √٣/٢

√٣ = جتا ن/٢ + √٣/٢

جتا ن/٢ = √٣ − √٣/٢

جتا ن/٢ = ٢√٣/٢ − √٣/٢ = √٣/٢

جتا ن/٢ = √٣/٢ ⇐ ن = π/٣

ت(ن) = جتا ن

ت(π/٣) = جتا π/٣ = ١/٢ .

تذكير: جا٢ن = ٢ جا ن جتا ن

جا ن = ٢ جا ن/٢ جتا ن/٢

---

س٣ ف(ن) = ١٩٫٦ ن − ٩٫٨ ن²

ع(ن) = ف'(ن) = ١٩٫٦ − ٩٫٨ ن

عند أقصى ارتفاع السرعة = صفر

١٩٫٦ − ٩٫٨ ن = صفر ⇐ ن = ١٩٫٦/٩٫٨

ن = ٢ ثانية

بعد ثانيتين وصل أقصى ارتفاع .

م) أقصى ارتفاع = ف(٢) =

= ١٩٫٦ (٢) − ٩٫٨ (٢)² =

= ٣٩٫٢ − ١٩٫٦ = ١٩٫٦

ب) ت(ن) = ع'(ن) = − ٩٫٨ .

ج) لحظة وصوله للأرض ف = صفر

١٩٫٦ ن − ٩٫٨ ن² = صفر

٩٫٨ ن (٤ − ن) = صفر

⇐ ن = صفر (مهمل) / ن = ٤

يعود الجسم إلى الأرض بعد ٤ ثواني .

المطلوب ع(٤)

ع(ن) = ١٩٫٦ − ٩٫٨ ن

ع(٤) = ١٩٫٦ − ٩٫٨×٤

= ١٩٫٦ − ٣٩٫٢

= − ١٩٫٦ م/ث .

منهاجي

Scanned by CamScanner

س٤ ف(ن) = ١٢٨ن - ١٦ن٢

ع(ن) = ف'(ن) = ١٢٨ - ٣٢ن

١٢٨ - ٣٢ن = صفر ⇐ ن = ٤

ع: (-∞ , ٤) سالب ، (٤ , ∞) موجب

أ) تكون السرعة سالبة في (٤ ، ∞)
ولكن الجسم يعود للأرض بعد ٨ ث
تكون ع < صفر في (٤ ، ٨] .

ب) أقصى ارتفاع
ف(٤) = ١٢٨ × ٤ - ١٦ × (٤)٢
= ٥١٢ - ٥٠٦
= ٥٠٦ قدم .

جـ) ت = ع' = -٣٢

د) السرعة الابتدائية = ع(٠)
= ١٢٨ - ٣٢ × ٠
= ١٢٨ قدم/ث .

---

س٥ ف(ن) = ٩٦ن - ١٦ن٢

٩٦ن - ١٦ن٢ = ٨٠

-١٦ن٢ + ٩٦ن - ٨٠ = صفر (÷ -١٦)

ن٢ - ٦ن + ٥ = صفر

(ن - ٥)(ن - ١) = صفر

ن = ٥ / ن = ١

ع(ن) = ٩٦ - ٣٢ن

ع(٥) = ٩٦ - ٣٢ × ٥ = -٦٤ قدم/ث

ع(١) = ٩٦ - ٣٢ × ١ = ٦٤ قدم/ث .

---

س٦ ف(ن) = ٩٦ن - ٥ن٢

ع = ٩٦ - ١٠ن = صفر (عند أقصى ارتفاع ع = ٠)

⇐ ٩٦ = ١٠ن

ف(ن) = ٩٦ن - ٥ن٢

ف(ن) = ١٠ن٢ - ٥ن٢ = ٥ن٢

٨٠ = ٥ن٢ ⇐ ن٢ = ١٦

⇐ ن = ٤ ثانية

م = ١٠ن ⇐ م = ١٠ × ٤ = ٤٠ .

---

س٧ ف(ن) = ٤٠ن - ٥ن٢

أ) ٤٠ن - ٥ن٢ = صفر ⇐ ٥ن(٨ - ن) = صفر
ن = صفر / ن = ٨ يعود الجسم إلى نقطة القذف بعد ٨ ث .

ب) ف عن الأرض = ٤٠ن - ٥ن٢ + ٦٠

عند وصوله الأرض ← ف = صفر

٤٠ن - ٥ن٢ + ٦٠ = صفر (÷ -٥)

ن٢ - ٨ن - ١٢ = صفر

المميز ب٢ - ٤أجـ = (-٨)٢ - ٤ × ١ × -١٢ = ١١٢

ن = (-ب ± √١١٢) / ٢أ = (٨ ± √١١٢) / ٢

نأخذ ن = (٨ + √١١٢) / ٢ .

جـ) ع = ف' = ٤٠ - ١٠ن = صفر ⇐ ن = ٤

ف(٤) = ٤٠ × ٤ - ٥(٤)٢ + ٦٠ = ١٤٠ م

د) ع = ٤٠ - ١٠ن = ٣٠

١٠ن = ١٠ ⇐ ن = ١

هـ) ف = ٤٠ن - ٥ن٢ + ٦٠ = ١٢٥

٤٠ن - ٥ن٢ - ٧٥ = ٠ (÷ -٥)

ن٢ - ٨ن + ١٥ = ٠ ⇐ (ن - ٥)(ن - ٣) = ٠

ن = ٥ / ن = ٣ .

Scanned by CamScanner

س١ زمن الجسم الثاني = ن ثيليون

زمن الجسم الأول = ن + $\frac{1}{2}$

ف$_1$ (ن + $\frac{1}{2}$) = ف$_2$ (ن)

١٦ (ن + $\frac{1}{2}$)$^2$ + ٥ ج$_0$ = ١٦ ن$^2$ + ٥ ج$_0$

١٦ (ن$^2$ + ن + $\frac{1}{4}$) = ١٦ ن$^2$ + ٥ ج$_0$

~~١٦ ن$^2$~~ + ١٦ ن + ٤ = ~~١٦ ن$^2$~~ + ٥ ج$_0$

٤ ن = ٤ ⇐ ن = ١

ف$_2$ (١) = ٥ ج$_0$ (١) + ١٦ (١) = ٣٦ قدم

س٩ ع = ٩ $\sqrt{ف}$ ، ف > ٠

ع$'$ = $\frac{٩ ف'}{٢\sqrt{ف}}$ لكن ع$'$ = ت ، ف$'$ = ع

ت = $\frac{٩ ع}{٢\sqrt{ف}}$ لكن ع = ٩$\sqrt{ف}$

ت = $\frac{٩ \times ٩}{٢\sqrt{ف}}$

ت = $\frac{٨١}{٢\sqrt{ف}}$

٨ = $\frac{م^2}{2}$ ⇐ م$^2$ = ١٦ ⇐ م = ٤

س١٠ ع = ١ - ٢ ف$^2$

عندما ع = صفر نجد ف

صفر = ١ - ٢ ف$^2$ ⇐ ف$^2$ = $\frac{1}{2}$

$$ف = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

ع$'$ = ١ - ٢ ف$^2$ نشتق ضمنياً

٢ ع × ع$'$ = -٤ ف × ف$'$

٢ ع ت = -٤ ف ع ⇐

٢ ع ت + ٤ ف ع = صفر

٢ ع (ت + ٢ ف) = صفر

ت + ٢ ف = صفر ⇐

ت = -٢ ف ، ف = $\frac{1}{\sqrt{2}}$

ت = -٢ × $\frac{1}{\sqrt{2}}$

= $\frac{-2}{\sqrt{2}}$ = -$\sqrt{2}$ م/ث

منهاجي

Scanned by CamScanner

١) حجم المكعب = (الضلع)$^{٣}$

$ح = س^{٣}$

$\frac{دح}{دن} = ٣س^{٢} \frac{دس}{دن}$

$\frac{دح}{دن} = ٣(١٠)^{٢} \times -٠.٠٠١$

$= -٠.٣$ سم$^{٣}$/ث

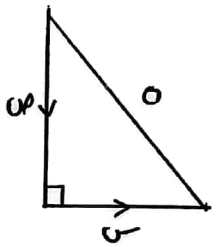
المساحة الكلية = ٦ × مساحة المربع

$م = ٦س^{٢}$

$\frac{دم}{دن} = ١٢س \frac{دس}{دن}$

$= ١٢ \times ١٠ \times -٠.٠٠١$

$= -٠.١٢$ سم$^{٢}$/ث




$ص = \frac{دص}{دن} = -\frac{١}{٢}$

المطلوب $\frac{دص}{دن}$ عندما س = ٣

$س^{٢} + ص^{٢} = ٢٥$

$٢س \frac{دس}{دن} + ٢ص \frac{دص}{دن} = صفر$

عندما س = ٣ نجد ص

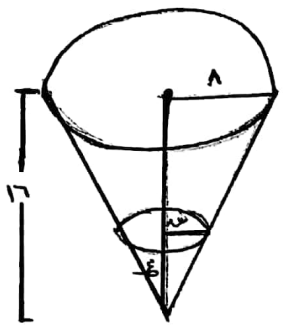
$٢٥ = ٩ + ص^{٢} \leftarrow ص^{٢} = ١٦ \leftarrow ص = ٤$

$٢ \times ٣ \times -\frac{١}{٢} + ٢ \times ٤ \frac{دص}{دن} = صفر$

$-٣ + ٨ \frac{دص}{دن} = صفر$

$\frac{دص}{دن} = \frac{٣}{٨}$ م/ث

٣) $\frac{دح}{دن} = ١٢$ سم$^{٣}$/ث




$ح = \frac{١}{٣} \pi نق^{٢} ع$

$= \frac{١}{٣} \pi \times \frac{١}{٤} ع^{٢} \times ع$

$ح = \frac{\pi}{١٢} ع^{٣}$

$\frac{دح}{دن} = \frac{\pi}{١٢} \times ٣ع^{٢} \frac{دع}{دن}$

$١٢ = \frac{\pi}{١٢} \times ٣ \times ٨^{٢} \times \frac{دع}{دن}$

$١٢ = ١٦ \pi \frac{دع}{دن}$

$\frac{دع}{دن} = \frac{١٢}{١٦ \pi} = \frac{٣}{٤\pi}$ سم/ث

$\frac{نق}{ع} = \frac{٨}{١٦}$

$نق = \frac{١}{٢} ع$

$نق^{٢} = \frac{١}{٤} ع^{٢}$

مساحة سطح السائل = $\pi نق^{٢}$

$م = \pi نق^{٢}$

$م = \pi \times \frac{١}{٤} ع^{٢}$

$\frac{دم}{دن} = \frac{\pi}{٤} \times ٢ع \frac{دع}{دن}$

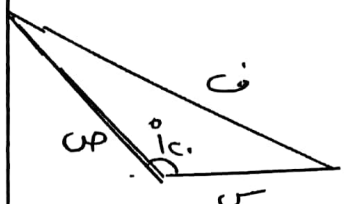
$\frac{دم}{دن} = \frac{٣}{٤\pi} \times ٨ \times \frac{\pi}{٢}$

$\frac{دم}{دن} = ٣$ سم$^{٢}$/ث

منهاجي

Scanned by CamScanner

س٤




$\frac{دس}{دن} = ٣٠$ كم/ساعة

$\frac{دص}{دن} = ٤٠$ كم/ساعة

$س = ٦$ ، $ص = ٨$

$ف^{٢} = س^{٢} + ص^{٢} - ٢ س ص$ جتا $١٢٠°$

$ف^{٢} = س^{٢} + ص^{٢} - ٢ س ص \times -\frac{١}{٢}$

$ف^{٢} = س^{٢} + ص^{٢} + س ص$

$٢ ف \frac{دف}{دن} = ٢ س \frac{دس}{دن} + ٢ ص \frac{دص}{دن} + س \frac{دص}{دن} + ص \frac{دس}{دن}$

نجد ف

$ف^{٢} = ٦^{٢} + ٨^{٢} + ٦ \times ٨ = ١٤٨$

$ف = \sqrt{١٤٨}$

$٢ \sqrt{١٤٨} \frac{دف}{دن} = ٢ \times ٦ \times ٣٠ + ٢ \times ٨ \times ٤٠ + ٦ \times ٤٠ + ٨ \times ٣٠$

$= ٣٦٠ + ٦٤٠ + ٢٤٠ + ٢٤٠$

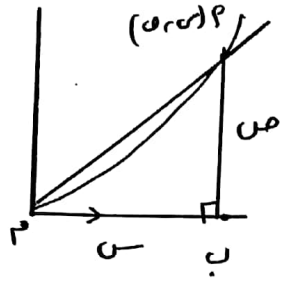
$= ١٤٨٠$

$٢ \sqrt{١٤٨} \frac{دف}{دن} = ١٤٨٠$

$\frac{دف}{دن} = \frac{١٤٨٠}{٢ \sqrt{١٤٨}}$

$\frac{دف}{دن} = \frac{٧٤٠}{\sqrt{١٤٨}}$ كم / ساعة .

س٥




$\frac{دص}{دن} = ٣٢$ سم/ث

بعد ثانية واحدة

$س =$ السرعة $\times$ الزمن

$س = ٢ \times ١ = ٢$

أ) $م = \frac{١}{٢} س \times ص$

$= \frac{١}{٢} س \times س^{٣}$

$م = \frac{١}{٢} س^{٤}$ .

$\frac{دم}{دن} = \frac{١}{٢} \times ٤ س^{٣} \frac{دس}{دن}$ .

$= \frac{١}{٢} \times ٤ \times ٢^{٣} \times ٢ = ٣٢$ سم$^{٢}$/ث .

ب) طول الوتر $= ل = \sqrt{س^{٢} + ص^{٢}}$

$ل = \sqrt{س^{٢} + س^{٦}}$

$\frac{دل}{دن} = \frac{(٢ س + ٦ س^{٥}) \times \frac{دس}{دن}}{٢ \sqrt{س^{٢} + س^{٦}}}$ .

$= \frac{(٢ \times ٢ + ٦ \times ٢^{٥}) \times ٢}{٢ \sqrt{٤ + ٦٤}}$

$= \frac{٤ + ٦ \times ٣٢}{\sqrt{٦٨}}$

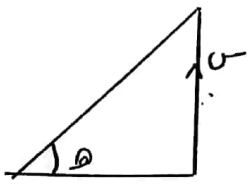
$= \frac{٤ + ١٩٢}{\sqrt{٦٨}}$

$= \frac{١٩٦}{\sqrt{٦٨}}$ سم/ث .

Scanned by CamScanner

٦) $\frac{دس}{دن} = ١٠٠$ م/ث

$س = ٤٠٠$




$ظا هـ = \frac{س}{٣٠٠}$

$قا^٢ هـ \frac{دهـ}{دن} = \frac{١}{٣٠٠} \times \frac{دس}{دن}$

نجد قا هـ:

$ظا هـ = \frac{س}{٣٠٠} = \frac{٤٠٠}{٣٠٠} = ٢$

$قا^٢ هـ = ١ + ظا^٢ هـ = ١ + ٤ = ٥$

$٥ \times \frac{دهـ}{دن} = \frac{١}{٣٠٠} \times ١٠٠$

$\frac{دهـ}{دن} = \frac{١}{٥} \times \frac{١}{٥} = \frac{١}{١٥}$ .

٧) $\frac{دل}{دن} = ٣٠$ سم/ث

$هـ = \frac{\pi}{٣}$

$ف^٢ = ٥^٢ + ٥^٢ - ٢ \times ٥ \times ٥ \times$ جتا هـ

$ف^٢ = ٥٠ - ٥٠$ جتا هـ

$ف = \sqrt{٥٠ - ٥٠ \text{ جتا هـ}}$

$\frac{دف}{دن} = \frac{٥٠ \text{ جا هـ } \frac{دهـ}{دن}}{٢\sqrt{٥٠ - ٥٠ \text{ جتا هـ}}}$

لإيجاد $\frac{دهـ}{دن}$ :

$ل = ٥ \times هـ$ ← $\frac{دل}{دن} = ٥ \times \frac{دهـ}{دن}$

$١٠ = ٥ \times \frac{دهـ}{دن}$ ← $\frac{دهـ}{دن} = ٢$

نعوض في المعادلة

$\frac{دف}{دن} = \frac{٥٠ \text{ جا هـ } \frac{دهـ}{دن}}{٢\sqrt{٥٠ - ٥٠ \text{ جتا هـ}}}$

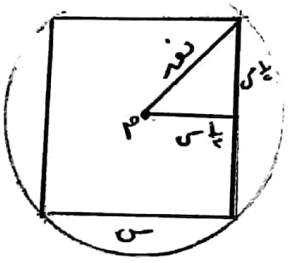
$= \frac{٥٠ \times ٢ \times \frac{\sqrt{٣}}{٢}}{٢\sqrt{٥٠ - ٥٠ \times \frac{١}{٢}}}$

$= \frac{٥٠\sqrt{٣}}{٢\sqrt{٢٥}} = \frac{٥٠\sqrt{٣}}{١٠}$

$= ٥\sqrt{٣}$ سم/ث .

٨) $\frac{دك}{دن} = ٤$ سم/ث

$س = ١٠$




المساحة المصورة = مساحة الدائرة − مساحة المربع

$م = \pi$ نق$^٢ - س^٢$

لأن نق$^٢ = (\frac{١}{٢}س)^٢ + (\frac{١}{٢}ك)^٢$

نق$^٢ = \frac{١}{٤}س^٢ + \frac{١}{٤}ك^٢ = \frac{١}{٤}س^٢$ .

$م = \pi \times \frac{١}{٤} س^٢ - س^٢$

$\frac{دم}{دن} = \frac{\pi}{٤} \times ٤ك \frac{دك}{دن} - ٢س \frac{دس}{دن}$ .

$= \pi \times ١٠ \times ٤ - ٤ \times ١٠ \times ٢$

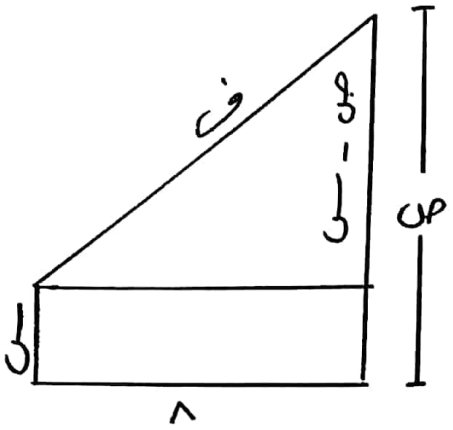
$= ٤٠\pi - ٨٠$

منهاجي

Scanned by CamScanner

س٩ $\frac{دص}{دن} = ٢م/ث$

$\frac{دس}{دن} = ١م/ث$




$ف^{٢} = ٨^{٢} + (ص-س)^{٢}$

$ف = \sqrt{٦٤ + (ص-س)^{٢}}$

$\frac{دف}{دن} = \frac{(\frac{دص}{دن} - \frac{دس}{دن})(ص-س)}{\sqrt{٦٤ + (ص-س)^{٢}}}$

$\frac{دف}{دن} = \frac{(٨-٣)(٢-١)}{\sqrt{٦٤ + (٨-٣)^{٢}}}$

$\frac{دف}{دن} = \frac{١ \times ٦}{\sqrt{٦٤ + ٣٦}}$

$= \frac{٦}{\sqrt{١٠٠}}$

$= \frac{٦}{١٠}$

$= ٠٫٦$

س بعد ثانيتين $= ١ \times ٢ = ٢$

ص بعد ٤ ثوان $= ٤ \times ٢ = ٨$

منهاجي

Scanned by CamScanner

س١

أ) $ه(س) = س^4 - 4س + 1$ ، $[-2, 2]$

$ه'(س) = 4س^3 - 4 = 0 \Leftarrow س^3 = 1$

$\Leftarrow س = 1$

النقاط الحرجة:

$(1، -2)$ ، $(-2، 25)$ ، $(2، 9)$

ب) $ه(س) = جاس + جتاس$ ، $[0، 2\pi]$

$ه'(س) = جتاس - جاس = صفر \Leftarrow$

$جاس = جتاس \Leftarrow س = \frac{\pi}{4}$ ، $\frac{5\pi}{4}$

$ه'$ غير موجودة عندما $س = 0$ ، $2\pi$

النقاط الحرجة: $(0، 1)$ ، $(\frac{\pi}{4}، \frac{\sqrt{2}}{2})$

$(\frac{5\pi}{4}، -\frac{\sqrt{2}}{2})$ ، $(2\pi، 1)$

جـ) $ه(س) = س^3 |س - 1|$ ، $[-3، 2]$

$س - 1 = 0 \Leftarrow س = 1$

| | $-3$ | | $1$ | | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $س - 1$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |

$$ه(س) = \begin{cases} س^3(س-1) & ، 1 \leq س \leq 2 \\ س^3(1-س) & ، -3 \leq س < 1 \end{cases}$$

$$ه'(س) = \begin{cases} 4س^3 - 3س^2 & ، 1 < س < 2 \\ 3س^2 - 4س^3 & ، -3 < س < 1 \end{cases}$$

$ه'(س) = 0 \Leftarrow س = 0$ ، $\frac{3}{4}$

$ه'$ غير موجودة $\Leftarrow س = 2$ ، $1$ ، $-3$

النقاط الحرجة: $(0، 0)$ ، $(\frac{3}{4}، \frac{27}{256})$

$(-3، 243)$ ، $(1، 0)$ ، $(2، 16)$

د) $ه(س) = |جاس|$ ، $س \in [0، \pi]$

$ه(س) = جاس$

$ه'(س) = \frac{جتاس}{|جاس|}$

$ه' = 0 \longrightarrow جتاس = 0 \longrightarrow س = \frac{\pi}{2}$

$جاس = 0 \longrightarrow س = 0$ ، $\pi$ (أطراف)

$ه'$ غير موجودة $\longrightarrow س = \frac{\pi}{2}$ ، $0$ ، $\pi$

النقاط الحرجة:

$(0، 1)$ ، $(\pi، 1)$ ، $(\frac{\pi}{2}، 0)$

هـ) $ه(س) = \begin{cases} س^2 + 1 & ، -2 \leq س \leq 1 \\ 2س & ، 1 \leq س \leq 2 \end{cases}$

$ه'(س) = \begin{cases} 2س & ، -2 < س < 1 \\ 2 & ، 1 < س < 2 \end{cases}$

$ه$ متصل عند $س = 1$

$ه'(1)^+ = 2$ ، $ه'(1)^- = 2$

$ه' = 0 \longrightarrow 2س = 0 \longrightarrow س = 0$

$ه'$ غير موجودة $\longrightarrow س = -2$ ، $2$ الأطراف

النقاط الحرجة:

$(0، 1)$ ، $(-2، 5)$ ، $(2، 9)$

منهاجي

Scanned by CamScanner

ك د(س) = س$^{3}$ + أ س$^{2}$ + ب س

د'(س) = ٣ س$^{2}$ + ٢أ س + ب

د'(-١) = ٣ - ٢أ + ب = صفر

-٢أ + ب = -٣ --- ①

د'(٣) = ٢٧ + ٦أ + ب = صفر

٦أ + ب = -٢٧ --- ②

بطرح : -٨أ = ٢٤ ⇐ أ = -٣

بالتعويض : ٦ + ب = -٣ ⇐ ب = -٩.

---

س$^{3}$ د' = ٠ ← س = -٢ ، صفر

د' غير موجودة ← س = -٣ ، ٣

النقاط الحرجة :

(-٢ ، د(-٢)) ، (٠ ، د(٠)) ، (١ ، د(١))

(٣ ، د(٣)) ، (-٣ ، د(-٣))

---

ك د(س) = $\frac{س^{3} - ١}{س^{3} + ١}$

د معرف على ح - {-١} .

د'(س) = $\frac{(س^{3}+١) \times ٣س^{2} - (س^{3}-١) \times ٣س^{2}}{(س^{3}+١)^{2}}$

= $\frac{٣س^{5} + ٣س^{2} - ٣س^{5} + ٣س^{2}}{(س^{3}+١)^{2}}$

= $\frac{٦س^{2}}{(س^{3}+١)^{2}}$ .

د' = ٠ ⇐ ٦س$^{2}$ = صفر ⇐ س = صفر

د' غير موجودة ⇐ س$^{3}$ + ١ = صفر

⇐ س$^{3}$ = -١ ⇐ س = -١

لكل س = -١ غير موجودة في المجال

∴ النقطة الحرجة (٠ ، -١)

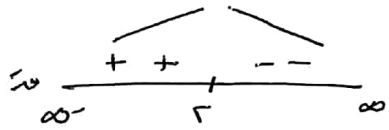
منهاجي

Scanned by CamScanner

السؤال

أ) $d(س) = ٤س - س^٢$ ، $س \in ح$

$d'(س) = ٤ - ٢س = ٠ \Leftarrow س = ٢$

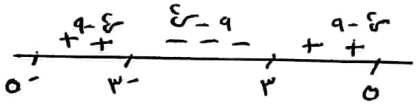



$d$ متزايد في $(-\infty, ٢]$

$d$ متناقص في $[٢, \infty)$ .

ب) $d(س) = |س^٣ - ١٩|$ ، $س \in [-٥, ٥]$

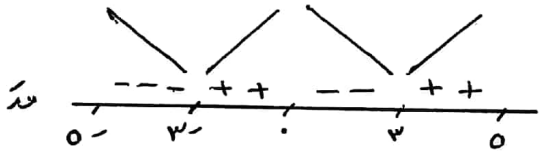
$س^٣ - ٩ = ٠ \Leftarrow س = \pm ٣$




$$d'(س) = \begin{cases} ٣س^٢ & ، -٥ < س < -٣ \\ -٣س^٢ & ، -٣ < س < ٣ \\ ٣س^٢ & ، ٣ < س < ٥ \end{cases}$$

$d'(س) = ٠ \Leftarrow س = ٠$

$d'(س)$ غير موجودة $\Leftarrow س = -٥ ، -٣ ، ٣ ، ٥$




$d$ متزايد في $[-٣, ٠]$ ، $[٣, ٥]$

$d$ متناقص في $[-٥, -٣]$ ، $[٠, ٣]$ .

منهاجي

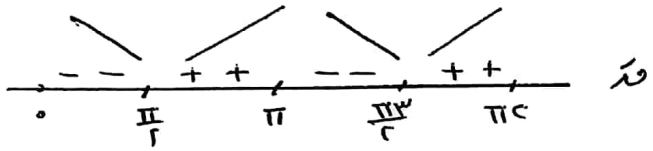
ج) $d(س) = جتا^٢ س$ ، $س \in [٠, ٢\pi]$

$d'(س) = ٢ جتا س (-جا س)$

$d'(س) = ٠ \Leftarrow$ جتا س = ٠ أو جا س = ٠

$س = \frac{\pi}{٢}, \frac{٣\pi}{٢}$ أو $س = ٠, \pi$

$d'$ غير موجودة $\Leftarrow س = ٠ ، ٢\pi$ .



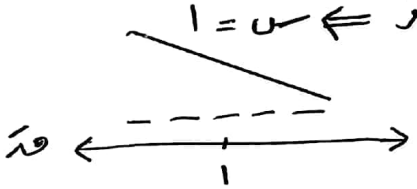

$d$ متناقص في $[٠, \frac{\pi}{٢}]$ و $[\pi, \frac{٣\pi}{٢}]$

$d$ متزايد في $[\frac{\pi}{٢}, \pi]$ و $[\frac{٣\pi}{٢}, ٢\pi]$

د) $d(س) = (١ - س)^٣$ ، $س \in ح$ .

$d'(س) = ٣(١ - س)^٢ \times -١ = -٣(١ - س)^٢$

$-٣(١ - س)^٢ = ٠ \Leftarrow س = ١$

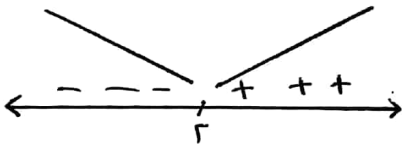



$d$ متناقص على $ح$

هـ) $d(س) = (٢ - س)^٤$ ، $س \in ح$

$d'(س) = ٤(٢ - س)^٣ \times -١$

$= -٤(٢ - س)^٣ = ٠ \Leftarrow س = ٢$




$d$ متناقص في $(-\infty, ٢]$

متزايد في $[٢, \infty)$ .

Scanned by CamScanner

تابع س٨

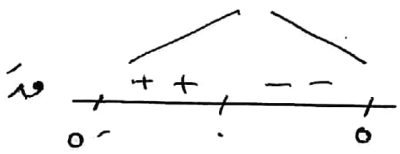
و) $هـ(س) = \sqrt{25 - س^2}$ ، $س \in [-5, 5]$

$هـ(س)$ معرفة على $[-5, 5]$ ومتصل

$هـ'(س) = \frac{-2س}{2\sqrt{25-س^2}}$

$هـ' = صفر \Leftarrow س = صفر$

$هـ'$ غير موجودة $\Leftarrow س = 5, -5$




$هـ$ متزايد في $[-5, 0]$ .

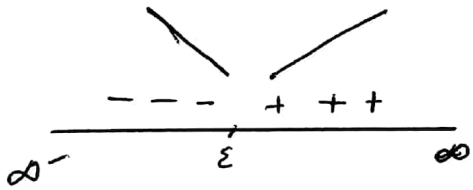
$هـ$ متناقص في $[0, 5]$ .

ز) $هـ(س) = (س - 4)^{\frac{4}{3}}$ ، $س \in ح$

$هـ'(س) = \frac{4}{3}(س-4)^{\frac{1}{3}} = \frac{2}{2\sqrt[3]{(س-4)^2}}$

$هـ' = 0 \leftarrow$ لا يوجد .

$هـ'$ غير موجود $\leftarrow س = 4$




$هـ$ متناقص في $(-\infty, 4]$

$هـ$ متزايد في $[4, \infty)$

ع) $هـ(س) = جتاس - \frac{1}{2}جتا2س$ ، $س \in [0, 2\pi]$

$هـ'(س) = -جاس - \frac{1}{2} \times -جا2س \times 2$

$= -جاس + جا2س$

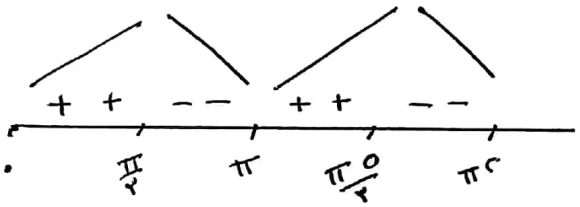
$= -جاس + 2جاسجتاس = صفر$

$جاس(-1 + 2جتاس) = صفر$

$جاس = صفر \Leftarrow س = \pi$

$-1 + 2جتاس = صفر \Leftarrow جتاس = \frac{1}{2}$

$س = \frac{\pi}{3}$ ، $\frac{5\pi}{3}$ .




$هـ$ متزايد في $[0, \frac{\pi}{3}]$ و في $[\pi, \frac{5\pi}{3}]$

$هـ$ متناقص في $[\frac{\pi}{3}, \pi]$ و في $[\frac{5\pi}{3}, 2\pi]$

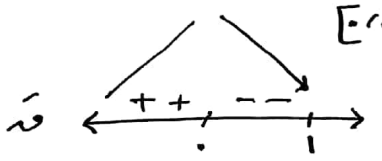
ط) $هـ$ متصل عند $س = 1$

$هـ'(س) = \begin{cases} -2س & ، س \leq 1 \\ \frac{-2}{س^2} & ، س > 1 \end{cases}$

$هـ$ قابل للاشتقاق عند $س = 1$

$هـ' = 0 \Leftarrow -2س = 0 \Leftarrow س = 0$

$هـ$ متزايد في $(-\infty, 0]$




$هـ$ متناقص في $[0, \infty)$ .

منهاجي

Scanned by CamScanner

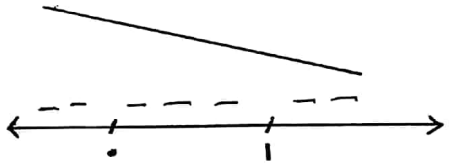
س١ ي) $هـ(س) = \begin{cases} ٤ - س^٣ ، & س < ١ \\ \frac{٣}{س} ، & س \geq ١ \end{cases}$

هـ متصل عند س = ١

$هـ'(س) = \begin{cases} -٣س^٢ ، & س < ١ \\ \frac{-٣}{س^٢} ، & س > ١ \end{cases}$

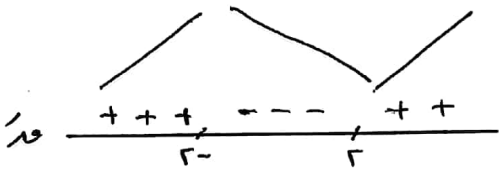
هـ قابل للاشتقاق عند س = ١

هـ' = ٠ ← $-٣س^٢ = ٠$ ← س = ٠




هـ متناقص على ح .

س٢




هـ متزايد في $(-\infty, -٢]$ وفي $[٢, \infty)$

هـ متناقص في $[-٢, ٢]$

س٣ $ه(س) = هـ(س) + س^٣$

$ه'(س) = هـ'(س) + ٣س^٢$ .

$هـ'(س) > صفر$ في $(أ، ب)$ (معطى)

$٣س^٢ > صفر$ في $(أ، ب)$

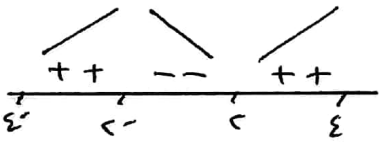
فيكون هـ(س) متزايد في $[أ، ب]$ .

منهاجي

Scanned by CamScanner

ب) $هـ(س) = س^3 - 12س$ ، $س \in [-3, 4]$

$هـ'(س) = 3س^2 - 12 = 0 \Leftarrow س = \pm 2$




$هـ(-2) = 16$ عظمى محلية ومطلقة

$هـ(4) = 16$ عظمى مطلقة

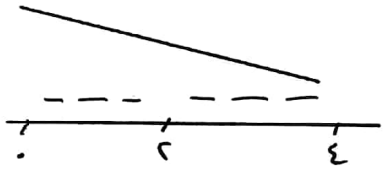
$هـ(2) = -16$ صغرى محلية ومطلقة

$هـ(-3) = -16$ صغرى مطلقة.

---

جـ) $هـ(س) = (2-س)^3$ ، $س \in [0, 4]$

$هـ'(س) = 3(2-س)^2 \times -1 = 0 \Leftarrow س = 2$




$هـ(0) = 8$ عظمى مطلقة.

$هـ(4) = -8$ صغرى مطلقة

منهاجي

---

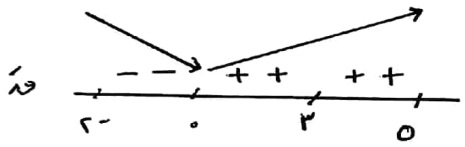
د) $هـ(س) = \begin{cases} س^3 + 1 & ، -2 \le س \le 2 \\ 3س + 1 & ، 2 \le س \le 5 \end{cases}$

$هـ'(س) = \begin{cases} 3س^2 & ، -2 < س < 2 \\ 3 & ، 2 < س < 5 \end{cases}$

$هـ$ متصل عند $س = 2$ وغير قابل للاشتقاق عند $س = 2$

$هـ' = 0 \longleftarrow 3س^2 = 0 \longleftarrow س = 0$

$هـ'$ غير موجودة $\longleftarrow$ عند $س = 2$ ، $-2$ ، $5$.




$هـ(0) = 1$ صغرى محلية ومطلقة.

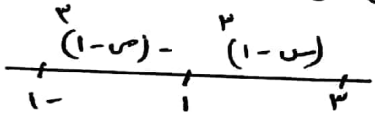
$هـ(5) = 16$ عظمى مطلقة

$هـ(-2) = 5$

---

هـ) $هـ(س) = |(س-1)^3|$ ، $س \in [-1, 3]$

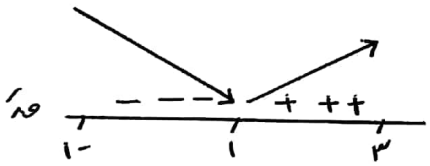
$(س-1)^3 = 0 \longleftarrow س = 1$




$هـ'(س) = \begin{cases} -3(س-1)^2 & ، -1 < س < 1 \\ 3(س-1)^2 & ، 1 < س < 3 \end{cases}$

$هـ$ = صفر $\longleftarrow س = 1$

$هـ$ غير موجودة $\longleftarrow س = -1$ ، $3$




$هـ(1) =$ صفر صغرى محلية ومطلقة

$هـ(-1) = 8$ عظمى مطلقة

$هـ(3) = 8$ عظمى مطلقة.

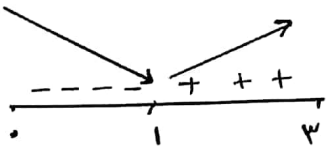
Scanned by CamScanner

تابع س١

و) $\text{مـ}(س) = \frac{1}{4}س^4 - \frac{1}{3}س^3$ ، $س \in [0, 3]$

$\text{مـ}'(س) = س^3 - س^2 = 0 \Leftarrow$

$س^2(س-1) = 0 \Leftarrow س = 0$ ، ١




$\text{مـ}'$

$\text{مـ}(1) = \frac{1}{4} - \frac{1}{3} = -\frac{1}{12}$ صغرى محلية ومطلقة

$\text{مـ}(0) =$ صفر

$\text{مـ}(3) = 11\frac{1}{4}$ عظمى مطلقة

---

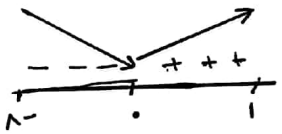
ز) $\text{مـ}(س) = \sqrt[3]{س^2}$ ، $س \in [-8, 1]$

$\text{مـ}(س) = س^{\frac{2}{3}}$

$\text{مـ}'(س) = \frac{2}{3}س^{-\frac{1}{3}} = \frac{2}{3\sqrt[3]{س}}$

$\text{مـ}'$ = صفر لا يوجد أصفار

$\text{مـ}'$ غير موجودة $\Leftarrow س = -8$ ، ١




$\text{مـ}'$

$\text{مـ}(0) = 0$ صغرى محلية ومطلقة

$\text{مـ}(-8) = 4$ عظمى مطلقة

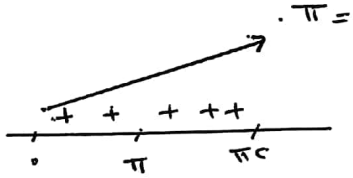
$\text{مـ}(1) = 1$

---

ح) $\text{مـ}(س) = س + \text{جا}س$ ، $س \in [0, 2\pi]$

$\text{مـ}'(س) = 1 + \text{جتا}س = 0 \Leftarrow \text{جتا}س = -1$

$\Leftarrow س = \pi$




$\text{مـ}'$

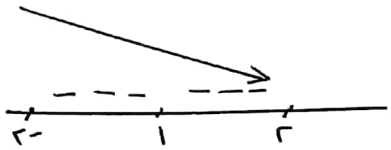
$\text{مـ}(0) =$ صفر صغرى مطلقة

$\text{مـ}(2\pi) = 2\pi$ عظمى مطلقة

---

ط) $\text{مـ}(س) = (1-س)^3$ ، $س \in [-2, 2]$

$\text{مـ}'(س) = 3(1-س)^2 \times -1 = 0 \Leftarrow س = 1$



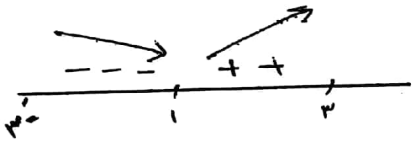

$\text{مـ}(-2) = 27$ عظمى مطلقة

$\text{مـ}(2) = -1$ صغرى مطلقة .

---

ي) $\text{مـ}(س) = (1-س)^4$ ، $س \in [-3, 3]$

$\text{مـ}'(س) = 4(1-س)^3 \times -1 = 0 \Leftarrow س = 1$




$\text{مـ}'$

$\text{مـ}(1) =$ صفر صغرى محلية ومطلقة .

$\text{مـ}(-3) = 256$ عظمى مطلقة

$\text{مـ}(3) = 16$ .

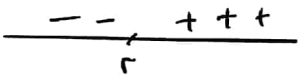
---

س٣ $\text{مـ}$ له قيمة عظمى محلية عند $س = 2$

فتكون اشارة $\text{مـ}'$




وتكون اشارة $-\text{مـ}'$

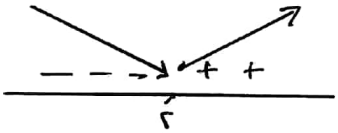



$هـ(س) = (1 - \text{مـ}(س))^3$

$هـ'(س) = 3(1 - \text{مـ}(س))^2 \times -\text{مـ}'(س)$

اشارة $(1 - \text{مـ}(س))^2 \geq$ صفر دائماً

لذلك اشارة $هـ'(س)$ هي




اذن صغرى محلية للاقتران $هـ(س)$ عند $س = 2$

هي $هـ(2) = (1 - \text{مـ}(2))^3 = (1-3)^3 = -8$

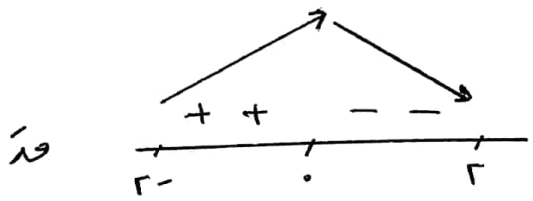
تكون النقطة $(2, -8)$ نقطة فيها صغرى محلية .

منهاجي

Scanned by CamScanner

س٣

أ) قيم س الحرجة {-٢، ٠، ٢}




ب) هـ متزايد في [-٢، ٠]

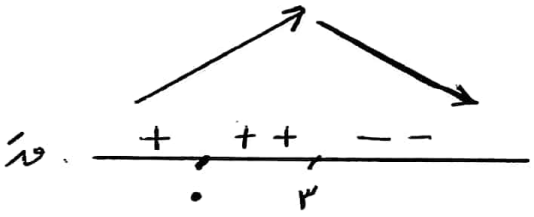
هـ متناقص في [٠، ٢] .

ج) قيمة عظمى محلية عند س = صفر .

---

س٤

أ) النقط الحرجة (٠، هـ(٠)) ، (٣، هـ(٣))




ب) هـ متزايد في [-٥٫٣، ٣]

هـ متناقص في [٣، ٥٫٣]

ج) عظمى محلية عند س = ٣ .

منهاجي

Scanned by CamScanner

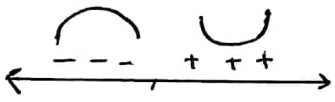
أ) $ق(س) = س + \frac{٤}{س}$

$ق$ غير متصل عند $س = صفر$

$ق'(س) = ١ - \frac{٤}{س^٢}$

$ق''(س) = \frac{٤ \times ٢س}{س^٤} = \frac{٨}{س^٣}$

$ق'$ غير موجودة عند $س = صفر$




$ق$ متقعر للأسفل في $(-\infty، ٠)$

$ق$ متقعر للأعلى في $(٠، \infty)$

ب) $ق(س) = \sqrt{١٦ - س^٤}$ $\quad س \in [-٤، ٤]$

$ق(س) = (١٦ - س^٤)^{\frac{١}{٢}}$

$ق'(س) = \frac{١}{٢}(١٦ - س^٤)^{-\frac{١}{٢}} \times -٤س^٣$

$= -س(١٦ - س^٤)^{-\frac{١}{٢}}$

$ق''(س) = -س \times -\frac{١}{٢}(١٦ - س^٤)^{-\frac{٣}{٢}} \times -٤س^٣ + (١٦ - س^٤)^{-\frac{١}{٢}} \times -١$

$= \frac{-س^٤}{(١٦ - س^٤)^{\frac{٣}{٢}}} - \frac{١}{(١٦ - س^٤)^{\frac{١}{٢}}}$

$= \frac{-س^٤ - (١٦ - س^٤)}{(١٦ - س^٤)^{\frac{٣}{٢}}} = \frac{-١٦}{(١٦ - س^٤)^{\frac{٣}{٢}}} < صفر$

لجميع قيم $س \in (-٤، ٤)$

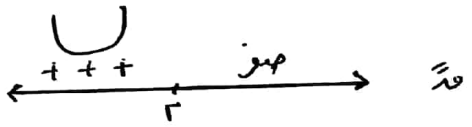
$ق$ متقعر للأسفل في $[-٤، ٤]$.

جـ) $ق(س) = \begin{cases} س^٢ - ١ & ، س > ٢ \\ ٥ - س & ، س \leq ٢ \end{cases}$

$ق'(س) = \begin{cases} ٢س & ، س > ٢ \\ -١ & ، س < ٢ \end{cases}$

$ق''(س) = \begin{cases} ٢ & ، س > ٢ \\ ٠ & ، س < ٢ \end{cases}$

$ق$ متصل عند $س = ٢$ وغير قابل للاشتقاق عند $س = ٢$




$ق$ متقعر للأعلى في $(-\infty، ٢]$.

د) $هـ(س) = (\frac{س - ١}{س})^ج = (١ - \frac{١}{س})^ج$

$هـ(س) = ١ - ٢س^{-١} + س^{-٢}$

$هـ'(س) = ٢س^{-٢} - ٢س^{-٣}$

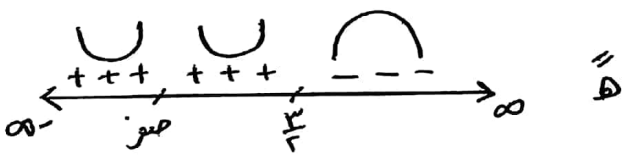
$هـ''(س) = -٤س^{-٣} + ٦س^{-٤} = \frac{-٤}{س^٣} + \frac{٦}{س^٤} = ٠$

$\frac{١}{س^٤}(-٤ + \frac{٦}{س}) = صفر$

$هـ''$ غير موجودة $\leftarrow$ $س = صفر$

$هـ'' = ٠ \Leftarrow -٤ + \frac{٦}{س} = صفر \Leftarrow \frac{٦}{س} = ٤$

$\Leftarrow س = \frac{٦}{٤} = \frac{٣}{٢}$




$هـ$ متقعر للأعلى في $(-\infty، ٠)$ و في $(٠، \frac{٣}{٢}]$

متقعر للأسفل في $[\frac{٣}{٢}، \infty)$

منهاجي

Scanned by CamScanner

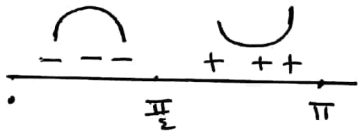
س٨ هـ)

$ق(س) = جتاس - جاس + ١$ ، $س \in [٠، ٢\pi]$

$ق'(س) = -جاس - جتاس$

$ق''(س) = -جتاس + جاس = صفر$

$جاس = جتاس \Leftarrow س = \frac{\pi}{٤}$




ق مقعر للأسفل في $[٠، \frac{\pi}{٤}]$

مقعر للأعلى في $[\frac{\pi}{٤}، ٢\pi]$.

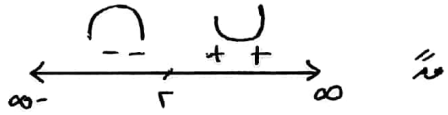
---

س٨ م) $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ٢$ ، $س \in ح$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

$ق''(س) = ٦س - ١٢ = صفر \Leftarrow$

$٦س = ١٢ \Leftarrow س = ٢$




(٢، ٤) نقطة انعطاف.

---

ب) $ق(س) = س^{\frac{٥}{٣}} - س^{\frac{١}{٣}}$ ، $س \in ح$

$ق'(س) = \frac{٥}{٣} س^{\frac{٢}{٣}} - \frac{١}{٣} س^{-\frac{٢}{٣}}$.

$ق''(س) = \frac{١٠}{٩} س^{\frac{-١}{٣}} + \frac{٢}{٩} س^{-\frac{٥}{٣}}$.

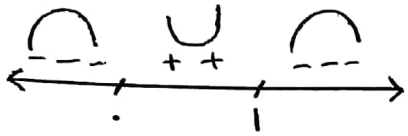
$= \frac{-٢}{٩ س^{\frac{٤}{٣}}} + \frac{٢}{٩ س^{\frac{٥}{٣}}}$.

$= \frac{٢}{٩ س^{\frac{٤}{٣}}} \left(-١ + \frac{١}{س^{\frac{١}{٣}}}\right) = صفر$

ق'' غير موجودة $\leftarrow س = صفر$

ق'' $= صفر \leftarrow -١ + \frac{١}{س^{\frac{١}{٣}}} = صفر$

$\frac{١}{س^{\frac{١}{٣}}} = ١ \Leftarrow س^{\frac{١}{٣}} = ١ \Leftarrow س = ١$




(٠، ٠) ، (١، ١) نقط انعطاف.

---

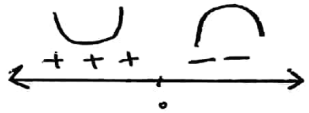
ب) $ق(س) = س^{\frac{٥}{٣}}$ ، $س \in ح$

$ق'(س) = \frac{٣}{٥} س^{-\frac{٢}{٥}}$.

$ق''(س) = \frac{-٦}{٢٥ س^{\frac{٧}{٥}}}$.

ق'' غير موجودة عند $س = صفر$

لا يوجد أصفار للمشتقة الثانية.




(٠، ٠) نقطة انعطاف.

---

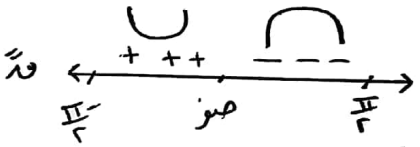
د) $ق(س) = س - ظاس$ ، $س \in [-\frac{\pi}{٢}، \frac{\pi}{٢}]$

$ق'(س) = ١ - قا^{٢}س$

$ق''(س) = -٢ قاس \times قاس ظاس = -٢ قا^{٢}س ظاس = صفر$

$قا^{٢}س = صفر$ (لا يوجد)

$ظاس = صفر \Leftarrow س = صفر$.




(٠، ٠) نقطة انعطاف.

منهاجي

Scanned by CamScanner

س٣ م) $هـ(س) = جاس - جتاس$ ، $س \in [0, 2\pi]$

$هـ'(س) = جتاس + جاس = صفر$

$جتاس = -جاس \Leftarrow س = \frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$

$هـ'(س) = -جاس + جتاس$

$هـ'(\frac{3\pi}{4}) = -\frac{1}{\sqrt{2}} + -\frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{2}{\sqrt{2}} < صفر$

عظمى محلية عند $س = \frac{3\pi}{4}$ هي

$هـ(\frac{3\pi}{4}) = \frac{1}{\sqrt{2}} - -\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}}$.

$هـ'(\frac{7\pi}{4}) = \frac{1}{\sqrt{2}} + -\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} > صفر$

صغرى محلية عند $س = \frac{7\pi}{4}$ هي

$هـ(\frac{7\pi}{4}) = -\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{2}{\sqrt{2}}$.

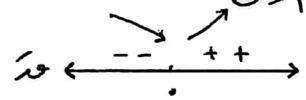
ب) $هـ(س) = س^4$ ، $س \in ح$

$هـ'(س) = 4س^3 = صفر \Leftarrow س = صفر$

$هـ''(س) = 12س^2$

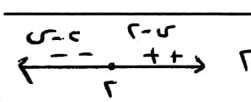
$هـ''(0) = صفر$ (لا تمثل اختبار المشتقة الثانية)

نستخدم المشتقة الأولى

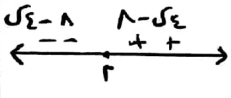



عند $س = صفر$ نقطة صغرى محلية هي $هـ(0) = صفر$

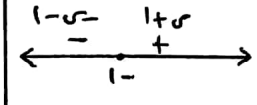
جـ) $س - ٢ = صفر \Leftarrow س = ٢$




$٤ك - ١٢ \leftarrow$




$ك + ١ = ٠ \Leftarrow س = -١$




$هـ(س) = \begin{cases} ٩-٤ك & ، س < ٢ \\ ٧-٤ك & ، -١ \leq س \leq ٢ \\ ٩-٤ك & ، س < -١ \end{cases}$

هـ متصل على ح

$هـ'(س) = \begin{cases} -٤ & ، س < -١ \\ -٤ & ، -١ < س < ٢ \\ ٤ & ، س > ٢ \end{cases}$

$هـ'(س) = صفر \Leftarrow$ يمثل اختبار المشتقة الثانية

د) $هـ(س) = س^2 + \frac{128}{س}$ ، $س \neq صفر$

$هـ'(س) = ٢س - \frac{128}{س^2} = صفر$

$\Leftarrow ٢ك = \frac{128}{س^2} \Leftarrow ٢س^3 = 128 \Leftarrow س^3 = 64$

$\Leftarrow س = ٤$

$هـ''(س) = ٢ + \frac{256}{س^3} = ٢ + \frac{256}{64}$

$هـ''(٤) = ٢ + \frac{256}{64} = ٦ > صفر$

$\therefore$ صغرى محلية عند $س = ٤$ هي $هـ(٤) = ٤٨$

س٤ $هـ(س) = أس^3 + بس^2 + جك + د$

$هـ(١) = ٥$ ، $هـ(٢) = ١$ ، $هـ'(٢) = صفر$ (نقطة انقطاف)

$هـ'(س) = ٣أس^2 + ٢بك + جـ$

$هـ''(س) = ٦أس + ٢ب$

$هـ''(٢) = ١٢أ + ٢ب = صفر$ --- ①

$هـ(١) = أ + ب + جـ + د = ٥$ --- ②

$هـ(٢) = ٨أ + ٤ب + ٢جـ + د = ١$ --- ③

المماس: $ص = ٧ - ٣ك \leftarrow ص' = -٣$

$هـ'(٢) = -٣$

$هـ'(٢) = ١٢أ + ٤ب + جـ = -٣$ --- ④

من معادلة ① $٢ب = -١٢أ \leftarrow \boxed{ب = -٦أ}$

بالتعويض في ④ $١٢أ + ٤(-٦أ) + جـ = -٣$

$-١٢أ + جـ = -٣$

$\Leftarrow \boxed{جـ = ١٢أ - ٣}$ بالتعويض في ③

$٨أ + ٤(-٦أ) + ٢(١٢أ - ٣) + د = ١$

$٨أ - ٢٤أ + ٢٤أ - ٦ + د = ١$

$\boxed{د = ٧ - ٨أ}$

Scanned by CamScanner

تابع س٤

بالتعويض في ②

$أ + ٦ - (٣ - ١٢أ) + ٦ - ٨أ = ٥$

$أ = ١ \Leftarrow ٥ = أ$ ج

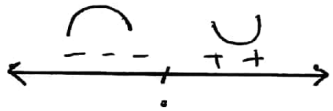
$ب = ٦$ ، $هـ = -١٥$ ، $د = ١٥$

$ق(س) = -س^٣ + ٦س^٢ - ١٥س + ١٥$

س٥ $ق(س) = \frac{١}{س}$ ، $هـ(س) = س^{\frac{٣}{٤}}$

$ق'(س) = \frac{-١}{س^٢} \Leftarrow ق'(س) = \frac{-ع}{س^٤} = \frac{-ع}{س^{\frac{٣}{٤}}}$

$ق'$ غير موجودة عند س = صفر



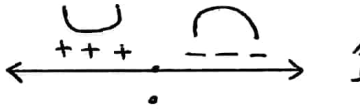

أ) ق متقعر لأسفل في $(-\infty, ٠)$

متقعر لأعلى في $(٠, \infty)$ (لأن س ≠ صفر)

$هـ'(س) = \frac{١}{٣} س^{-\frac{٤}{٣}}$

$هـ''(س) = \frac{-٤}{٩} س^{-\frac{٧}{٣}} = \frac{-ع}{٩ س^{\frac{٧}{٣}}}$

$هـ''$ غير موجودة عند س = صفر




هـ متقعر لأعلى في $(-\infty, ٠]$

متقعر لأسفل في $[٠, \infty)$

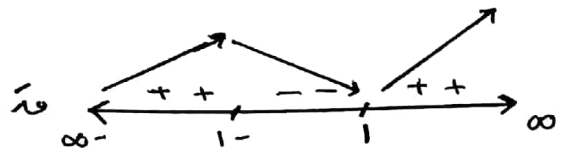
ب) ق غير متصل عند س = صفر

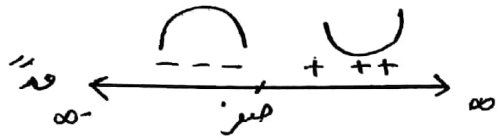
هـ متصل على ح .

ج) لا توجد نقط انطاف للاقتران ق .

$(٠, ٠)$ نقطة انطاف للاقتران هـ .

س٦




أ) ق متزايد في $(-\infty, -١]$ و $[١, \infty)$

ق متناقص في $[-١, ١]$ .

ب) ١- باستخدام اختبار المشتقة الأولى

عظمى محلية عند س = -١

صغرى محلية عند س = ١

٢- باستخدام اختبار المشتقة الثانية

$ق'(-١) = ٠$ ، $ق''(-١) < ٠$ عظمى محلية عند س = -١

$ق'(١) = ٠$ ، $ق''(١) > ٠$ صغرى محلية عند س = ١

ج) ق مقعر للأسفل في $(-\infty, ٠]$

ق مقعر للأعلى في $[٠, \infty)$

د) $(٠, ق(٠))$ نقطة انطاف .

منهاجي

Scanned by CamScanner

س١ )

نفرض العدد س فيكون مقلوب العدد $\frac{١}{س}$

$ل = س + \frac{١}{س}$

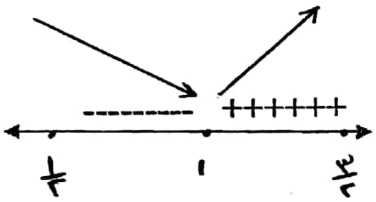
$ل' = ١ - \frac{١}{س^{٢}} = صفر \longleftarrow ١ = \frac{١}{س^{٢}} \longleftarrow س^{٢} = ١ \longleftarrow س = ١ ، -١$

قيمة صغرى عند س = ١

وتحدث قيمة عظمى عند الأطراف عند س = $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٣}{٢}$

عند س = $\frac{١}{٢}$ فان ل = $\frac{١}{٢} + ٢ = ٢\frac{١}{٢}$

عند س = $\frac{٣}{٢}$ فان ل = $\frac{٣}{٢} + \frac{٢}{٣} = ٢\frac{١}{٦}$




س = $\frac{١}{٢}$ تعطي أكبر قيمة

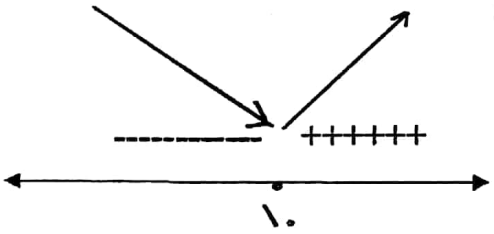
---

س ٢ )

$ح = \pi نق^{٢} ع = ١٠٠٠ \pi \longleftarrow ع = \frac{١٠٠٠}{نق^{٢}}$

$م = \pi نق^{٢} + ٢\pi نق ع$

$= \pi نق^{٢} + ٢\pi نق \times \frac{١٠٠٠}{نق^{٢}} = \pi نق^{٢} + \frac{\pi ٢٠٠٠}{نق}$




$م' = ٢\pi نق - \frac{\pi ٢٠٠٠}{نق^{٢}} = ٠$

$٢\pi نق = \frac{\pi ٢٠٠٠}{نق^{٢}}$

$٢ نق^{٣} = ٢٠٠٠ \longleftarrow نق^{٣} = ١٠٠٠ \longleftarrow نق = ١٠$ (صغرى عند نق = ١٠)

$ع = \frac{١٠٠٠}{نق^{٢}} = \frac{١٠٠٠}{١٠٠} = ١٠$

$م = \pi (١٠)^{٢} + ٢\pi \times ١٠ \times ١٠$

$= ٣٠٠\pi$

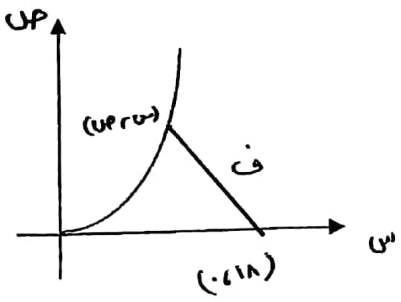
منهاجي

Scanned by CamScanner

س٣ )

ف = $\sqrt{(س - ١٨)^{٢} + (ص - ٠)^{٢}}$

= $\sqrt{س^{٢} - ٣٦س + ٣٢٤ + ص^{٢}}$




لكن ص = س$^{٢}$ ⟵ ص$^{٢}$ = س$^{٤}$

ف = $\sqrt{س^{٢} - ٣٦ س + ٣٢٤ + س^{٤}}$

فَ = $\frac{٢س - ٣٦ + ٤س^{٣}}{٢ \sqrt{س^{٢} - ٣٦س + ٣٢٤ + س^{٤}}}$

فَ = ٠ ⟵ ٤س$^{٣}$ + ٢س - ٣٦ = ٠ ( ÷ ٢ )

٢س$^{٣}$ + س - ١٨ = ٠

أحد الأصفار س = ٢ وللبحث عن قيم أخرى نقوم بالقسمة التركيبية أو خوارزمية القسمة

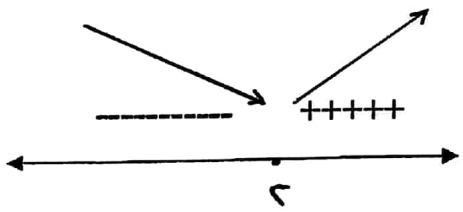
( ٢س$^{٢}$ + ٤س + ٩ ) ( س - ٢ ) = ٠

س$^{٢}$ + ٤س + ٩ = ٠

المميز = ب$^{٢}$ - ٤ أ ج

= ١٦ - ٤ × ٢ × ٩

= - ٥٦ < ٠ لا يتحلل




س = ٢

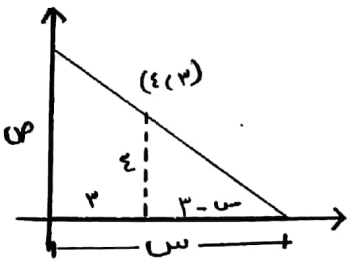
صغرى عند س = ٢

ص = (٢)$^{٢}$ = ٤ ⟵ النقطة ( ٢ ، ٤ )

منهاجي

Scanned by CamScanner

س٤ )




م = $\frac{١}{٢}$ × س × ص

لكن $\frac{٤}{س - ٣}$ = $\frac{ص}{س}$ ← ص = $\frac{٤س}{س - ٣}$

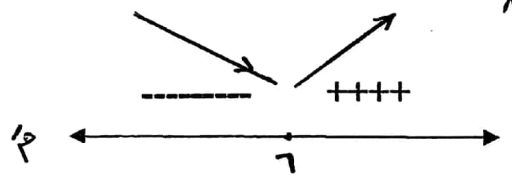
م = $\frac{١}{٢}$ س × $\frac{٤س}{س - ٣}$ = $\frac{٢س^{٢}}{س - ٣}$

م' = $\frac{(س - ٣) \times ٤س - ٢س^{٢} \times ١}{(س - ٣)^{٢}}$

= $\frac{٤س^{٢} - ١٢س - ٢س^{٢}}{(س - ٣)^{٢}}$ = $\frac{٢س^{٢} - ١٢س}{(س - ٣)^{٢}}$ = صفر

٢س$^{٢}$ - ١٢س = ٠ ← ٢س (س - ٦) = ٠ ← س = ٠ ، ٦

صغرى عند س = ٦ وتكون ص = $\frac{٤ \times ٦}{٣ - ٦}$ = $\frac{٢٤}{٣}$ = ٨



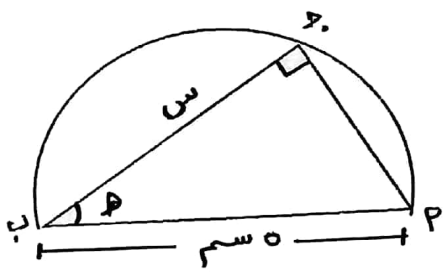

المستقيم يمر بالنقطتين ( ٦ ، ٠ ) ، ( ٠ ، ٨ )

الميل = $\frac{٨ - ٠}{٠ - ٦}$ = $\frac{-٤}{٣}$

معادلة المستقيم : ص - ٠ = $\frac{-٤}{٣}$ (س - ٦)

---

س٥) م = $\frac{١}{٢}$ × ٥ × س × جا هـ = $\frac{٥}{٢}$ س جا هـ




لكن جتا هـ = $\frac{س}{٥}$ ← س = ٥ جتا هـ

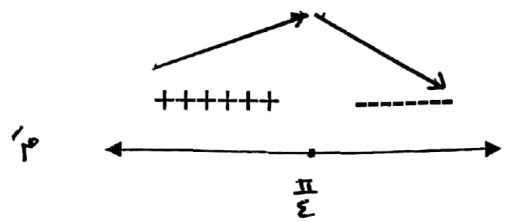
م = $\frac{٥}{٢}$ × ٥ جتا هـ جا هـ

= $\frac{٢٥}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$ جا ٢هـ = $\frac{٢٥}{٤}$ جا ٢هـ

م' = $\frac{٢٥}{٤}$ × ٢ جتا ٢هـ = ٠ ← جتا ٢هـ = ٠

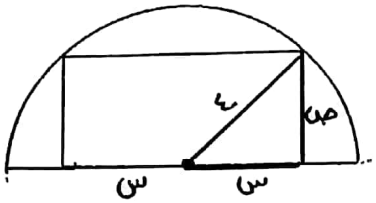
٢ هـ = $\frac{\pi}{٢}$ ← هـ = $\frac{\pi}{٤}$

عظمى عند هـ = $\frac{\pi}{٤}$




منهاجي

Scanned by CamScanner




س٦ ) م = ٢س × ص　　لكن س$^{٢}$ + ص$^{٢}$ = ١٦

ص$^{٢}$ = ١٦ − س$^{٢}$

ص = $\sqrt{١٦ - س^{٢}}$

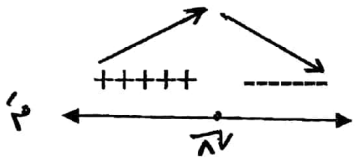
م = ٢س × $\sqrt{١٦ - س^{٢}}$

م$'$ = ٢س × $\frac{-٢س}{٢\sqrt{١٦ - س^{٢}}}$ + $\sqrt{١٦ - س^{٢}}$ × ٢ = ٠

$\frac{-٤س^{٢}}{٢\sqrt{١٦ - س^{٢}}}$ + ٢ $\sqrt{١٦ - س^{٢}}$ = ٠

٢ $\sqrt{١٦ - س^{٢}}$ = $\frac{٢س^{٢}}{\sqrt{١٦ - س^{٢}}}$ ← ١٦ − س$^{٢}$ = س$^{٢}$

١٦ = ٢س$^{٢}$ ← س$^{٢}$ = ٨ ← س = $\sqrt{٨}$



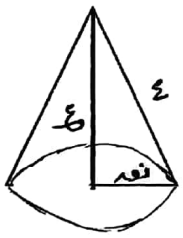

عظمى عند س = $\sqrt{٨}$

ص = $\sqrt{١٦ - ٨}$ = $\sqrt{٨}$

م = ٢ × $\sqrt{٨}$ × $\sqrt{٨}$ = ١٦

---

س ٧ ) ح = $\frac{١}{٣}$ π نق$^{٢}$ ع　　لكن : نق$^{٢}$ + ع$^{٢}$ = ٤$^{٢}$ ← نق$^{٢}$ = ١٦ − ع$^{٢}$

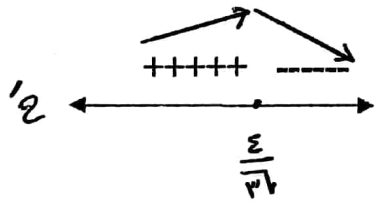



ح = $\frac{\pi}{٣}$ (١٦ − ع$^{٢}$) ع = $\frac{\pi}{٣}$ (١٦ ع − ع$^{٣}$)

ح$'$ = $\frac{\pi}{٣}$ (١٦ − ٣ع$^{٢}$) = صفر

١٦ − ٣ع$^{٢}$ = ٠ ← ١٦ = ٣ع$^{٢}$ ← ع = $\frac{٤}{\sqrt{٣}}$

عظمى عند ع = $\frac{٤}{\sqrt{٣}}$




نق$^{٢}$ = ١٦ − ع$^{٢}$ = ١٦ − $\frac{١٦}{٣}$ = $\frac{٣٢}{٣}$

نق = $\sqrt{\frac{٣٢}{٣}}$ = $\frac{٤\sqrt{٢}}{\sqrt{٣}}$

لكن

طول القوس = محيط دائرة المخروط

٤ × هـ = ٢ π نق

٤ × هـ = ٢ π × $\frac{٤\sqrt{٢}}{\sqrt{٣}}$

هـ = $\frac{٢\sqrt{٢}\pi}{\sqrt{٣}}$

منهاجي

Scanned by CamScanner

س٨ )

سعر بيع س من الاجهزة = س × ( ٢٠٠ − ٠,٠١ س ) = ٢٠٠س − ٠,٠١ س$^{٢}$

الربح = البيع − التكاليف

ر = ( ٢٠٠ س − ٠,٠١س$^{٢}$ ) − ( ٥٠س + ٢٠ )

= ١٥٠س − ٠,٠١س$^{٢}$ − ٢٠

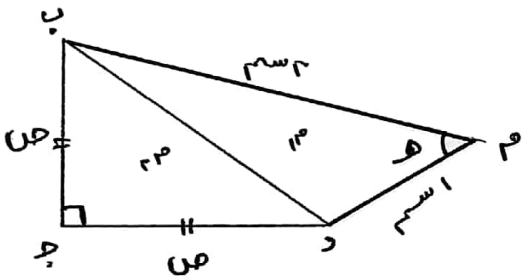
رَ = ١٥٠ − ٠,٠٢س = ٠

س = $\frac{١٥٠}{٠,٠٢}$ = $\frac{١٥٠٠٠}{٢}$ = ٧٥٠٠

رَ = − ٠,٠٢ < ٠ ⟵ قيمة عظمى

---

س٩ ) م = م$_{١}$ + م$_{٢}$




م = $\frac{١}{٢}$ × ١ × ٢ × جـا هـ + $\frac{١}{٢}$ × ص × ص

= جـا هـ + $\frac{١}{٢}$ ص$^{٢}$

لكن (ب د)$^{٢}$ = ص$^{٢}$ + ص$^{٢}$ = ٢ص$^{٢}$

وأيضا (ب د)$^{٢}$ = (١)$^{٢}$ + (٢)$^{٢}$ − ٢×١×٢×جتـاهـ

= ٥ − ٤ جتـاهـ

٢ص$^{٢}$ = ٥ − ٤ جتـاهـ ⟵ ( ÷ ٤ )

$\frac{١}{٢}$ ص$^{٢}$ = $\frac{٥}{٤}$ − جتـا هـ

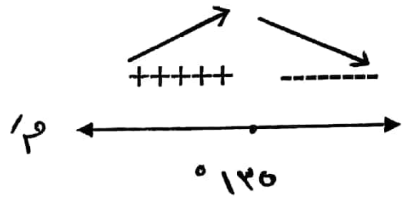
م = جـا هـ + $\frac{٥}{٤}$ − جتـا هـ

مَ = جتـا هـ + جـا هـ = ٠

جتـا هـ = − جـا هـ

هـ = ١٣٥° ، ٣١٥°

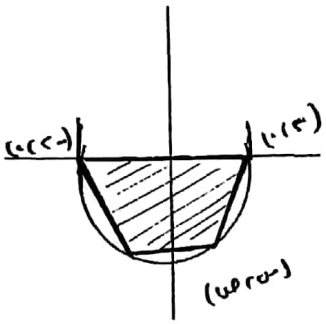
عظمى عند هـ = ١٣٥°




منهاجي

Scanned by CamScanner

س ١٠ )




$س^{٢} - ٤ = ٠$ ⟵ $س = ٢ ، -٢$

القاعدة العليا $= ٢ + ٢ = ٤$

القاعدة السفلى $= ٢$ س

الارتفاع $= ٠ - ص$

$= ٤ - س^{٢}$

$م = \frac{١}{٢} \times ( ٢س + ٤ ) ( ٤ - س^{٢} )$

$= ( س + ٢ ) ( ٤ - س^{٢} )$

مساحة شبه المنحرف $= \frac{١}{٢}$ (مجموع القاعدتين المتوازيتين) × الارتفاع

$مَ = ( س + ٢ ) ( -٢س ) + ( ٤ - س^{٢} ) \times ١$

$= -٢س^{٢} - ٤س - س^{٢} + ٤$

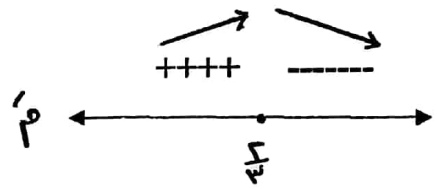
$= -٣س^{٢} - ٤ س + ٤ = ٠$ ( × -١ )

$٣ س^{٢} + ٤س - ٤ = ٠$

$( ٣س - ٢ ) ( س + ٢ ) = ٠$

$س = \frac{٢}{٣} ، -٢$

عظمى عند $س = \frac{٢}{٣}$




$م = ( \frac{٢}{٣} + ٢ ) ( \frac{-٤}{٩} + ٤ )$

$= \frac{٨}{٣} \times \frac{٣٢}{٩} = \frac{٢٥٦}{٢٧}$

منهاجي

Scanned by CamScanner

أ) $ه(س) = \frac{د}{س+١}$

$ه'(س) = \frac{-د}{(س+١)^{٢}} \Leftarrow ه'(١) = -\frac{د}{٤}$

$ه(١) = \frac{د}{٢}$

النقطة $(١ ، \frac{د}{٢})$

معادلة المماس :

$ص - \frac{د}{٢} = -\frac{د}{٤}(س - ١)$

يقطع محور السينات عند $ص = ٠$

$٠ - \frac{د}{٢} = -\frac{د}{٤}(س-١)$ $(\div -د)$

$\frac{١}{٢} = \frac{١}{٤}(س-١)$ $(\times ٤)$

$٢ = س - ١ \Leftarrow \boxed{س = ٣}$

يقطع محور الصادات عند $س = ٠$

$ص - \frac{د}{٢} = -\frac{د}{٤}(٠ - ١)$

$ص - \frac{د}{٢} = \frac{د}{٤} \leftarrow ص = \frac{د}{٤} + \frac{د}{٢}$

$\boxed{ص = \frac{٣د}{٤}}$

مساحة المثلث $= \frac{١}{٢} \times ٣ \times \frac{٣}{٤}د$

$\frac{٩}{٤} = \frac{٩}{٨} \times د$

$\frac{٨}{٩} \times \frac{٩}{٤} = د$

$\Leftarrow د = ٢$

ب) $ق(ن) = \frac{ن}{٢} + جاتان$ ، $ن \in [٠ ، ٢\pi]$

$ق' = ف' = \frac{١}{٢} - ٢جاتان جتان$

$= \frac{١}{٢} - جا٢ن = صفر$

$جا٢ن = \frac{١}{٢} \Leftarrow ٢ن = \frac{\pi}{٦}$ ، $\frac{٥\pi}{٦}$

$ن = ع = -٢جتا٢ن$

عندما $ن = \frac{\pi}{٦} \Leftarrow ن = -٢جتا\frac{\pi}{٣}$

$= -٢ \times \frac{١}{٢} = -١$

عندما $ن = \frac{٥\pi}{٦} \Leftarrow ن = -٢ \times -\frac{\sqrt{٣}}{٢} = \sqrt{٣}$

ج) $ه(س) = \sqrt{س^{٣} - ٧س}$ ، $س \in ح$ .

$ه(س) = (س^{٣} - ٧س)^{\frac{١}{٢}}$

$ه'(س) = \frac{١}{٢}(س^{٣} - ٧س)^{-\frac{١}{٢}}(٣س^{٢} - ٧)$

$ه'(س) = \frac{٣س^{٢} - ٧}{٢\sqrt{(س^{٣} - ٧س)}}$

$ه' = صفر \Leftarrow ٣س^{٢} - ٧ = صفر \Leftarrow س^{٢} = ٩$

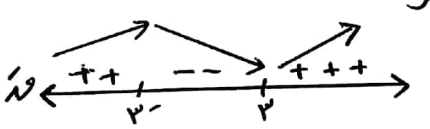
$\Leftarrow س = \pm ٣$

$ه'$ غير موجودة $\Leftarrow س^{٣} - ٧س = ٠ \Leftarrow$

$س(س^{٢} - ٧) = صفر \Leftarrow س = صفر$ ، $س = \pm \sqrt{٧}$

أ) قيم $س$ الحرجة $\{٠ ، \pm ٣ ، \pm \sqrt{٧}\}$

ب) لدراسة الإشارة $ه'$ نقدر هنا فقط إشارة البسط لأن المقام هنا $\geq$ صفر




$ه$ متناقص في $[-٣ ، ٣]$

و متزايد في $(-\infty ، -٣]$ و في $[٣ ، \infty)$ .

ج) عظمى مطلقة عند $س = -٣$

صغرى مطلقة عند $س = ٣$

منهاجي

Scanned by CamScanner

س٤ ق(س) = أ س$^{٣}$ + ب س$^{٢}$ + جـ س + د .

ق يمر بالنقطة (٠ ، ٥) ← ق(٠) = ٥

ق(٠) = ٠ + ٠ + ٠ + د = ٥

⇐ **د = ٥**

انعطاف عند س = ٢ ⇐ ق''(٢) = صفر

ق'(س) = ٣ أ س$^{٢}$ + ٢ ب س + جـ

ق''(س) = ٦ أ س + ٢ ب

ق''(٢) = ١٢ أ + ٢ ب = صفر ⇐

(١) -- **٦ أ + ب = صفر**

المماس عند س = ١ ⇐

٩ + ص - ٩ = صفر ⇐ ص = صفر

ق(١) = صفر

٩ س + ص - ٩ = صفر نشتق

٩ + ص' = صفر ⇐ ص' = -٩

ق'(١) = -٩

(٢) -- **٣ أ + ٢ ب + جـ = -٩**

ق(١) = أ + ب + جـ + د = صفر

(٣) -- **أ + ب + جـ = -٥**

من (١) ← ب = -٦ أ

بالتعويض في (٣)

-٥ = جـ + ٦ أ - أ

جـ = -٥ + ٥ أ .

بالتعويض في (٢)

-٩ = ٥ - ٥ أ + (-٦ أ) ٢ + ٣ أ

-٩ = ٥ - ٥ أ + ١٢ أ - ٣ أ

-٤ أ = -٤ ⇐ **أ = ١**

**ب = -٦** ⇐ ب = -٦ أ

جـ = -٥ + ٥ = ٠ = صفر

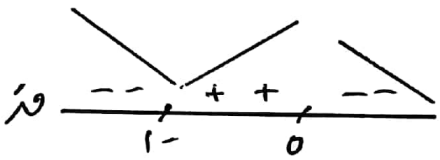
ق(س) = س$^{٣}$ - ٦ س$^{٢}$ + ٥ .

---

س٥ أ) النقط الحرجة =

(-١ ، ق(-١)) ، (٥ ، ق(٥))

ب)




ق متزايدة في [-١ ، ٥]

ق متناقصة في (-∞ ، -١] ، [٥ ، ∞)

جـ) صغرى محلية عند س = -١

عظمى محلية عند س = ٥ .

د) ق مقعر لأعلى في (-∞ ، ٢] .

و مقعر لأسفل في [٢ ، ∞) .

هـ) (٢ ، ق(٢)) نقطة انعطاف .

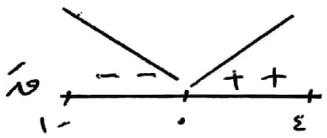
منهاجي

Scanned by CamScanner

س٦
$$هـ(س) = \begin{cases} جـ س^٢ + د س + هـ ، & -١ \le س < ١ \\ م س + ب ، & ١ \le س \le ٤ \end{cases}$$

$$هـ'(س) = \begin{cases} ٢جـ س + د ، & -١ < س < ١ \\ م ، & ١ < س < ٤ \end{cases}$$

أ) الحرجة = {٠ ، ١ ، -١ ، ٤} .

ب)



هـ متناقص في [-١ ، ٠]
هـ متزايد في [٠ ، ٤] .

جـ) صغرى محلية عند س = صفر

د) من الرسم : هـ'(٠) = صفر ، هـ'(٣) = ٢

هـ'(٠) = ٢ جـ × ٠ + د = صفر ← د = صفر

هـ'(٣) = م = ٢

هـ(٤) = ٨ (معطى)

هـ(٤) = ٢ × ٤^٢ + ب = ٨ ⇐ ب = صفر

هـ'(١) = ٢ جـ × ١ + ٠ = ٢ جـ

هـ'(١) = م = ٢

⇐ ٢ جـ = ٢ ⇐ جـ = ١

هـ(-١) = ٢ (معطى)

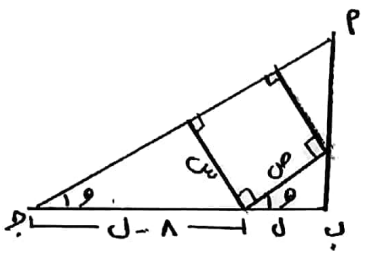
جـ(-١)^٢ + د(-١) + هـ = ٢

١ + صفر + هـ = ٢

هـ = ٢ - ١ = ١

هـ = ١

س٧




م = س × ص

جا هـ = $\frac{س}{٨ - ل}$

جا هـ = $\frac{ع}{ص}$

$\frac{س}{٨ - ل} = \frac{ع}{ص}$ ⇐ س ص = ع (٨ - ل)

من التشابه : $\frac{٦}{٨} = \frac{ع}{ل}$ ⇐ ع = $\frac{٣}{٤}$ ل

م = س ص

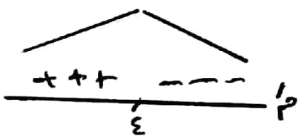
= ع (٨ - ل)

= $\frac{٣}{٤}$ ل (٨ - ل)

= $\frac{٣}{٤}$ (٨ ل - ل^٢)

م' = $\frac{٣}{٤}$ (٨ - ٢ل) = صفر

٨ - ٢ل = صفر ⇐ ل = ٤




ع = $\frac{٣}{٤}$ × ٤ = ٣

∴ م = $\frac{٣}{٤}$ × ٤ × (٨ - ٤)

= ٤ × ٣

= ١٢

س٨ (١) ع = ف' = ١٢ ن - ٣ن^٢

ت = ع' = ١٢ - ٦ن = صفر ⇐ ن = ٢

ف(٢) = ٦(٢)^٢ - (٢)^٣ + ١٣

= ٢٤ - ٨ + ١٣

= ٢٩ م

منهاجي
Scanned by CamScanner

(٢) $ح = \frac{٤}{٣} ن ف^٣$

$\frac{دح}{دف} = \frac{٤}{٣} \times ٣ ن ف^٢$

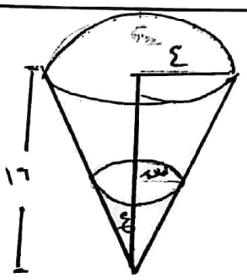
$= ٤ ن ف^٢$

$= ٤ \times ٥^٢ \times ن$

$= ١٠٠ ن$ سم$^٣$/سم

(د)

(٣) $ح = \frac{١}{٣} ن ف^٢ ع$




$\frac{ق}{نق} = \frac{ع}{١٦}$

$نق = \frac{١}{٤} ع$

$\Leftarrow ف^٢ = \frac{١}{١٦} ع^٢$

$ح = \frac{١}{٣} ن \times \frac{١}{١٦} ع^٢ \times ع$

$ح = \frac{ن}{٤٨} ع^٣$

$\frac{دح}{دن} = \frac{ن}{٤٨} \times ٣ ع^٢ \frac{دع}{دن}$

$ن = \frac{ن}{٤٨} \times ٣ \times ٨^٢ \times \frac{دع}{دن}$

$\frac{دع}{دن} = \frac{١}{٢}$ سم/ن

(م)

(٤) $ه(س) = ١٢ س + ٦(م-٢) س^٢$

$ه'(س) = ١٢ + ١٢(م-٢) س$

$ه''(س) = ١٢(م-٢)$

وفق للأسفل $١٢(م-٢) < ٠$

$م < ٢$

$م \in (-\infty, ٢)$

(د)

(٥) $ه(س) = جا ٤س$

$ه'(س) = ٤ جتا ٤س$

$ه'(\frac{ن}{٤}) = ٤ جتا ن = -٤$ (م)

(٦) $ه(س) = \frac{س^٤}{٤} - \frac{س^٣}{٣} + \frac{١}{س^٢}$

$= \frac{١}{٤} س^٤ - \frac{١}{٣} س^٣ + \frac{١}{س^٢}$

$ه'(س) = س^٣ - س^٢ - \frac{٢}{س^٣} = ٠ \Leftarrow$ ص $= ٠$

$ه' = ٠ \Leftarrow$ ص $= ٠ \Leftarrow س = ١$

$ه'$ غير موجودة $\Leftarrow س =$ صفر

ه متناقص في $[٠, ١]$ (د)

(٧) $(١, ه(١))$ حرجة $\Leftarrow ه'(١) =$ صفر

وعند الأول $ه'(١) >$ صفر

$\Leftarrow$ صغرى محلية عند $س = ١$ (د)

(٨) $ه(س) = س^{\frac{٤}{٣}}$ $س \in [-١, ١]$

$ه'(س) = \frac{٤}{٣} س^{\frac{١}{٣}}$

$= \frac{٤}{٣ \sqrt[٣]{س}}$

$ه'$ غير موجودة عند $س =$ صفر $\in [-١, ١]$

النقط الحرجة $(٠, ٠)$ $(١, ١)$ $(-١, ١)$

منهاجي

Scanned by CamScanner

تابع س ^

(٩) ح = س × (ك - ١٦) (ك - ٣٠)

(ك - ١٦) (ك$^{٢}$ - ٣٠ك) = ح

ح$'$ = (ك$^{٢}$ - ٣٠ك)(٢ك - ٣٠) + (ك - ١٦)(٢ك - ٣٠)

ح$'$ = ٢ك$^{٣}$ - ٣٠ك$^{٢}$ - ٣٠ك$^{٢}$ + ٩٠٠ + ٢ك$^{٣}$ - ٣٢ك$^{٢}$ + ٤٨٠

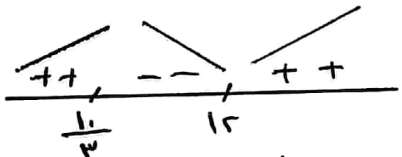
= ٤ك$^{٣}$ - ٩٢ك$^{٢}$ + ٤٨٠ = صفر (÷ ٤)

ك$^{٣}$ - ٢٣ك + ١٢٠ = صفر

(ك - ١٠)(ك - ١٢) = صفر

ك - ١٠ = صفر ⇐ ك = ١٠

ك - ١٢ = صفر ⇐ ك = ١٢ .




(ب) عظمى عند ك = ١٠

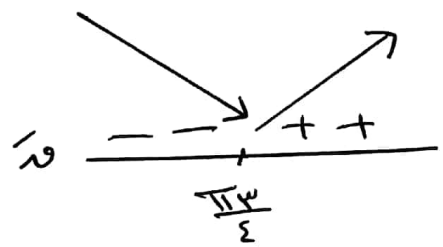
(١٠) د(س) = جتاس - جاس [٠، ٢π]

د$'$(س) = - جاس - جتاس = صفر

جاس = - جتاس

ظاس = - ١

س = ٣π/٤ .




(د) صغرى مطلقة عند ك = ٣π/٤

(١١)

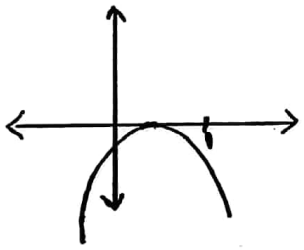
د$'$(٠) > ٠ ⇐ متزايد عند س = صفر

د$'$(١) < ٠ ⇐ متناقص عند س = ١

د$''$(س) < ٠ ⇐ مقعر للأسفل دائماً .

السؤال الذي يحل فيه

د(س) هو (د)



منهاجي

Scanned by CamScanner