



جمهورية مصر العربية  
وزارة التربية والتعليم  
والتعليم الفني  
الإدارة المركزية لشئون الكتب

# الرياضيات

الصف السادس الابتدائي

الفصل الدراسي الثاني

تأليف

د / ربيع محمد عثمان أحمد  
مدرس تعليم الرياضيات - كلية التربية  
جامعة بنى سويف

أ.د / محمود أحمد محمود نصر  
أستاذ تعليم الرياضيات - كلية التربية  
جامعة بنى سويف

مراجعة

أ/سمير محمد سعداوى

أ/فتحى أحمد شحاته

إشراف علمي

أ/ جمال الشاهد

مستشار الرياضيات

إشراف تربوي وتعديل ومراجعة

مركز تطوير المناهج والمواد التعليمية

غير مصرح بتداول هذا الكتاب خارج وزارة التربية والتعليم والتعليم الفني

٢٠٢٢ / ٢٠٢١

منهاجي  
متعة التعليم الهادف





أبنائنا الأعزاء : تلاميذ الصف السادس الابتدائي .. يسعدنا أن نقدم لكم كتاب الرياضيات ، ضمن السلسلة المطورة لكتب الرياضيات ، وقد راعينا فيه عدة أشياء من أجل أن تصبح دراستك للرياضيات عملاً محبباً وممتعاً ومفيداً لك وهي :

- عرض الموضوعات بأسلوب بسيط وواضح وبلغة تناسب معلوماتك وخبراتك ، مما يساعدك على التواصل مع المعلومات والأفكار الواردة بكل موضوع على حده .
- تدرج الأفكار الواردة بكل درس وتسلسلها من البسيط إلى الأكثر عمقاً.
- الحرص على تكوين المفاهيم والأفكار الجديدة لديك بصورة سليمة قبل الانتقال إلى إجراء العمليات المتصلة بها من خلال أنشطة مناسبة لذلك.
- ربط موضوعات الرياضيات بالحياة من خلال قضايا ومشكلات واقعية في تطبيقات عديدة ، آمليين أن تشعر بقيمة الرياضيات وأهميتها دراستها كعلم نافع في الحياة.
- في مواطن كثيرة من الكتاب نتيح لك فرصاً لاستنتاج الأفكار والتوصل إلى المعلومات بنفسك معتمداً على خبراتك وتفكيرك لتنمو لديك مهارة البحث والتعلم الذاتي.
- في مواطن أخرى ندعوك لتعمل مع مجموعة من زملائك لتتعرف على أفكارهم وتتواصل معهم لتقدمون معاً فكرياً واحداً.
- في مواطن أخرى من الكتاب ندعوك للتحقق من صحة الحلول التي تقدمها لتنمية ثقتك بنفسك ، وزيادة قدرتك في الحكم على صحة الأشياء.
- وقد تم تقسيم الكتاب إلى وحدات والوحدات إلى دروس وتم تزويدها بالرسوم والصور والأشكال التوضيحية بهدف تقريب المعاني والأفكار،

وأخيراً .. حاول عزيزي التلميذ وأنت في الفصل مع معلمك وزملائك أن تشارك بفاعلية ، ولا تتردد في طرح الأسئلة والاستفسارات ، وثق أن أي مشاركة منك سوف تكون موضع تقدير من معلمك .  
تذكر أن الرياضيات دائماً بها أسئلة يكون لها أكثر من حل صحيح .  
نسأل الله أن نكون قد وفقنا في هذا لعمل لصالح مصرنا الحبيبة .





## المحتويات

### الوحدة الأولى : الأعداد الصحيحة

- ٢      الدرس الأول : مجموعة الأعداد الصحيحة .  
٦      الدرس الثاني : ترتيب الأعداد الصحيحة والمقارنة بينها .  
٨      الدرس الثالث : جمع وطرح الأعداد الصحيحة.  
١٣     الدرس الرابع : ضرب وقسمة الأعداد الصحيحة.  
١٧     الدرس الخامس : الضرب المتكرر .  
٢٠     الدرس السادس : الأنماط العددية .

### الوحدة الثانية : المعادلات والمتباينات

- ٢٤     الدرس الأول : المعادلة والمتباينة من الدرجة الأولى .  
٢٨     الدرس الثاني : حل المعادلة من الدرجة الأولى في مجهول واحد .  
٣٢     الدرس الثالث : حل المتباينة من الدرجة الأولى في مجهول واحد .

### الوحدة الثالثة : الهندسة والقياس

- ٣٨     الدرس الأول : المسافة بين نقطتين في مستوى الإحداثيات .  
٤١     الدرس الثاني : التحويلات الهندسية : الانتقال .  
٤٥     الدرس الثالث : مساحة الدائرة .  
٤٨     الدرس الرابع : المساحة الجانبية والكلية لكل من : ( المكعب . متوازي المستطيلات ) .

### الوحدة الرابعة : الإحصاء والاحتمال

- ٥٣     الدرس الأول : تمثيل البيانات الإحصائية بالقطاعات الدائرية .  
٥٨     الدرس الثاني : التجربة العشوائية .  
٦١     الدرس الثالث : الاحتمال .



الوحدة الأولى

# الأعداد الصحيحة

- الدرس الأول : مجموعة الأعداد الصحيحة.
- الدرس الثاني : ترتيب الأعداد الصحيحة والمقارنة بينها.
- الدرس الثالث : جمع وطرح الأعداد الصحيحة.
- الدرس الرابع : ضرب وقسمة الأعداد الصحيحة.
- الدرس الخامس : الضرب المتكرر.
- الدرس السادس : الأنماط العددية

منهاجي  
متعة التعليم الهادف



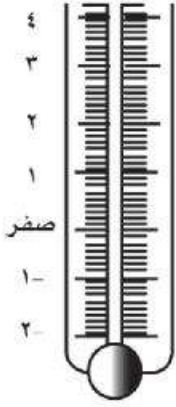
## مجموعة الأعداد الصحيحة

الحاجة إلى مزيد من الأعداد

فكر وناقش :

الأوضاع المتعاكسة :

توجد في حياتنا أوضاع متعاكسة كثيرة ، لا يمكن التعبير عنها من خلال مجموعة الأعداد الطبيعية التي درستها فقط مثل :



١ - إذا عبرنا عن درجات الحرارة فوق الصفر بالصورة  
١٧م و ٣٠م . فكيف نعبر عن درجة الحرارة ٤م  
تحت الصفر؟



٢ - إذا كان ارتفاع برج سكني هو ١٢ طابقاً ( فوق  
سطح الأرض ) فكيف نعبر عن ارتفاع ٣ طوابق  
تحت سطح الأرض؟

أيضا فيما يتعلق بمجموعة الأعداد الطبيعية

التي درستها فإن :  
سطح الأرض

حل المعادلة  $٧ = ٥ + س$  مُمكنة في ط

بينما  $٥ = ٧ + س$  غير مُمكنة في ط

- التعبير عن مدينة عند مستوى ١٥٠ متراً فوق سطح البحر هو ١٥٠ فكيف نعبر عن مستوى مدينة  
٢٠٠ متر تحت سطح البحر .

ماذا تتعلم من هذا الدرس؟

من خلال مشاركتك التشطية

يمكنك أن تتوصل إلى:

➤ مفهوم مجموعة الأعداد الصحيحة .

➤ التمييز بين مجموعة الأعداد

الصحيحة والأعداد الطبيعية.

➤ التمييز بين مجموعة الأعداد

الصحيحة الموجبة والسالبة.

➤ العلاقة بين المجموعات الجزئية للمجموعة صـ.

➤ مفهوم القيمة المطلقة للعدد الصحيح .

المفاهيم الرياضية

① مجموعة الأعداد الصحيحة

(صـ).

② مجموعة الأعداد الصحيحة

الموجبة (صـ).

③ مجموعة الأعداد الصحيحة

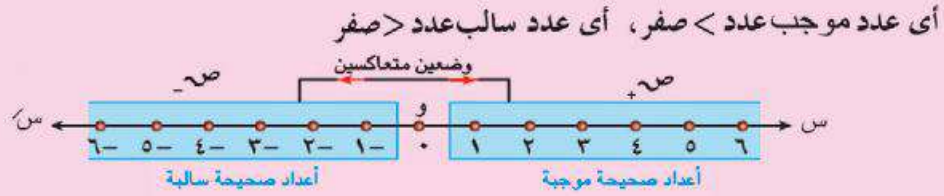
السالبة (صـ).

④ القيمة المطلقة .

◀ مما سبق نستنتج أن: الحياة مليئة بأمثلة كثيرة بها وضعان متعاكسان أحدهما يمكن التعبير عنه في ط ، والآخر لا يمكن التعبير عنه في ط .

◀ حيث أن مجموعة الأعداد الطبيعية محدودة من أسفل ( أصغر عدد طبيعي هو الصفر ) ، وحتى يمكن التعامل مع ظواهر الحياة المتعاكسة كان لابد من توسيع ط في الاتجاه الآخر لخط الأعداد ( وس ) .

◀ تم الاتفاق على أن الأعداد على يمين الصفر على خط الأعداد أعدادا موجبة ، ويرمز لمجموعتها بالرمز  $\mathbb{N}_+$  ، وأن الأعداد على يسار الصفر أعدادا سالبة ويرمز لمجموعتها بالرمز  $\mathbb{N}_-$  .



وسُميت الأعداد الناتجة بهذا الشكل ( مجموعة الأعداد الصحيحة ) .

واعتبرت الأعداد  $\{ 1+, 2+, 3+, 4+, 5+, \dots \}$  أعدادا صحيحة موجبة ورمزها  $\mathbb{N}_+$  .  
والأعداد  $\{ 1-, 2-, 3-, 4-, 5-, \dots \}$  أعدادا صحيحة سالبة ورمزها  $\mathbb{N}_-$  .

معنى ذلك أن: مجموعة الأعداد الصحيحة  $\mathbb{N} = \mathbb{N}_+ \cup \{ 0 \} \cup \mathbb{N}_-$

مثال ( ١ ) : أكتب عدداً صحيحاً يعبر عن كل موقف من المواقف التالية :

١. ربح هاني ٧٦ جنيهاً من مُدخراته بدفتر التوفير .
٢. درجة الحرارة بمدينة موسكو ٨ درجات تحت الصفر .
٣. عمق جراج عمومي أربعة طوابق تحت سطح الأرض بوسط مدينة القاهرة .
٤. ارتفاع مدينة باريس ٦ أمتار فوق سطح البحر .
٥. سحب أحمد من رصيده بالبنك مبلغ ٦٠٠٠ جنيه .
٦. أضافت المدرسة ١٠ درجات للتلميذة ( سارة ) وذلك لتفوقها في النشاط الفني .

الحل :

$(3-)$	$(2-)$	$(76+)$
$(6+)$	$(5-)$	$(6+)$



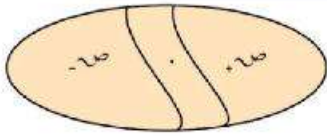
تمثيل مجموعة الأعداد الصحيحة

١- يمكن تمثيل مجموعة الأعداد الصحيحة على خط الأعداد، مع عدم وضع إشارة (+) أمام الأعداد الصحيحة الموجبة فهي موجودة ضمناً، ووضع إشارة (-) للتعبير عن الأعداد الصحيحة السالبة.

لاحظ: مجموعة الأعداد الصحيحة غير منتهية وممتدة عن يمينها ويسارها بلا حدود.

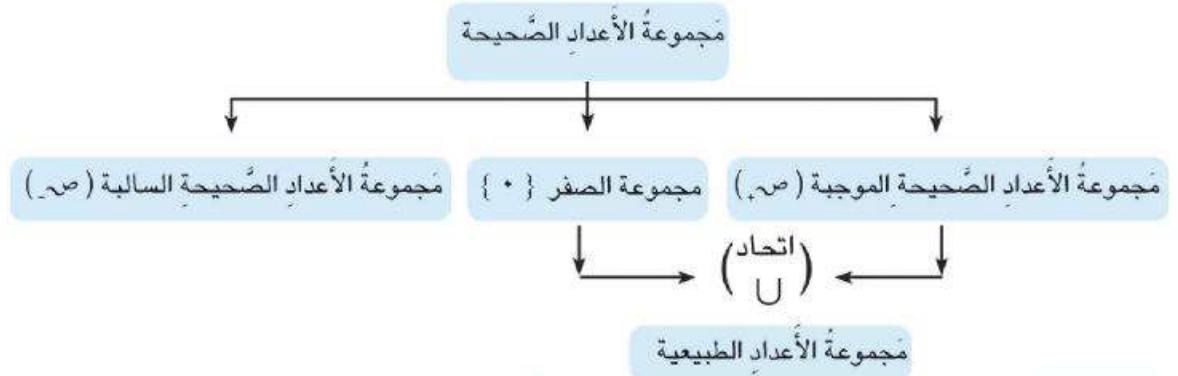
- الصفّر ليس عدداً موجباً وليس عدداً سالباً.

-  $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}_+ \cup \mathbb{Z}_- \cup \{0\}$



٢- يمكن تمثيل (ص) بشكل (ثن) المقابل:

٣- يمكن التعبير عن (ص) بخريطة المفاهيم التالية:



مثال (٢) ضع كلمة (صواب) أو (خطأ) أمام كل عبارة مما يلي مع ذكر السبب:

(أ) الصفّر أصغر عددٍ موجبٍ ( ) السبب: .....

(ب)  $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}_+ \cup \mathbb{Z}_-$  ( ) السبب: .....

(ج)  $\mathbb{Z}_+$  هي مجموعة أعداد العد ( ) السبب: .....

(د)  $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}_+ \cup \mathbb{Z}_-$  ( ) السبب: .....

(هـ)  $\mathbb{Z}_+ \cap \mathbb{Z}_- = \{0\}$  ( ) السبب: .....

الحل

(أ) (خطأ) السبب: لأن الصفّر ليس عدداً موجباً (ب) (خطأ) السبب: لأن  $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}_+ \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}_-$

(ج) (صواب) السبب  $\mathbb{Z}_+ = \{1, 2, 3, \dots\}$  مجموعة أعداد العد (د) (صواب) السبب: لأن  $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}_+ \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}_-$

(هـ) (خطأ) السبب:  $\mathbb{Z}_+ \cap \mathbb{Z}_- = \emptyset$



## الأعداد الصحيحة

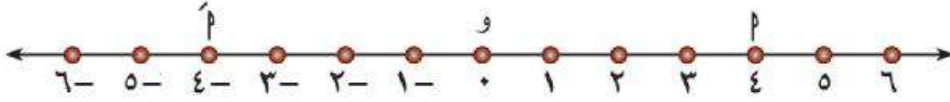


المسافة بين موقع العدد (٢) وموقع الصفر على خط الأعداد، وهي دائماً موجبة، ويُرمز لها بالرمز  $|٢|$ .

## القيمة المطلقة للعدد الصحيح :

**فكر وناقش :** القيمة المطلقة للعدد الصحيح ٢ هي :

**لاحظ :** من خلال خط الأعداد الصحيحة بالشكل التالي :



- العدد ٤ تمثله النقطة ٢ ، وهي تبعد أربع وحدات عن نقطة (و) الممثلة للصفر.

- العدد -٤ تمثله النقطة ٢' ، وهي تبعد أربع وحدات عن نقطة (و) الممثلة للصفر.

مَعْنَى ذَلِكَ أَنَّ  $٤ = |٤|$  ،  $٤ = |-٤|$  ،

**نستنتج أن :** كل عدد ومعكوسه لهما نفس القيمة المطلقة لأنهما يبعدان نفس

المسافة عن نقطة الصفر (و) على خط الأعداد الصحيحة .

**مثال (٣) :** أوجد القيمة المطلقة للأعداد الصحيحة : -٣ ، ٥ ، -١٢ ، -٩ ، ٠ ، ١٢

**الحل :**  $١٢ = |١٢|$  ،  $٥ = |٥|$  ،  $٣ = |-٣|$

$١٢ = |-١٢|$  ،  $٠ = |٠|$  ،  $٩ = |-٩|$

**مثال (٤) أوجد قيمة :**

(أ)  $..... = |١٠٢ - |$  (ب)  $..... = |-١٥ - |$

(ج)  $..... = |٧| + |-٥|$

**الحل**

(أ)  $١٠٢ = |١٠٢ - |$  (ب)  $١٥ = |-١٥ - |$

(ج)  $١٢ = |٧| + |-٥|$

**مثال (٥) اكتب مجموعات الأعداد التالية بطريقة السرد**

(أ) مجموعة الأعداد الصحيحة الأقل من ٣

(ب) مجموعة الأعداد الصحيحة الأقل من ٦ وأكبر من (-٢) .

(ج) مجموعة الأعداد الصحيحة الزوجية غير الموجبة

**الحل**

(أ)  $\{٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ١٠، ١١، ١٢، ١٣، ١٤، ١٥، ١٦، ١٧، ١٨، ١٩، ٢٠، ٢١، ٢٢، ٢٣، ٢٤، ٢٥، ٢٦، ٢٧، ٢٨، ٢٩، ٣٠، ٣١، ٣٢، ٣٣، ٣٤، ٣٥، ٣٦، ٣٧، ٣٨، ٣٩، ٤٠، ٤١، ٤٢، ٤٣، ٤٤، ٤٥، ٤٦، ٤٧، ٤٨، ٤٩، ٥٠\}$  (ب)  $\{١، ٢، ٣، ٤، ٥\}$

(ج)  $\{٠، ٢، ٤، ٦، ٨، ١٠، ١٢، ١٤، ١٦، ١٨، ٢٠، ٢٢، ٢٤، ٢٦، ٢٨، ٣٠، ٣٢، ٣٤، ٣٦، ٣٨، ٤٠، ٤٢، ٤٤، ٤٦، ٤٨، ٥٠\}$

الرياضيات للصف السادس الابتدائي

## ترتيب الأعداد الصحيحة والمقارنة بينها

ماذا تتعلم من هذا الدرس؟

- من خلال مشاركتك الأنشطة يمكنك أن تتوصل إلى:
- مفهوم ترتيب الأعداد الصحيحة على خط الأعداد.
- المقارنة بين عددين صحيحين.
- ترتيب مجموعة من الأعداد الصحيحة تصاعدياً و تنازلياً.

فكر وناقش:

درست في العام الماضي الأعداد الطبيعية وعلمت أن:

١- إذا كان العدد (ب) يقع على يمين العدد (ا) فإن (ب) أكبر من

(ا) ويكتب (  $a < b$  ).



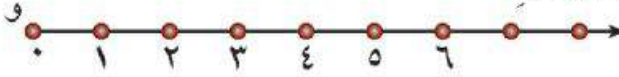
- إذا كان العدد (ا) يقع على يسار العدد (ب) فإن (ا) أصغر من

(ب) ويكتب (  $a > b$  ).

نفس الخاصية تتوفر في مجموعة الأعداد الصحيحة (١)

٢- خاصية التتابع والفرق الثابت وهو الوحدة بين أي عدد طبيعي

والذي يليه:



المفاهيم الرياضية

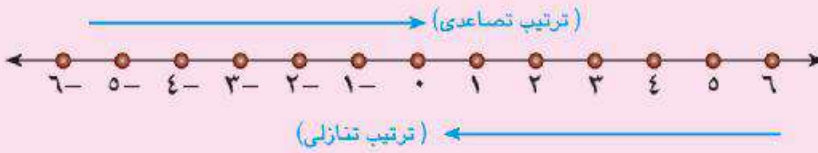
- الترتيب التصاعدي في صح.
- الترتيب التنازلي في صح.

تتوفر أيضاً نفس الخاصية في مجموعة الأعداد الصحيحة (٢)

نستنتج مما سبق أن:

(أ) كلاً من مجموعة الأعداد الطبيعية، ومجموعة الأعداد الصحيحة مرتبة كما هو مبين على

خط الأعداد التالي:



١- مرتبة تصاعدياً (من الأصغر إلى الأكبر) كلما اتجهنا من اليسار إلى اليمين.

٢- مرتبة تنازلياً (من الأكبر إلى الأصغر) كلما اتجهنا من اليمين إلى اليسار.

(ب) عند المقارنة بين أي عددين صحيحين فإن العدد الذي يقع على يمين الآخر هو الأكبر

والعكس صحيح.

معنى ذلك أن: (١)  $\dots \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow \dots$  (ترتيب تصاعدي)

(٢)  $\dots < 3 < 2 < 1 < 0 < 1 < 2 < 3 < \dots$  (ترتيب تنازلي)

مثال (١): رتب الأعداد التالية تصاعدياً: -١، ٣، ١، ٥، ٧

الحل: أصغر الأعداد هو -٥ لأنه أقصى اليسار على خط الأعداد ثم يليه -١، ١، ٣، ٥، ٧

الترتيب التصاعدي هو: -٥، -١، ١، ٣، ٥، ٧

مثال (٢): ضع علامة (<، >، =) فيما يلي:

(أ) ٧ - ..... ٩ (ب) ٣ ..... ١٣ (ج) ٤ - ..... صفر

(د) |١١ - | ..... |١١ (هـ) ٧ - ..... |٥ - | (و) ٣٠ ..... ١٠٣

الحل: (أ) < (ب) < (ج) > (د) = (هـ) > (و) >

مثال (٣)

اكتب العدد الصحيح السابق و العدد الصحيح التالي لكل عدد صحيح فيما يلي:

(أ) ٧ (ب) ١٥ (ج) ٢٣ (د) صفر

الحل

العدد الصحيح	العدد السابق	العدد التالي
(أ) ٧-	٨-	٦-
(ب) ١٥	١٤	١٦
(ج) ٢٣-	٢٤-	٢٢-
(د) صفر	١-	١



## جمع وطرح الأعداد الصحيحة

### أولاً : جمع الأعداد الصحيحة

#### إمكانية الجمع في صـ :

#### فكر وناقش :

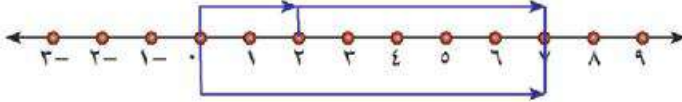
#### (أ) جمع عددين صحيحين موجبين :

بإستخدام خط الأعداد نجمع العددين ٢ ، ٥ كما يلي :

١- نبدأ من الصفر ، ونتحرك يمينا وحدتين لتمثيل العدد (٢) .

٢- نبدأ من العدد (٢) ونتحرك يمينا خمس وحدات لتمثيل العدد (٥)

٣- نصل إلى العدد (٧) وهو ناتج الجمع .



$$\text{إذن : } 7 = 5 + 2$$

أي أن: جمع الأعداد الصحيحة الموجبة مماثل لجمع الأعداد الطبيعية

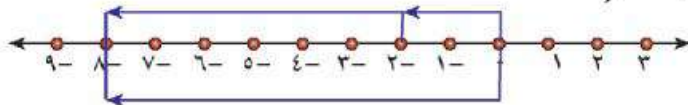
#### (ب) جمع عددين صحيحين سالبين :

بإستخدام خط الأعداد نجمع (٢ -) ، (٦ -) كما يلي :

١- نبدأ من الصفر ونتحرك إلى اليسار بمقدار القيمة المطلقة للعدد (٢ -)

٢- نبدأ من العدد (٢ -) ونتحرك إلى اليسار بمقدار القيمة المطلقة للعدد (٦ -)

٣- نصل إلى العدد (٨ -) وهو ناتج الجمع .



$$\text{إذن : } (8 -) = (2 -) + (6 -)$$

أي أن: جمع عددين صحيحين سالبين = عددًا صحيحًا سالب

#### ماذا تتعلم من هذا الدرس؟

من خلال مشاركتك النشطة

يمكنك أن تتوصل إلى:

- ✦ إمكانية الجمع في صـ.
- ✦ جمع عددين صحيحين موجبين أو سالبين .
- ✦ جمع عددين صحيحين أحدهما موجب والآخر سالب
- ✦ خواص عملية الجمع في صـ.
- ✦ يحدد إمكانية الطرح في صـ
- ✦ طرح عددين صحيحين .
- ✦ خواص عملية الطرح في صـ

#### المفاهيم الرياضية

- ⦿ الانغلاق .
- ⦿ الإبدال .
- ⦿ المحايد الجمعي .
- ⦿ المعكوس الجمعي .
- ⦿ الدمج .

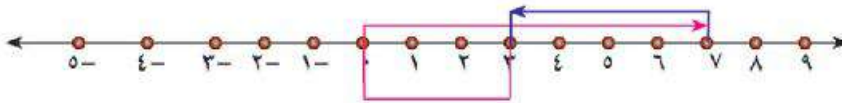
(ج) جَمْعُ عَدَدَيْنِ أَحَدُهُمَا مُوجِبٌ وَالْآخَرُ سَالِبٌ :

باستخدام خط الأعداد نجمع  $7 + (-4)$  كما يلي :

١- نبدأ من الصفر ونتحرك جهة اليمين (٧) وحدات لتمثيل العدد (٧).

٢- نبدأ من العدد (٧) ونتحرك جهة اليسار بمقدار القيمة المطلقة للعدد  $(-4)$ .

٣- نصل إلى العدد (٣) وهو ناتج الجمع .



$$\text{إذن : } 3 = (-4) + 7$$

أى أن : حاصل جمع عددين صحيحين أحدهما موجب والآخر سالب = عدداً صحيحاً قد يكون موجباً أو سالباً أو صفراً

مثال (١) : أوجد ناتج :

$$(ج) (-4) + 0 \quad (ب) (-7) + 4 \quad (أ) 6 + (-6)$$

$$\text{الحل : (أ) } 6 + (-6) = \text{صفر} \quad (ب) (-7) + 4 = -3 \quad (ج) (-4) + 0 = (-4)$$

خواص عملية الجمع في  $\mathbb{Z}$  :

مما سبق نستنتج أن خواص عملية الجمع هي :

١- الانغلاق : عملية الجمع مغلقة في  $\mathbb{Z}$ ، بمعنى أن ناتج جمع أي عددين صحيحين هو عدد صحيح، بمعنى أنه إذا كان  $a \in \mathbb{Z}$  ،  $b \in \mathbb{Z}$

فإن :  $a + b \in \mathbb{Z}$  .

$$\text{فإن : } a + b = b + a$$

معنى ذلك أن : عملية الجمع ممكنة دائماً في  $\mathbb{Z}$

٢- الإبدال : عملية جمع أي عددين صحيحين إبدالية، بمعنى أنه إذا كان  $a, b$  عددين صحيحين

$$\text{فإن : } a + b = b + a$$

$$\text{فمثلاً : } 6 + (-5) = (-5) + 6 = 1, \quad (-3) + (-2) = (-2) + (-3) = -5$$

يمكنك أن تتحقق من ذلك باستخدام خط الأعداد

٣- المَحَايِدُ الجَمْعِيُّ : الصفر هو المَحَايِدُ الجَمْعِيُّ في صـ ، كما كَانَ مُحَايِدًا جَمْعِيًّا في طـ . بِمَعْنَى أَنَّهُ إِذَا كَانَ  $P$  عَدَدًا صَحِيحًا فَإِنَّ :

$$P = P + 0 = 0 + P$$

$$\text{فَمَثَلًا: } 7 = 7 + 0 = 0 + 7 , \quad (-8) = (-8) + 0 = 0 + (-8)$$

٤- المَعكُوسُ الجَمْعِيُّ : كُلُّ عَدَدٍ صَحِيحٍ مُوجِبٍ ( $P$ ) عَلَى خَطِّ الأَعْدَادِ الصَّحِيحَةِ يُقَابِلُهُ عَدَدٌ صَحِيحٌ سَالِبٌ ( $P$ -) بِحَيْثُ نَاتِجُ جَمْعِهِمَا = صِفْرًا . أَيُّ أَنَّ :

$$0 = A + (-A) = (-A) + A$$

لَا حِظَّ أَنْ : مَعكُوسَ العَدَدِ صِفْرُهُ صِفْرٌ لِأَنَّ  $0 = 0 + 0$

$$\text{مَعكُوسَ } (-P) \text{ هُوَ } (P-) \text{ أَيْ أَنَّ : } 0 = (-5) -$$

$$\text{فَمَثَلًا: } 4 = (-4) + 4 = 4 + (-4) \text{ مَعكُوسُ } 4 \text{ هُوَ } (-4) \text{ ، وَمَعكُوسُ } (-4) \text{ هُوَ } 4$$

٥- الدَّمَجُ : عَمَلِيَّةُ الجَمْعِ دَامِجَةٌ فِي صـ ، كَمَا كَانَتْ دَامِجَةً فِي طـ .

لَا حِظَّ : لِجَمْعِ ثَلَاثَةِ أَعْدَادٍ صَحِيحَةٍ مِثْلِ  $(-5, 7, 2)$  نَسْتَعْمِدُ الدَّمَجَ كَمَا يَلِي :

$$4 = 2 + \dots = 2 + (7 + (-5))$$

$$4 = \dots + (-5) = (2 + 7) + (-5)$$

$$\text{أَيْ أَنَّ: } 4 = (2 + 7) + (-5) = 2 + (7 + (-5)) = 2 + 7 + (-5)$$

مَعْنَى ذَلِكَ: إِذَا كَانَ  $P, B, C$  جـ أَعْدَادًا صَحِيحَةً فَإِنَّ :

$$P + B + C = P + (B + C) = (P + B) + C$$

لَا حِظَّ : وُجُودُ الأَقْوَامِ يَعْنِي أَنَّ تَتِمُّ العَمَلِيَّةُ دَاخِلَ الأَقْوَامِ أَوَّلًا .

هَذِهِ الخَاصِيَّةُ تَعْنِي أَنَّهُ يُمَكِّنُ تَجَاهُلَ الأَقْوَامِ وَدَمَجُ أَيِّ عَدَدَيْنِ مَعًا .

مِثَال (٢) :

اسْتَعْمِدْ خَوَاصَّ عَمَلِيَّةِ الجَمْعِ فِي صـ لِإِيجَادِ نَاتِجِ  $(-17) + 19 + 17$  مَعَ ذِكْرِ الخَاصِيَّةِ المُسْتَعْمَدَةِ فِي كُلِّ خُطْوَةٍ .

الحل:  $17 + 19 + (17 -)$

الإبدال

$$19 + 17 + (17 -) =$$

الدمج

$$19 + (17 + 17 -) =$$

المعكوس الجمعي

$$19 + 0 =$$

المحايد الجمعي

$$19 =$$

مثال (٣):

إذا كانت  $S = \{-2, 4, 2, -6\}$

(أ) ما العلاقة بين  $S$ ، مجموعة الأعداد الصحيحة  $S$

(ب) بين: هل  $S$  مغلقة بالنسبة لعملية جمع الأعداد الصحيحة أم لا؟

الحل:

(أ)  $S \subset S$  لأن كل عنصر في  $S$  (موجود في)  $S$

(ب) فكرة الحل: نجمع كل عددين معاً، فإذا كانت جميع النواتج تنتمي إلى  $S$ ، تكون  $S$

مغلقة بالنسبة للجمع.

إذن:  $(-2) + 4 = 2 \in S$ ،  $(-2) + (-6) = -8 \notin S$ ،

$(-6) + 4 = (-2) \in S$ ،  $(-6) + (-2) = -8 \notin S$

إذن:  $S$  ليست مغلقة بالنسبة لعملية الجمع

لاحظ: يكفي ناتج واحد فقط  $\notin S$  لجعلها ليست مغلقة.

ثانياً، طرح الأعداد الصحيحة:

إمكانية الطرح في  $S$ :

فكر وناقش:  $2 = 5 - 3$  تعلم من دراستك للأعداد الطبيعية أن  $2 = 5 - 3$

لاحظ: يمكن كتابتها بصورة أخرى هي:  $2 = (5 -) + 3$

وبما أن  $2 = (5 -) + 3$  ومن علاقة الجمع بالطرح نستنتج أن:

$$3 = (5 -) - 2$$

وهذا يعني

$$3 = 5 + (-2) = (5 -) - 2$$



معنى ذلك أن عملية طرح عددين  $a$  ،  $b$  في  $v$  هي :  
 $a - b = b +$  المعكوس الجمعي للعدد  $b$  أي أن :  $a - b = b + (-b)$

مثال ( ٤ ) : أوجد ناتج الطرح فيما يلي :

(أ)  $5 - 9$  (ب)  $4 - 7$  (ج)  $11 - 6$

الحل :

(أ)  $5 - 9 = 5 + (-9) = -4$  (ب)  $4 - 7 = 4 + (-7) = -3$  (ج)  $11 - 6 = 11 + (-6) = 5$

وماذا تلاحظ ؟

مثال ( ٥ ) : (أ) أوجد ناتج :  $8 - 5$  ،  $5 - 8$

وماذا تلاحظ ؟

(ب) أوجد ناتج :  $(-9) - (3 - 8)$  ،  $8 - (3 - 9)$

الحل :

(أ)  $8 - 5 = 8 + (-5) = 3$  ،  $5 - 8 = 5 + (-8) = -3$  ، إذن  $8 - 5 \neq 5 - 8$  (ليست إبدالية)

(ب)  $(-9) - (3 - 8) = (-9) + (-3 + 8) = -9 - 3 + 8 = -4$  ،  $8 - (3 - 9) = 8 - 3 + 9 = 14$  ،

إذن  $8 - (3 - 9) \neq (-9) - (3 - 8)$  (ليست دمجية)

خواص عملية الطرح في  $v$  : مما سبق نستنتج أن خواص عملية الطرح هي :

١- الانغلاق : عملية الطرح مغلقة في  $v$  ، بمعنى أن ناتج طرح أي عددين صحيحين هو

عدد صحيح مما يدل على أن عملية الطرح ممكنة دائماً في  $v$  .

٢- الإبدال : عملية الطرح ليست إبدالية في  $v$  ، أي أن :  $a - b \neq b - a$  لكل  $a$  ،  $b \in v$

(( من مثال ( ٥ ) : (أ) حيث  $8 - 5 \neq 5 - 8$  ))

٣- الدمج : عملية الطرح ليست دمجية في  $v$  ، أي أن  $a - (b - c) \neq (a - b) - c$  ، جـ

(( من مثال ( ٥ ) : (ب) حيث  $8 - (3 - 9) \neq (-9) - (3 - 8)$  ))



## ضرب وقسمة الأعداد الصحيحة

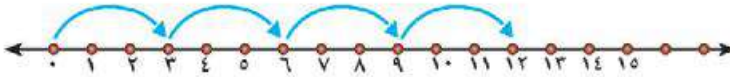
أولاً: ضرب الأعداد الصحيحة :

- إمكانية الضرب في (+)

فكر وناقش :

تعلم من دراستك السابقة أن :

$$+ \text{ص} \ni 12 = 3 + 3 + 3 + 3 = 4 \times 3$$



$$+ \text{ص} \ni 12 = 4 + 4 + 4 = 3 \times 4$$



معنى ذلك أن :

حاصل ضرب عددين صحيحين موجبين = عدداً صحيحاً موجباً

ماذا تتعلم من هذا الدرس؟

من خلال مشاركتك النشطة يمكنك أن تتوصل إلى:

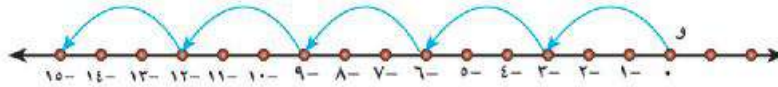
- ⊕ إمكانية الضرب في +.
- ⊕ خواص عملية الضرب في +.
- ⊕ إمكانية القسمة في +.
- ⊕ خواص عملية القسمة في +.
- ⊕ حل تمارين متنوعة على عمليتي الضرب والقسمة في +.

المفاهيم الرياضية

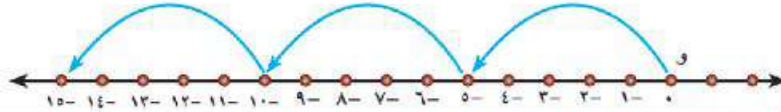
- ⊕ المحايد الضربي .
- ⊕ توزيع الضرب على الجمع .

بنفس الطريقة :

$$- \text{ص} \ni (10-) = (3-) + (3-) + (3-) + (3-) + (3-) = 5 \times (3-) \text{ (أ)}$$



$$- \text{ص} \ni (10-) = (5-) + (5-) + (5-) = (5-) \times 3 \text{ (ب)}$$



معنى ذلك أن :

حاصل ضرب عددين صحيحين أحدهما سالب والآخر موجب = عدداً صحيحاً سالباً



$$١٥ = (٥-) \times (٣-) ، \quad ٨ = (٤-) \times (٢-) \text{ (ج)}$$

معنى ذلك أن: حاصل ضرب عددين صحيحين سالبين = عددًا صحيحًا موجبًا

مثال (١): أوجد الناتج في كل حالة مما يلي:

$$(ج) \quad ٩ \times (-٨) \quad (ب) \quad (-٧) \times (-٤) \quad (أ) \quad ٣ \times (-٦)$$

$$\text{الحل:} \quad (أ) \quad ٣ \times (-٦) = (-١٨) \quad (ب) \quad (-٧) \times (-٤) = ٢٨ \quad (ج) \quad ٩ \times (-٨) = -٧٢$$

خواص عملية الضرب في ص:

مما سبق نستنتج خواص عملية الضرب في ص وهي:

١- الانغلاق: عملية الضرب مغلقة في ص، أي أن ناتج ضرب أي عددين صحيحين هو عدد صحيح وهذا يعني أن الضرب ممكن دائمًا في ص:

$$\text{إذا كان: } م \in ص ، ب \in ص \text{ فإن: } م \times ب = ج ، ج \in ص$$

٢- الإبدال: عملية الضرب إبدالية في ص، بمعنى:

$$\text{إذا كان: } م \in ص ، ب \in ص \text{ فإن: } م \times ب = ب \times م$$

٣- المحايد الضربي: الواحد هو المحايد الضربي في ص، كما كان محايدًا ضربيًا في ط

$$\text{بمعنى: إذا كان } م \in ص \text{ فإن: } م = م \times ١ = ١ \times م$$

$$\text{فمثلاً: } ٩ = ٩ \times ١ = ١ \times ٩ ، \quad (٧-) = (٧-) \times ١ = ١ \times (٧-)$$

٤- الدمج: عملية الضرب دمجية في ص، كما كانت دمجية في ط

لاحظ: لضرب ثلاثة أعداد مثل (٦-، ٨، ٥-) نستخدم الدمج كما يلي:

$$٢٤٠ = (٥-) \times (٨ \times (٦-))$$

$$٢٤٠ = (٤٠-) \times (٦-) = ((٥-) \times ٨) \times (٦-)$$

$$٢٤٠ = (٥-) \times ٨ \times (٦-) = ((٥-) \times ٨) \times (٦-) = (٥-) \times (٨ \times (٦-))$$

مَعْنَى ذَلِكَ أَنَّهُ: إذا كان  $a$ ،  $b$ ،  $c$  أعداداً صحيحةً فإنَّ:

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c) = a \times b \times c$$

٥- التوزيع: يُقصدُ بها توزيعُ عمليةِ الضربِ على عمليةِ الجمعِ

$$\text{لاحظْ } (7 \times 5) + ((3 -) \times 5) , (7 + 3 -) \times 5$$

$$35 + (15 -) = 4 \times 5 =$$

$$20 = 20 =$$

$$\text{أى أنْ } 20 = (7 \times 5) + (3 - \times 5) = (7 + 3 -) \times 5$$

مَعْنَى ذَلِكَ: إذا كان  $a$ ،  $b$ ،  $c$  فإن  $a \times b + b \times c = (a + b) \times c$

مثال (٢): أوجد الناتج في كلِّ حالةٍ ممَّا يلي بطريقتين مع ذكر الخاصية المستخدمة

$$(أ) ((7 -) + (2 -)) \times 6 \quad (ب) (7 -) \times 112 + 17 \times 112$$

الحل: (أ)  $((7 -) \times 6) + ((2 -) \times 6) = ((7 -) + (2 -)) \times 6$  (خاصية التوزيع)

$$(54 -) = (42 -) + (12 -) =$$

حل آخر:  $(7 -) \times 6 = ((7 -) + (2 -)) \times 6 = (9 -) \times 6 = (54 -)$  (جمع العددين داخل القوس، ثم الضرب)

$$(ب) (7 -) \times 112 + 17 \times 112 = ((7 -) + (17)) \times 112$$
 (خاصية التوزيع)

$$= (24 -) \times 112$$
 (خاصية المعكوس الجمعي)

$$= \text{صفر}$$

(لماذا)

$$\text{حل آخر: } (7 -) \times 112 + 17 \times 112 = \text{صفر}$$

ثانياً، قسمة الأعداد الصحيحة:

إمكانية القسمة في ص

لاحظ وناقش:

تعلم من دراستك السابقة أن:

$$\text{إذا كان } 35 = 5 \times 7 \text{ فإن } 35 \div 5 = 7 \text{ ، } 35 \div 7 = 5$$

مَعْنَى ذَلِكَ أَنَّ عملية الضرب ينتج عنها عمليتا قسمة



بالمثل إذا كَانَ:  $٤٨ = (٦-) \times (٨-)$  ، فَإِنَّ  $٨- = (٦-) \div ٤٨$  ،  $(٦-) = (٨-) \div ٤٨$

$٤ = (٩-) \div (٣٦-)$  ،  $(٩-) = ٤ \div (٣٦-)$  ،  $(٣٦-) = (٤+) \times (٩-)$

مِمَّا سَبَقَ يُمْكِنُ التَّوَصُّلُ إِلَى أَنْ :

خارج قسمة عددين صحيحين لهما نفس الإشارة هو عدد صحيح موجب .

خارج قسمة عددين صحيحين مختلفي الإشارة هو عدد صحيح سالب .

**لاحظ :** كل نواتج القسمة في الحالات السابقة تنتمي إلى مجموعة الأعداد الصحيحة

بينما نواتج القسمة في حالات مثل :  $\frac{٨}{٣}$  ،  $\frac{٣٥}{٩}$  ،  $٥ \div ٢٢-$  ،  $\frac{٦-}{١١-}$  **لا** تنتمي إلى مجموعة الأعداد الصحيحة

**خواص عملية القسمة في صـ :**

مِمَّا سَبَقَ نَسْتَنْتِجُ خَوَاصَّ عَمَلِيَةِ الْقِسْمَةِ فِي صـ وَهِيَ :

١- **الانغلاق :** عملية القسمة ليست مغلقة ، مما يدل على أنها ليست ممكنة دائماً في صـ .

٢- **الإبدال :** عملية القسمة ليست إبدالية في صـ .

**لاحظ أن :** قسمة أي عدد صحيح على العدد (صفر) غير ممكنة .

**مثال ( ٢ ) :** أوجد خارج القسمة في الحالات التالية :

(أ)  $٦ \div ٥٤$  (ب)  $(٣-) \div ٧٢$  (ج)  $(٤-) \div (٣٦-)$

**الحل :** (أ)  $٩ = ٦ \div ٥٤$  (ب)  $(٣-) \div ٧٢ = (٢٤-)$  (ج)  $(٤-) \div (٣٦-) = ٩$

**تذكر في مجموعة الأعداد الصحيحة أن :**

☞ عملية الجمع : في صـ مغلقة ، وإبدالية ، ودامجة .

☞ عملية الطرح : في صـ مغلقة ، وغير إبدالية وغير دامجة .

☞ عملية الضرب : في صـ مغلقة وإبدالية ودامجة .

☞ عملية القسمة : في صـ غير مغلقة ، وغير إبدالية ، وغير دامجة .

## الضرب المتكرر

## فكر وناقش:

يُقصدُ بالضرب المتكرر:

تكرار ضرب العدد في نفسه عدد من المرات

فمثلاً:  $4 \times 4 \times 4$  هو تكرار العدد 4 في نفسه ثلاث مرات

– تكتب في هذه الحالة على الصورة  $(4^3)$  وتقرأ (4 أس 3).

– العدد 4 هو المتكرر ويسمى الأساس، العدد 3 عدد مرات هو تكرار الضرب ويسمى الأس.

– يسمى  $(4^3)$  بالقوة الثالثة للعدد 4.

– لاحظ:  $(4^3) = 64$ ؛ لذا يسمى 64 بالقوة الثالثة للعدد 4

بالمثل:  $(3-)^4 = (3-)^4 = (3-)^4 = (3-)^4 = 81$  وتسمى

$(3-)^4$  أو 81 بالقوة الرابعة للعدد  $(3-)$

## بصفة عامة:

إذا كان  $p$  عدداً صحيحاً، فإن:

$$p \times p \times p \times p \times \dots \times p = p^n \text{ حيث } n \in \mathbb{N}^+$$

## القواعد الأساسية المستخدمة في حالة الضرب المتكرر:

## أولاً: قاعدة جمع الأسس:

$$2^7 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$2^7 = 2^{0+2} = 2^0 \times 2^2 = (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2)$$

$$2^7 = 2^{2+2} = 2^2 \times 2^2 = (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2)$$

$$2^7 = 2^{2+2+2} = 2^2 \times 2^2 \times 2^2 = (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2)$$

$$2^7 = 2^{1+6} = 2^1 \times 2^6 = (2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2)$$



نستنتج مما سبق أنه: في حالة الضرب المتكرر نجمع الأسس إذا كانت الأساسات متساوية  
بمعنى أنه إذا كان  $p \in \mathbb{N}$ ،  $p \neq 0$  صفر فإن:  $a^p \times a^m = a^{p+m}$  حيث  $m, n \in \mathbb{N}$

ثانياً: قاعدة طرح الأسس:

$$\text{لاحظ: } 3^2 = 3 \times 3 = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3} = 3^3 \div 3^1$$

$$3^2 = 3^{-1} \times 3^3 = \frac{3^3}{3^1} =$$

نستنتج مما سبق أن: في حالة القسمة نطرح الأسس إذا كانت الأساسات متساوية  
بمعنى أنه إذا كان  $p \in \mathbb{N}$ ،  $p \neq 0$  صفر فإن:

$$a^p \div a^m = \frac{a^p}{a^m} \text{ حيث } m, n \in \mathbb{N}, m < n$$

مثال (١): أوجد ناتج ما يلي:

$$(أ) 25 \times 25 \quad (ب) \frac{6^6 \times 6^6}{76}$$

الحل:

$$(أ) 25 \times 25 = 25^2 = 25^{2+0} = 25^2 = 625$$

$$(ب) \frac{6^6 \times 6^6}{76} = \frac{6^{6+6}}{76} = \frac{6^{12}}{76} = 6^6 = 46656$$

لاحظ:

(١) القوة الثانية لأي عدد تسمى مربع العدد فمثلاً  $8^2$  تقرأ (٨ أس ٢) أو مربع العدد ٨.

(٢) القوة الثالثة لأي عدد تسمى مكعب العدد فمثلاً  $7^3$  تقرأ (٧ أس ٣) أو مكعب العدد ٧.

(٣) القوة الأولى لأي عدد تساوي العدد ولا داعي لكتابتها فمثلاً  $5^1$  هي ٥،  $3^1$  هي ٣.

$$(٤) (3-)^2 = (3-)(3-) = 9$$

$$(3-)^3 = (3-)(3-)(3-) = 27-$$

نستنتج أنه:

- إذا كان الأساس عدداً سالباً مرفوعاً لأس زوجي كان الناتج عدداً موجباً.
- إذا كان الأساس عدداً سالباً مرفوعاً لأس فردي كان الناتج عدداً سالباً.

لاحظ ثم أكمل الجدول التالي

العدد	مربع العدد الناتج	مكعب العدد الناتج	القوة الخامسة للعدد
٢	$٤ = ٢ \times ٢ = ٢^٢$	$٨ = ٢ \times ٢ \times ٢ = ٢^٣$	$٣٢ = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ = ٢^٥$
١-	$١ = (١-) \times (١-) = (١-)^٢$	$١ = (١-) \times (١-) \times (١-) = (١-)^٣$	$١ = (١-)^٥$
٣	.....	.....	.....
٤-	.....	.....	.....

فكرة الحل:  
الأساس مختلف  
هو ٣ ، (٣-)  
نحاول التوصل  
لأساس مشترك.

مثال (٢): أوجد قيمة  $\frac{٥(٣-) \times ٤٣}{٧٣}$

$$\begin{aligned} \frac{٥(٣-) \times ٤٣}{٧٣} &= \frac{٥(٣-) \times ٤٣}{٧٣} = \\ \frac{٩٣-}{٧٣} &= \frac{(٥٣ \times ٤٣)-}{٧٣} = \\ (٩-)- &= ٢٣- = ٧-٩٣- = \end{aligned}$$

لاحظ:

$$١ = ٥ \cdot ٤ = ٧-٧٤ = \frac{٧٤}{٧٤} = \frac{٤٤ \times ٢٤}{٧٤}$$

نستنتج مما سبق أن:

$$١ = ٢ = ٢^{-٢} ٢ = \frac{٢٢}{٢٢} \text{ حيث } ٢ \neq ٠, ٢ = ٢$$

معنى ذلك أن: لكل  $٢ \in \mathbb{Z}$ ،  $٢ \neq ٠$  فإن  $١ = ٢$

فمثلاً:  $١ = ٥$  ،  $١ = (١٧-)$

## الأنماط العددية

### لاحظ وفكر:

درست بالصف الخامس الأعداد الطبيعية:

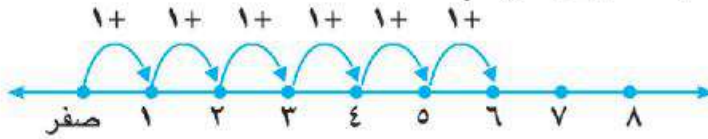
$$ط = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

لعلك تلاحظ أن الأعداد الطبيعية ط تمثل تتابعاً من الأعداد وفق

قاعدة معينة، هي:

«كل عدد يزيد على سابقه بمقدار الواحد»

والرسم التالي يوضح ذلك.



فمثلاً العدد الأول هو صفر، والعدد الثاني ١ يتكون من صفر + ١

(من خلال اتباع السهم)، والعدد الثالث ٢ يتكون من ١ + ١،

والعدد الرابع ٣ يتكون من ١ + ٢، والعدد الخامس ٤ يتكون من

١ + ٣ ..... وهكذا.

يسمى هذا التتابع من الأعداد «نمط عددي»

درست مجموعات جزئية من مجموعة الأعداد الطبيعية ط مثل:

$$\text{مجموعة الأعداد الفردية ف} = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$$

$$\text{مجموعة الأعداد الزوجية ز} = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$$

وكلاهما أيضاً تتابع من الأعداد وفق قاعدة هي: كل عدد يزيد على سابقه بمقدار ٢.

ولذلك يمكن تسمية أي منهما «نمط عددي».

**النمط العددي:** هو تتابع من الأعداد وفقاً لقاعدة معينة.

### ماذا تتعلم من هذا الدرس؟

من خلال مشاركتك النشطة

يمكنك أن تتوصل إلى:

استنتاج مفهوم النمط العددي.

كتابة أمثلة لأنماط عددية في المجموعة (ط).

وصف مثلث بسكال كأحد

الأنماط العددية المشهورة.

استنتاج أنماط عددية من مثلث

بسكال.

وصف النمط العددي في حالات

متنوعة.

### المفاهيم الرياضية

النمط العددي.

مثلث بسكال.

قاعدة النمط.

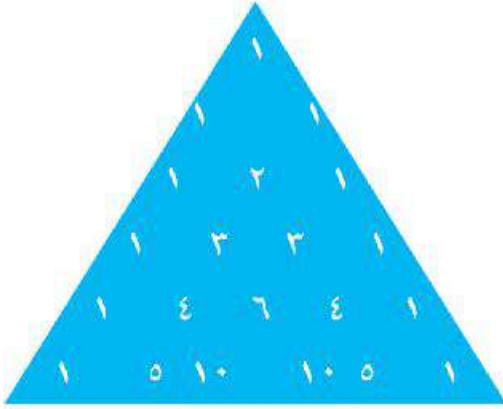
وصف النمط.



فيزيائي ورياضي فرنسي  
عاش في القرن السابع عشر  
في الفترة (١٦٢٣-١٦٦٢)،  
أسس لنظرية الاحتمالات  
في الرياضيات، وأخترع  
الألة الحاسبة التي  
سأهمت في التوصل إلى  
الحاسبات الحديثة، وقدم  
في عام (١٦٥٤) تنظيمًا  
ثلاثيًا من الأرقام سُمي مثلث  
باسكال كما بالشكل التالي:



Blaise Pascal



مثلث باسكال

مثلث باسكال:

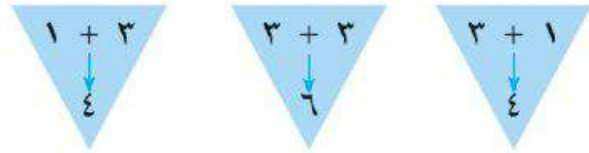
من الأنماط العددية المشهورة عالميًا مثلث باسكال:

لاحظ: من خلال مثلث باسكال أن:

كل صف يبدأ وينتهي بالعدد (واحد).  
بعد الصف الثاني نجد أن كل عدد يمثل مجموع العددين الأعلى منه مباشرة على يمينه ويساره فنجد مثلًا:

$$4 = 1 + 3, \quad 6 = 3 + 3, \quad 4 = 3 + 1$$

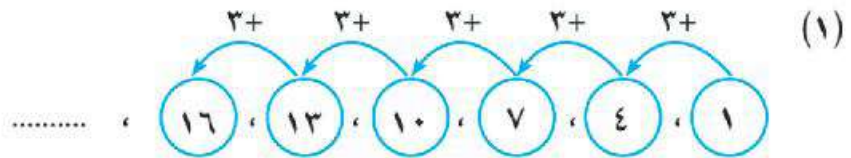
وتمثلها المثلثات التالية:



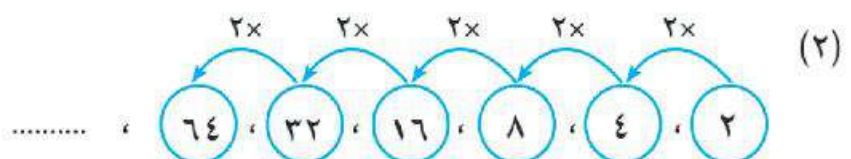
وصف النمط: يقصد به اكتشاف قاعدة النمط والتعبير عنها لفظيًا.

لاحظ وناقش:

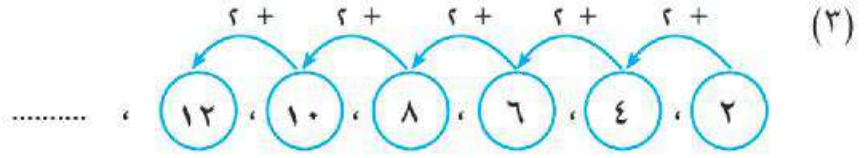
وصف النمط: كل عدد يزيد 3 على العدد السابق له



وصف النمط: كل عدد حاصل ضرب 2 في العدد السابق له



وَصِفُ النَّمَطُ:  
كل عدد يزيد بمقدار  
٢ عن العدد السابق  
له مباشرة



### مثال

أكمل الانماط العددية التالية بكتابة ثلاثة أعداد متتالية :

(أ) ..... ، ..... ، ..... ،  $\frac{1}{12}$  ،  $\frac{1}{6}$  ،  $\frac{1}{3}$

(ب) ..... ، ..... ، ..... ، ٢- ، ٤- ، ٦-

(ج) ..... ، ..... ، ١٢٨ ، ٣٢ ، ٨ ، ٢

### الحل

(أ)  $\frac{1}{96}$  ،  $\frac{1}{48}$  ،  $\frac{1}{24}$

(ب) صفر ، ٢ ، ٤

(ج) ٢٠٤٨ ، ٥١٢

الوحدة الثانية

# المعادلات والمتباينات

الدرس الأول : المعادلة والمتباينة من الدرجة الأولى.

الدرس الثاني : حل المعادلة من الدرجة الأولى في مجهول واحد.

الدرس الثالث : حل المتباينة من الدرجة الأولى في مجهول واحد.

منهاجي

متعة التعليم الهادف



## المعادلة والمتباينة من الدرجة الأولى

### مفهوم المعادلة :

#### فكر وناقش

- درست في العام الماضي العبارات الرياضية وعلمت أنها تنقسم إلى نوعين  
أ - عبارات عددية مثل :

$$24 = 8 \times 3, \quad 6 = 7 - 13, \quad 12 = 9 + 3$$

ب - عبارات رمزية مثل:

$$24 = \square \times 4, \quad 17 = 8 + \square, \quad 7 = \square - 9$$

#### لاحظ أن :

- العبارات العددية تسمى **جُملاً رياضية مغلقة** لأننا نستطيع الحكم عليها (صواب أم خطأ). العبارات الرمزية تسمى **جُملاً رياضية مفتوحة** لأننا لا نستطيع الحكم عليها (صواب أم خطأ) نظراً لوجود رمز مثل (  $\square$  أو  $s$  أو  $v$  ) قيمته مجهولة.

- عند استبدال الرمز بقيمته العددية تتحول الجملة المفتوحة إلى جملة رياضية مغلقة. فمثلاً في العبارة الرمزية:

$$17 = 8 + s$$

إذا استبدلنا  $s$  بالعدد 9 ينتج أن :

$$17 = 9 + 8$$

(جملة رياضية مغلقة)

تسمى الجملة الرياضية سواءً مغلقة أو مفتوحة (معادلة)

المعادلة : جملة رياضية تتضمن علاقة تساوي بين عبارتين رياضيتين

نستنتج من التعريف ما يلي:

(١) المعادلة لها طرفان بينهما علاقة (=) فمثلاً  $s + 1 = 7$ ، طرفها الأيمن العبارة الرياضية

ماذا تتعلم من هذا الدرس؟

من خلال مشاركتك النشطة

يمكنك أن تتوصل إلى:

- ◀ مفهوم المعادلة .
- ◀ مفهوم المتباينة.
- ◀ حل معادلة الدرجة الأولى في مجهول واحد بالتعويض.
- ◀ حل المتباينة ذات المجهول الواحد بالتعويض.

المفاهيم الرياضية

- ◀ الجملة الرياضية .
- ◀ الجملة الرياضية المغلقة.
- ◀ الجملة الرياضية المفتوحة.
- ◀ المجهول.
- ◀ درجة المعادلة.
- ◀ المتباينة.
- ◀ مجموعة التعويض.
- ◀ مجموعة الحل .

الرَّمْزِيَّةُ (س + ١) ، وطرفها الأيسر العبارة الرياضية العددية (٧)  
 (٢) في المعادلة  $٧ = ١ + س$  الرَّمْزُ (س) بالطرف الأيمن يُسَمَّى (المجهول) وهو الرَّمْزُ الذي  
 نريد معرفة قيمته.

مثال (١) : حدد أيًا مما يلي يمثل معادلة أم لا ، ولماذا؟

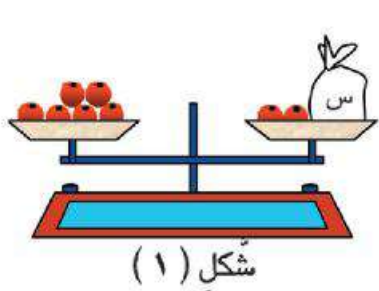
(أ)  $٥ + س$  (ب)  $٤ = ٥ - ٩$  (ج)  $١٢ = ٧ + س$

الحل:

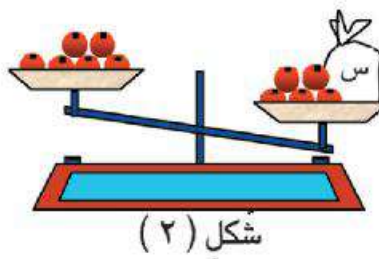
- (أ)  $٥ + س$  (لا تمثل معادلة) لأنها لا تتضمن تساوي عبارتين رياضيتين.  
 (ب)  $٤ = ٥ - ٩$  (تمثل معادلة) لأنها تتضمن تساوي عبارتين رياضيتين.  
 (ج)  $١٢ = ٧ + س$  (تمثل معادلة) لأنها تتضمن تساوي عبارتين رياضيتين.

مفهوم المتباينة:

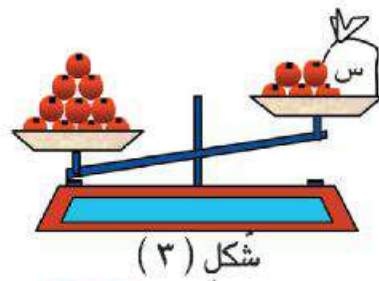
لاحظ وفكر:



١- في الشكل (١) المقابل ميزان في وضع التساوي، يوجد  
 بكفته اليمنى كيس به عدد غير معروف من التفاح (س) +  
 تفاحتان، وبكفته اليسرى عدد (٦) تفاحات، نُعبرُ عن  
 وضع الميزان بالمعادلة:  $٦ = ٢ + س$



٢- في شكل (٢) تم إضافة ثلاث تفاحات للطرف الأيمن،  
 فأصبح بذلك الطرف الأيمن (س + ٥) أكبر من الطرف  
 الأيسر (٦ تفاحات) ويمكن التعبير عن هذه الحالة بالجملة  
 الرياضية:  $٦ < ٥ + س$



٣- في شكل (٣) تم إضافة ٤ تفاحات للطرف الأيسر، فأصبح  
 الميزان كما بالشكل المقابل ويُعبرُ عنه بالجملة الرياضية  
 $١٠ > ٥ + س$  من ٢، ٣ نجد أن: كلاً من الجملة الرياضية  
 $١٠ > ٥ + س$ ،  $٦ < ٥ + س$  تُسمى متباينة لوجود علامة  
 التباين بين الطرفين.

المتباينة جملة رياضية تتضمن علاقة التباين بين عبارتين رياضيتين

مثال (٢) : حدّد أيّ مما يلي مُعادلة أم مُتباينة مع ذكر السبب :

(أ)  $3 < 5 - s$  (ب)  $17 - s$  (ج)  $7 > 2s$

الحل :

(أ)  $3 < 5 - s$  مُتباينة لوجود علاقة التباين بين العبارتين الرياضيتين.  
 (ب)  $17 - s$  ليست مُعادلة أو مُتباينة لأنها لا تتضمن تساوي أو تبايناً بين عبارتين رياضيتين.  
 (ج)  $7 > 2s$  مُتباينة لوجود علاقة التباين بين العبارتين الرياضيتين.

درجة المعادلة :

تحدّد درجة المعادلة بأكبر قوة أو (أس) مرفوع لها المجهول (الرمز) بالمعادلة فمثلاً:  
 معادلة من الدرجة الأولى في مجهول واحد هو (س).  $s + 5 = 7$   
 معادلة من الدرجة الثانية في مجهول واحد هو (س).  $s^2 + 3 = 8$   
 معادلة من الدرجة الثالثة في مجهول واحد هو (س).  $s^3 - 2 = 29$

وسوف نكتفي هذا العام بدراسة المعادلات والمتباينات من الدرجة الأولى في مجهول واحد

حل المعادلة أو المتباينة :

يقصد بحل المعادلة أو المتباينة التوصل لقيمة المجهول (الرمز) الموجود بالمعادلة أو المتباينة ، ولكي يتم ذلك نحتاج إلي مايسمي بمجموعة التعويض ، وهي مجموعة من الأعداد الصحيحة ، ويتم التعويض بعناصرها في طرفي المعادلة أو المتباينة لبحث إمكانية تحقيقها

- أية عناصر من عناصر مجموعة التعويض يحقق طرفي المعادلة (يجعلها متساوية) يُمثل مجموعة الحل للمعادلة.

مثال (٣) :

باعتبار مجموعة التعويض  $L = \{0, 1, 2, 3\}$  أوجد مجموعة حل كل من :

المعادلة  $s + 3 = 5$  ، المتباينة  $s + 3 > 5$

الحل: أولاً: حل المعادلة  $s + 3 = 5$  :

نعوض بعناصر مجموعة التعويض  $L$  في الطرف الأيمن ( $s + 3$ ) لتحديد العناصر التي تحقق المعادلة كما يلي:

عندما $s = 0$	يكون $0 + 3 = 3 \neq 5$	إذن العدد (صفر) لا يحقق المعادلة.
عندما $s = 1$	يكون $1 + 3 = 4 \neq 5$	إذن العدد (1) لا يحقق المعادلة.
عندما $s = 2$	يكون $2 + 3 = 5 = 5$	إذن العدد (2) يحقق المعادلة.
عندما $s = 3$	يكون $3 + 3 = 6 \neq 5$	إذن العدد (3) لا يحقق المعادلة.

نستنتج أن مجموعة الحل  $= \{2\}$  لاحظ أن  $\{0, 1, 2, 3\} \supset \{2\}$

ثانياً: حل المتباينة  $s + 3 > 5$  :

عندما $s = 0$	يكون $0 + 3 = 3 < 5$	إذن العدد (صفر) يحقق المتباينة.
عندما $s = 1$	يكون $1 + 3 = 4 < 5$	إذن العدد (1) يحقق المتباينة.
عندما $s = 2$	يكون $2 + 3 = 5 \not> 5$	إذن العدد (2) لا يحقق المتباينة.
عندما $s = 3$	يكون $3 + 3 = 6 > 5$	إذن العدد (3) لا يحقق المتباينة.

نستنتج أن مجموعة الحل  $= \{1, 0\}$  لاحظ أن  $\{0, 1, 2, 3\} \supset \{1, 0\}$

مما سبق نتوصل إلى أن:

- في حالة المعادلة من الدرجة الأولى في مجهول واحد - للمجهول قيمة واحدة هي أحد عناصر مجموعة التعويض.
- في حالة المتباينة من الدرجة الأولى في مجهول واحد - للمجهول قيمة واحدة أو أكثر من عناصر مجموعة التعويض.

مجموعة التعويض هي المجموعة التي ينتمي إليها المجهول (الرمز) في المعادلة أو المتباينة

مجموعة الحل هي المجموعة التي تحقق عناصرها المعادلة أو المتباينة

مجموعة الحل هي مجموعة جزئية من مجموعة التعويض.

## حل المعادلة من الدرجة الأولى في مجهول واحد

تعلمت من دراستك السابقة أن :

حل المعادلة هو : التوصل إلى قيمة المجهول ( الرمز ) الموجود بالمعادلة ، وفي الدرس السابق تم ذلك باستخدام مجموعة التعويض للوصول إلى مجموعة الحل ، ونظرًا لأن هذه الطريقة طويلة وشاقة ، خاصة إذا كانت عناصر مجموعة التعويض كثيرة ، وربما تكون مستحيلة لو كانت مجموعات التعويض عناصرها لا نهائية مثل ط أو ص ؟  
لذا تم الاتفاق على طرق أيسر وأبسط تعتمد بشكل أساسي على خواص التساوي في ط ، ص والتي نتناولها فيما يلي :

**خواص التساوي في ط ، ص :**

**(١) خاصية الإضافة والحذف :**

ماذا تتعلم من هذا الدرس؟

من خلال مشاركتك النشطة

يمكنك أن تتوصل إلى :

✦ خواص التساوي في ط ، ص .

✦ خاصية الإضافة والحذف في

ط ، ص .

✦ خاصية الضرب والقسمة في

ط ، ص .

✦ حل معادلة الدرجة الأولى في

مجهول واحد باستخدام خواص

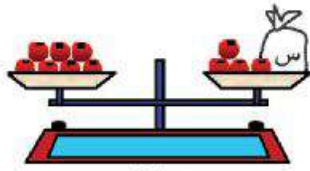
التساوي في ط

المفاهيم الرياضية

✦ الإضافة والحذف .

✦ الضرب والقسمة .

– الشكل ( ١ ) المقابل يعبر عن تساوي كفتي ميزان حيث :

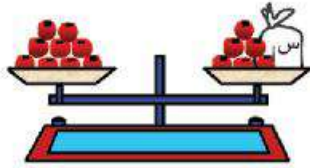


شكل (١)

**الكفة الأولى :** بها كيس فيه عدد غير معروف من التفاح مضافاً إليه أربع تفاحات

**الكفة الثانية :** بها ٧ تفاحات ، يمكن التعبير عن الميزان في هذه

الحالة بالمعادلة :  $٧ = ٤ + س$

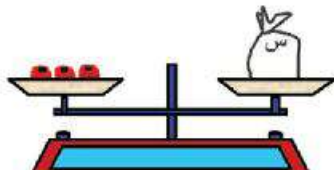


شكل (٢)

– إذا أضفنا تفاحتين في كل كفة بالميزان (شكل ٢) فإن كفتي

الميزان تظلان متعادلتان ويعبر عنهما بالمعادلة:

$س + ٤ + ٢ = ٢ + ٧$  أي  $س + ٦ = ٩$



شكل (٣)

– إذا حذفنا ست تفاحات من كل كفة بالميزان (شكل ٢) فإن كفتي

الميزان تظلان متعادلتان كما بشكل (٣) ويعبر عنهما بالمعادلة:

$س + ٦ - ٩ = ٦ - ٩$  أي  $س = ٣$



مما سبق نستنتج أن:

إذا كان  $a, b, c$  ، ج ثلاثة أعداد في  $\mathbb{R}$   
 وكان  $a = b$  فإن  $a + c = b + c$   
 $a - c = b - c$  ،

والسؤال الآن: كيف يمكن استخدام خاصية الإضافة والحذف في حل معادلة الدرجة الأولى

ذات المجهول الواحد في  $\mathbb{R}$  ،  $\mathbb{C}$  ؟

- يتضح ذلك من خلال الأمثلة التالية:

**مثال (١):** حل المعادلة  $3 = 2 - x$  في  $\mathbb{R}$

**الحل:**  $3 = 2 - x$  بإضافة  $x$  للطرفين

$3 + x = 2 - x + x$  (خاصية المعكوس الجمعي)

$3 + x = 2$  (خاصية المحايد)

$x = 2 - 3$  إذن مجموعة الحل  $\{x\} = \{ -1 \}$  أو  $x = -1$ .

حيث أن:  $x = -1$  تعني مجموعة الحل

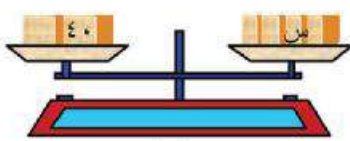
التحقق من صحة الحل:

للتحقق من صحة الحل يتم التعويض عن  $x = -1$  في المعادلة  $3 = 2 - x$

إذن:  $3 = 2 - (-1)$  أي  $3 = 3$

### (٢) خاصية الضرب والقسمة:

- الشكل (١) المقابل يعبر عن حالة تساوي بين كفتي ميزان



شكل (١)

**الكفة الأولى:** أربع قطع معدنية لها نفس الوزن ووزن كلا منها

$s$ .

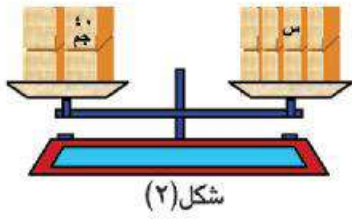
**الكفة الثانية:** بها قطعتين من المعدن ووزن كل منهما  $40$  جرام

يمكن التعبير عن الميزان في هذه الحالة بالمعادلة:

$$40 + 40 = 4s$$

أي أن:  $80 = 4s$





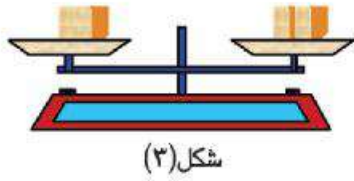
شكل (٢)

إذا ضاعفنا الوزن في كلا الكفتين فأصبح بالكفة الأولى (٨) قطع لكل منها نفس الوزن (س)، وبالكفة الثانية (٤) قطع وزن كل منها ٤٠ جرام .

يمكن التعبير عن الميزان في هذه الحالة بالمعادلة :

$$٨ س = ٤ \times ٤٠$$

إذا حذفنا ثلاثة أرباع الوزن من كل كفة ليصبح بالكفة الأولى قطعة واحدة وزنها ٤٠ جرامًا وبالكفة الثانية صندوقين



شكل (٣)

لكل منهما نفس الوزن وليكن (س) كما بشكل (٣) ويمكن التعبير عن الميزان في هذه الحالة

$$٨ س = ٤ \times ٤٠$$

مما سبق نستنتج أن:

إذا كان أ، ب، ج ثلاثة أعداد في صـ

وكان أ = ب فإن: أ × ج = ب × ج

وكان أ = ب فإن: أ ÷ ج = ب ÷ ج ، ج ≠ ٠

والسؤال الآن :

كيف يمكن استخدام خاصية الضرب والقسمة في حل معادلة الدرجة الأولى ذات المجهول الواحد في ط ، صـ ؟ - يتضح ذلك من خلال الأمثلة التالية :

مثال (٢) : حل المعادلة : ٤س = ٢٤

في ط

بقسمة الطرفين على ٤

أي أن م . ح = { ٦ }

$$\frac{٢٤}{٤} = \frac{٤س}{٤}$$

$$٦ = س$$



مثال (٣) : حل المعادلة :  $2س + 1 = 13$  في ط ، ص

إضافة (-١) للطرفين

الحل :  $2س + 1 - 1 = 13 - 1$

$2س = 12$  بالقسمة على ٢

$$\frac{2س}{2} = \frac{12}{2}$$

إذن  $س = 6$

إذن ح.م = {6}  $\supset$  ط  
 $\supset$  ص

مثال (٤) : حل المعادلة :  $2س + 9 = 23$  في ط ، ص

أولاً : تطبيق خاصية الإضافة والحذف :

(بحذف العدد ٩ من الطرفين بإضافة (-٩) للطرفين)

$2س + 9 = 23$

$2س + 9 + (-9) = 23 + (-9)$  (خاصية المعكوس الجمعي)

$2س = 14$

ثانياً : تطبيق خاصية الضرب والقسمة :

(بقسمة الطرفين على ٢)

$2س = 14$

أي أن :

$2س \div 2 = 14 \div 2$

إذن المعادلة ليس لها حل في ط ، ويكون ح.م =  $\emptyset$

$س = 7$

إذن ح.م = {7}

$س = 7 \in \text{ص}$

مثال (٥)

عدد إذا أضيف إلى ثلاثة أمثاله أصبح الناتج ٧٢.

أوجد الحل.

الحل :

نضرب أن العدد هو س

إذن ثلاثة أمثاله =  $3س$

$3س + س = 72$

(بالقسمة الطرفين على ٤)

$4س = 72$

$$\frac{4س}{4} = \frac{72}{4}$$

$س = 18$

العدد هو ١٨

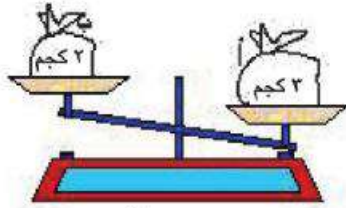


## حل المتباينة من الدرجة الأولى في مجهول واحد

تعلّمت من الدروس السابقة حلّ المعادلة باستخدام خواصّ التساوي في كلّ من ط، صه للتغلب على مُشكلات حلّ المعادلة بالتعويض، وفي هذا الدرس سوف نتعرّض لحلّ المتباينة من الدرجة الأولى في مجهول واحد باستخدام خواصّ التباين في ط، صه، نظراً لأنّ حلّ المتباينة بطريقة التعويض يعدّ طويلاً ومُرهقاً ومُستحيلاً أحياناً مع المجموعات غير المنتهية:

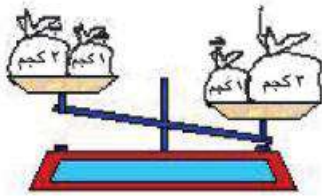
### خواصّ التباين في ط، صه :

(أ) خاصية الإضافة والحذف: (لاحظ وناقش)



شكل (١)

الإضافة: الشكل (١)  
المقابل به كفتنا ميزان غير  
متساويتين



شكل (٢)

بالكفة الأولى: كيس (أ) به كمية من الأرز وزنها ٣ كجم  
بالكفة الثانية: كيس (ب) به كمية من الأرز وزنها ٢ كجم  
واضح من الشكل أنّ الكيس (أ) أثقل من الكيس (ب) نظراً لأنّ كمية  
الأرز التي به أكبر من الكمية التي بالكيس (ب) يمكن التعبير عن  
هذه الحالة بالمتباينة  $(٢ < ٣)$  أو  $(أ < ب)$

- بإضافة كيس آخر (ج) وزنه ١ كيلو جرام إلى الكفتين نلاحظ:

استقرار الميزان في نفس وضعه كما بالشكل (٢) يمكن التعبير عن

حالة الميزان في شكل (٢) بالمتباينة  $(١ + ٢ < ١ + ٣)$  أو  $(أ + ب < ج + ب)$

ماذا تعلم من هذا الدرس؟

من خلال مشاركتك النشطة

يمكنك أن تتوصل الي :

◀ خواص التباين في ط، صه

وهي :

◀ خاصية الإضافة والحذف في

ط، صه .

◀ خاصية الضرب والقسمة في

ط، صه .

◀ حل متباينات الدرجة الأولى

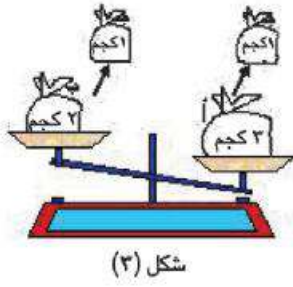
باستخدام خواص التباين في

ط، صه

المفاهيم الرياضية

◀ الإضافة والحذف .

◀ الضرب والقسمة .

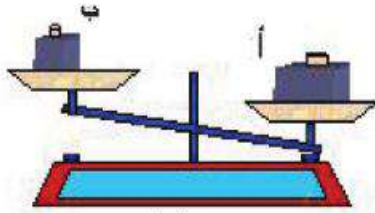


شكل (٣)

**الحذف:** بحذف الكيس (ج) من كلا الكفتين شكل (٣)، نلاحظ عودة الميزان إلى الحالة الأولى شكل (١).

مما سبق نستنتج: إذا كان أ، ب، ج ثلاثة أعداد في ط أو في ص، وكان أ < ب فإن: أ + ج < ب + ج حيث ج عدد موجب أو سالب

### (ب) خاصية الضرب والقسمة:



شكل (١)

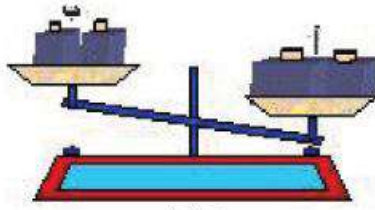
**الضرب:** الشكل (١) المقابل يمثل كفتي ميزان غير متساويتين في الكفة الأولى: نُقل (أ) قدره ٢ كجم.

في الكفة الثانية: نُقل (ب) قدره ١ كجم.

وَأضح أنه يمكن التعبير عن وضع الميزان بالمتباينة (أ < ب).

إذا تمّ تضعيف الثقل في كل كفة أي (إضافة نفس الثقل)،

ماذا تتوقع؟



شكل (٢)

**لاحظ:** يستقر وضع الميزان في نفس وضعه كما بشكل (٢)

يمكن التعبير عن وضع الميزان في هذه الحالة بالمتباينة

$$(٢ + ١ < ٢ + ١)$$

أي (٢ × ٢ < ٢ × ٢) والتي تعني (٢ × ٢ < ٢ × ٢).

فمثلاً: (١) نعلم أن  $٧ < ٥$  (علاقة صحيحة)  
، بضرب الطرفين في ٣ ينتج أن:  $٣ \times ٧ < ٣ \times ٥$  أي  $٢١ < ١٥$  (علاقة صحيحة)

(٢) نعلم أن  $٤ < ٣$  (علاقة صحيحة)  
، بضرب الطرفين في -٢ ينتج أن:  $٤ \times (-٢) > ٣ \times (-٢)$  أي أن  $(-٨) > (-٦)$  (علاقة صحيحة)

لاحظ: تغيير علامة التباين من  $<$  إلى  $>$  لأن العدد الذي تم الضرب فيه وهو (-٢)، جعل (-٨) على يسار العدد (-٦) على خط الأعداد.

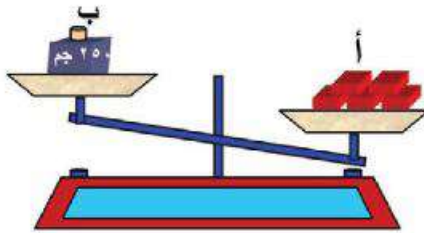
مما سبق نستنتج ما يلي:

إذا كان  $٠$ ،  $ب$ ،  $ج$  أعداداً صحيحة وكان:

$٠ < ب$ ،  $ج$  فإن  $٠ < ب \times ج$

$٠ > ب$ ،  $ج$  فإن  $٠ > ب \times ج$

القسمة :



الشكل المقابل يوضح وضع كفتي الميزان كما يلي:

بالكفة الأولى: خمس قطع شيكولاتة متساوية الوزن، وزن كل منها (س)

بالكفة الثانية: ثقل قدره ٢٥٠ جرام.

يمكن التعبير عن وضع الميزان بالمتباينة  $(٥ < س < ٢٥٠)$

أي  $(٥٠ \times ٥ < س)$

بالقسمة  $٥ \div$  في الطرفين

ينتج أن:  $٥٠ < س$

لاحظ: عند القسمة  $\div$  عدد سالب يتغير اتجاه علامة التباين.

مثلاً: إذا كان  $٣٠ > س$

أي:  $٣ \times س > ١٠ \times ٣$  (بالقسمة  $\div (-٣)$ )

ينتج أن:  $س < (-١٠)$  (علاقة صحيحة)

مِمَّا سَبَقُ نَسْتَنْتِجُ مَا يَلِي:

إذا كَانَ  $m$  ،  $b$  ،  $c$  أعدادًا طَبِيعِيَّةً أَوْ صَحِيحَةً وَكَانَ:

$$m > b \text{ ، } c < 0 \text{ فإن } m > b$$

$$m > b \text{ ، } c > 0 \text{ فإن } m < b$$

ملاحظات: يمكن تلخيص العمليات الأربع على المتباينات في ط ، ص فيما يلي:

(أ) يمكن إضافة عدد ثابت إلى طرفي المتباينة ، دون أن يتغير اتجاهها .

(ب) يمكن طرح عدد ثابت من طرفي المتباينة ، دون أن يتغير اتجاهها (بشرط إمكانية الطرح) .

(ج) يمكن ضرب أو قسمة طرفي المتباينة (في أو على) عدد ثابت موجب ، دون أن يتغير اتجاه علامة التباين .

(د) يمكن ضرب أو قسمة طرفي المتباينة (في أو على) عدد ثابت سالب ، مع تغيير اتجاه علامة التباين .

**مثال (١):** أوجد مجموعة حل المتباينة  $s + 4 > 7$  حيث  $s \in \mathbb{P}$  ، ثم مثل مجموعة الحل على خط الأعداد .

**الحل:**  $s + 4 > 7$  (ب طرح العدد ٤ من الطرفين) (الحذف)

$$s + 4 - 4 > 7 - 4$$

**أي أن:**  $s > 3$  إذن مجموعة الحل م . ح =  $\{0, 1, 2, \dots\}$



**مثال (٢):** أوجد مجموعة حل المتباينة  $2s + 9 > 1$  ، ومثلها على خط الأعداد إذا كانت

$$(1) \text{ } s \in \mathbb{P} \quad (2) \text{ } s \in \mathbb{V}$$

**الحل:** (١) في ط :  $2s + 9 > 1$  (ب طرح ٩ من الطرفين) (الحذف)

$$2s + 9 - 9 > 1 - 9$$

$$2s > -8 \quad (2) \text{ } s > -4$$

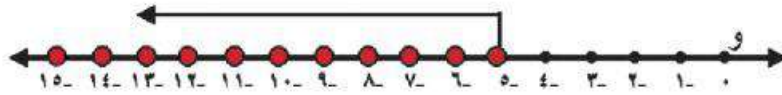
س  $> -4$  غير ممكنة في ط

إذن مجموعة الحل في ط  $= \emptyset$

(٢) في ص  $\sim$  : حيث أن س  $> -4$  ممكنة في ص  $\sim$

إذن مجموعة الحل في ص  $\sim$   $= \{ -5, -6, -7, \dots \}$  ..

وبيانها على خط الأعداد هو :



مثال (٣)

أوجد مجموعة حل المتباينة : س  $3 - 2 \leq 4$  حيث س  $\exists$  ص  $\sim$   
ومثلها على خط الأعداد

الحل

$$\text{س } 3 - 2 + 2 \leq 2 + 4 \quad (\text{خاصية المعكوس الجمعي})$$

$$\text{س } 3 + 0 \leq 6 \quad (\text{خاصية المحايد الجمعي})$$

$$\text{س } 3 \leq 6 \quad (\text{بالقسمة على } 3)$$

$$\text{س } \leq 2$$

أي أن مجموعة الحل م.ح  $= \{ 2, 3, 4, 5, \dots \}$





# الهندسة والقياس

الدرس الأول : المسافة بين نقطتين في مستوى الاحداثيات .

الدرس الثاني : التحويلات الهندسية : الانتقال .

الدرس الثالث : مساحة الدائرة .

الدرس الرابع : المساحة الجانبية والكلية لكل من :

● المكعب

● متوازي المستطيلات .



## المسافة بين نقطتين في مستوى الإحداثيات

١

### فكر وناقش:

ماذا تتعلم من هذا الدرس؟

من خلال مشاركتك النشطة

يمكنك أن تتوصل إلى:

➤ ماذا تتعلم من هذا الدرس

➤ حساب المسافة بين نقطتين على شعاع.

➤ حساب المسافة بين نقطتين في مستوى الإحداثيات ط.

➤ حساب المسافة بين نقطتين على خط مستقيم.

➤ حساب المسافة بين نقطتين في مستوى الإحداثيات ص.

➤ تحديد نقاط في مستوى الإحداثيات ص.

### المفاهيم الرياضية

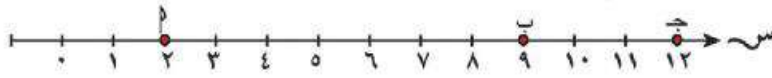
➤ خط أفقي.

➤ خط رأسي.

➤ مستوى الإحداثيات ص.

أ) المسافة بين نقطتين على شعاع:

درست بالعام الماضي المسافة بين أي نقطتين على شعاع أفقي أو شعاع رأسي لاحظ من الشكل التالي:



النقاط ١، ب، ج تمثلها الأعداد ٢، ٩، ١٢ على الترتيب.

المسافة بين النقطتين ١، ب هي:

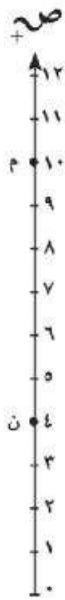
طول ١ب = احداثي نقطة النهاية - احداثي نقطة البداية

$$١ب = ٩ - ٢ = ٧ \text{ وحدة طول}$$

$$\text{أكمل: أ ج} = ١٢ - ٢ = ١٠ \text{ وحدة طول}$$

$$\text{ب ج} = \dots - \dots = \dots \text{ وحدة طول}$$

$$\text{ن م} = ١٠ - ٤ = ٦ \text{ وحدة طول}$$

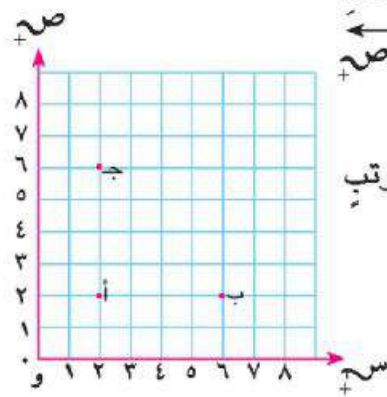


ب- المسافة بين نقطتين في مستوى الإحداثيات للأعداد الطبيعية:

درست بالعام الماضي أيضًا مستوى الإحداثيات للأعداد الطبيعية، وهو اتحاد الشعاعين الأفقي وس، والرأسي وص كما بالشكل المقابل:

يتحدد موضع أي نقطة في مستوى الأعداد الطبيعية بزوج مرتب وحيد.

لاحظ: من الشكل: ١ (٢، ٢)، ب (٢، ٦)، ج (٦، ٢)



- عند حساب المسافة بين نقطتين :

١- حدد القطعة المستقيمة الواصلة بينهما.

٢- حدد هل هي توازي وسـ أم و صـ

٣- إذا كانت توازي وسـ احسب كأنك على شعاع أفقي، وإذا كانت توازي و صـ احسب كأنك على شعاع رأسي.

أكمل من الشكل السابق:  $٥ = ٤$  وحدات ،  $٤ = ٤$  وحدات

نوع  $\Delta$   $٥ = ٤$  جـ من حيث أضلاعه هو متساوي الساقين

ج- المسافة بين نقطتين على خط مستقيم :

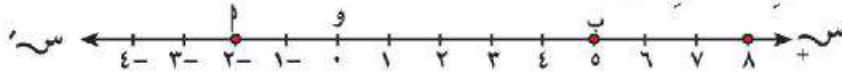
- يقصد بالخط المستقيم هنا خط الأعداد الصحيحة سواء أفقياً أم رأسياً.

وكما علمت فهو توسيع لشعاع الأعداد الطبيعية بإضافة صـ

- عند حساب المسافة بين نقطتين على خط الأعداد الصحيحة نأخذ في الاعتبار:

١- القيمة المطلقة وهي  $|\text{عدد نقطة النهاية} - \text{عدد نقطة البداية}|$

٢- خواص الجمع والطرح في صـ



لاحظ : من الشكل : النقطة أ تمثل العدد  $(-2)$  ، النقطة ب تمثل العدد ٥ فإن :

$$٥ = ٣ = |(-2) - 5| = |٣ - ٥| = ٢ \text{ وحدات}$$

$$\text{أكمل : } ٥ = ٣ = |(-2) - ٥| = |٣ + ٥| = ٢ \text{ وحدة}$$

$$٥ = ٤ = |(-1) - 5| = |٥ + ١| = ٤ \text{ وحدات}$$

د- المسافة بين نقطتين في مستوى الإحداثيات للأعداد الصحيحة :

الشكل المقابل يمثل مستوى الأعداد الصحيحة :

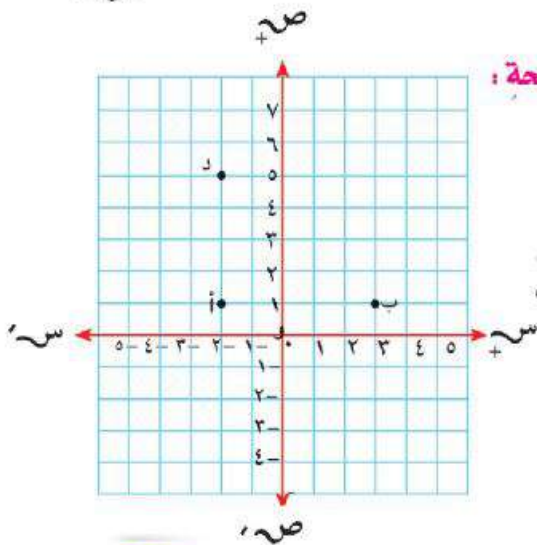
لاحظ : يتحدد موضع أي نقطة بزوج مرتب (س ، ص)

- حساب المسافة بين نقطتين يتم كما كان يحدث

في مستوى ط ، ولكن مع الأخذ في الاعتبار:

- توسيع الأعداد وتمديدتها بإضافة صـ

- خواص عمليتي الجمع والطرح في صـ



$$\begin{aligned} \text{مِن الشَّكْلِ: } \text{ب} (1, 2), \text{ب} (1, 3), \text{س} (5, 2) \quad \text{أ} \text{ب} // \text{س} \text{س} \quad \text{أ} \text{ب} // \text{ص} \text{ص} \\ \text{ب} = |\text{ب} - \text{ب}| = |1 - 1| = 0 \quad \text{س} = |(2 - 2) - 3| = 5 \\ \text{ب} = \text{س} = \dots = \dots = \dots = \text{س} \end{aligned}$$

- حَدِّدْ مَوْضِعَ النُّقْطَةِ ج (5, 3)، وَتَحَقَّقْ مِنْ أَنَّ الشَّكْلَ ب ج س مُتَوَازِي أَضْلَاعٍ، ثُمَّ احْسَبْ مُحِيطَهُ - مِسَاحَتَهُ.

### مثال :

على مستوى الأحداثيات المقابل إذا كان و أ ب ج مربعاً حيث

$$\text{و} (0, 0), \text{أ} (0, 3), \text{ب} (3, 3), \text{ج} (3, 0)$$

(أ) حدد موضع النقاط و، أ، ج

(ب) أوجد الزوج المرتب (س، ص) الذي يمثل الرأس ب

(ج) أوجد محيط ومساحة المربع و أ ب ج

الحل (أ) تم تحديد النقاط و، أ، ج كما بالشكل المقابل

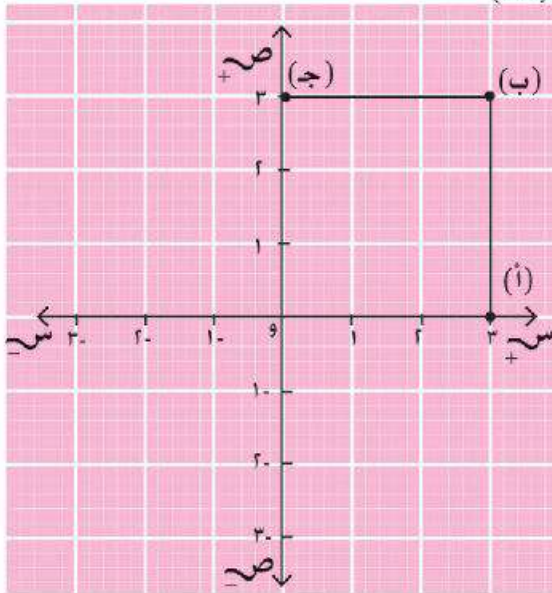
(ب) حيث أن و أ ب ج مربع في الشكل تكون ب (س، ص) = (3, 3)

(ج) محيط المربع = 4 × طول الضلع

$$= 4 \times 3 = 12 \text{ وحدة طول}$$

مساحة المربع = طول الضلع × نفسه

$$= 3 \times 3 = 9 \text{ وحدة مربعة}$$



## التحويلات الهندسية: الانتقال

٢

فكر وناقش :

درست بالعام الماضي التحويلة الهندسية وعلمت أن :

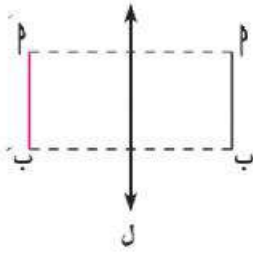
التحويلية الهندسية



تُحول كل نقطة  $A$  في المستوى إلى نقطة  $A'$  في نفس المستوى

كما درست تحويل الانعكاس:

من الشكل المقابل  $A'$  صورة  $A$  بالانعكاس في المستقيم  $l$



لاحظ: المستقيم  $l$  هو محور الانعكاس

$$AA' \perp l$$

$$l \text{ // } AA'$$

ما اسم الشكل  $AA'$ ؟ ولماذا؟

هل يوجد للشكل محاور تماثل؟ اذكرها إن وجدت.

الآن سوف ندرس الانتقال:

في الشكل المقابل: هانى يريد دفع الكرة إلى أحمد



لاحظ: لكي تنتقل (تصل) الكرة إلى أحمد لابد من شيئين هما:

١- أن تتحرك الكرة كل المسافة من هانى إلى أحمد.

٢- أن تذهب الكرة في اتجاه أحمد

معنى ذلك: لكي يتم الانتقال يجب معرفة شيئين:

• مقدار الانتقال

• اتجاه الانتقال

في الصورة: - مقدار الانتقال (المسافة بين هانى وأحمد).

- اتجاه الانتقال (الاتجاه من هانى إلى أحمد).

ماذا تتعلم من هذا الدرس؟

من خلال مشاركتك النشطة

يمكنك أن تتوصل إلى:

- مفهوم التحويلية الهندسية .
- مفهوم الانتقال .
- إيجاد صورة نقطة بالانتقال في مستوى الصفحة .

• إيجاد صورة نقطة بالانتقال في مستوى الإحداثيات .

• إيجاد صورة قطعة مستقيمة بالانتقال في مستوى الإحداثيات

• إيجاد صورة شكل هندسى بالانتقال في مستوى الإحداثيات

• تحديد التماثل والانعكاس والانتقال من خلال أمثلة حياتية

المفاهيم الرياضية

- التحويلية الهندسية .
- الانتقال .
- مستوى الصفحة .
- مستوى الإحداثيات .



وسوف نتناول فيما يلي حالات الانتقال وهي :

**أولاً : انتقال نقطة في مستوى**

(أ) في مستوى الصفحة

**أعمل وناقش**

**نشاط (١) :** من خلال مستوى الصفحة

ارسم  $\vec{m}$  ، حدد النقطة  $P$   $\vec{m}$  كما بالشكل :

المطلوب : إزاحة النقطة  $P$  مسافة  $\epsilon$  سم في اتجاه  $\vec{m}$

**الحل :**

١- ارسم من  $P$  شعاعاً يوازي  $\vec{m}$  ليأخذ نفس اتجاهه

وليكن  $P'$  كما بالشكل المقابل :

٢- عين على  $P$  النقطة  $P'$  بحيث  $PP' = \epsilon$  سم

لاحظ :  $P'$  صورة النقطة  $P$  بانتقال قدره  $\epsilon$  سم في اتجاه  $\vec{m}$

**في المثال السابق :** مقدار الانتقال  $\epsilon$  سم ، اتجاه الانتقال هو اتجاه  $\vec{m}$

**نشاط (٢) :** ماذا لو كان المطلوب هو : إيجاد صورة النقطة  $P$  بانتقال  $\vec{m}$  في اتجاه  $\vec{m}$

**الحل :**

لذا نستخدم الفرجار من خلال الخطوات التالية :

- ارسم من  $P$  شعاعاً  $\vec{m}$  يوازي  $\vec{m}$  ويأخذ نفس اتجاهه .
- أركز سن الفرجار عند  $m$  ، وسن القلم الرصاص عند  $(n)$
- خذ نفس الفتحة ، وأركز سن الفرجار عند  $(P)$  وارسم قوساً من دائرة نصف قطرها  $m$   $n$
- نقطة تقاطع القوس مع  $\vec{m}$  هي  $P'$

لاحظ :  $P'$  هي صورة النقطة  $P$  بانتقال قدره  $(m)$  في اتجاه  $\vec{m}$

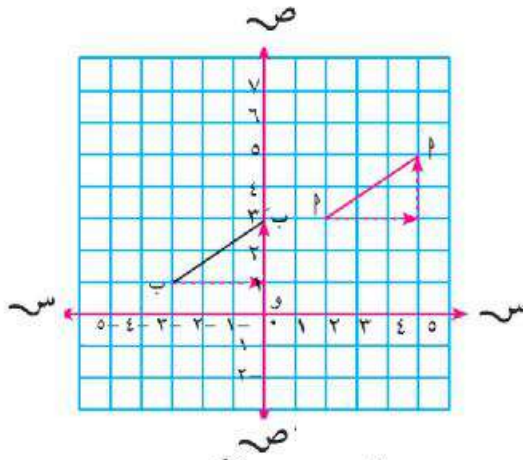
$$PP' = m \quad , \quad \vec{PP'} // \vec{m}$$

(ب) في مستوى الإحداثيات للأعداد الصحيحة:

الانتقال في مستوى الإحداثيات: يحول كل نقطة  $P$  في المستوى إلى نقطة  $P'$  في نفس المستوى عن طريق إزاحة (ج) في اتجاه  $S$  يتبعها إزاحة (د) في اتجاه  $ص$ ، بحيث:

$$P' = (س، ص) = (س + ج، ص + د)$$

**مثال ( ١ ) :** في الشكل المقابل: أوجد صورة النقطتين  $P(٣، ٢)$ ،  $P'(-٣، ١)$  بالانتقال  $(س+٣، ص+٢)$



**الحل :**

أولاً: نحدد مقدار واتجاه الانتقال وهو إزاحة ٣ وحدات في اتجاه  $S$ ، يتبعها إزاحة ٢ وحدة في اتجاه  $ص$  ←  
ثانياً: نوجد صورة كل نقطة على حدة كما يلي:

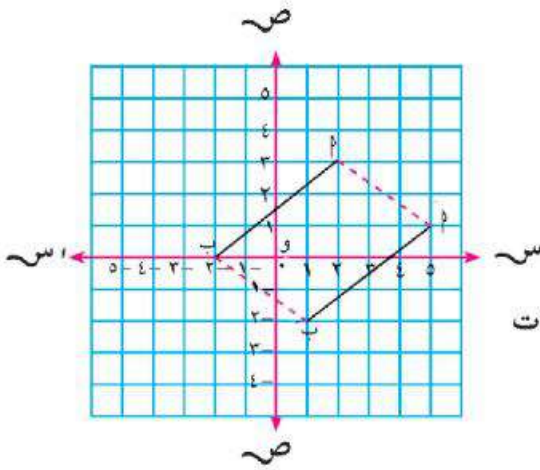
$$P = (٥، ٥) = (٢+٣، ٢+٢)$$

$$P' = (-٣، ٠) = (٢+١، ٣+٣-)$$

لاحظ: النقاط والأسهم على الرسم توضح تتابع الانتقال مقداراً واتجاهاً في كل حالة.

**ثانياً: انتقال قطعة مستقيمة في المستوى**

**مثال ( ٢ ) :** في الشكل المقابل: أوجد صورة القطعة المستقيمة  $PP'$  حيث:  $P(٣، ٢)$ ،  $P'(-٣، ٢)$  بالانتقال  $(س+٣، ص-٢)$



**الحل :**

أولاً: نحدد مقدار واتجاه الانتقال وهو إزاحة ٣ وحدات في اتجاه  $S$ ، يتبعها إزاحة ٢ وحدة في اتجاه  $ص$  ←  
ثانياً: نوجد صورة كل نقطة على حدة كما يلي:

$$P = (١، ٥) = (٢-٣، ٢+٢)$$

$$P' = (-٢، ١) = (٢-٠، ٣+٢-)$$

لاحظ:

$$P' = \text{صورة } P \text{ بالانتقال } (س+٣، ص-٢)$$

$$P' = P، \quad P' // P$$



ثالثًا: انتقال شكل هندسي في المستوى :

مثال (٣) : في الشكل المقابل  $\Delta$  ب ج حيث ب (١، ٠)، ج (٣، ٢)، ج (٤، ١-)

أوجد صورة  $\Delta$  ب ج بالانتقال (س + ٢، ص + ٣)

الحل :

أولًا: نحدد مقدار واتجاه الانتقال وهو:

٢ سم في اتجاه س<sup>+</sup> يتبعها ٣ سم في ص<sup>+</sup>

ثانيًا: نوجد صورة كل نقطة على حدة كما يلي :

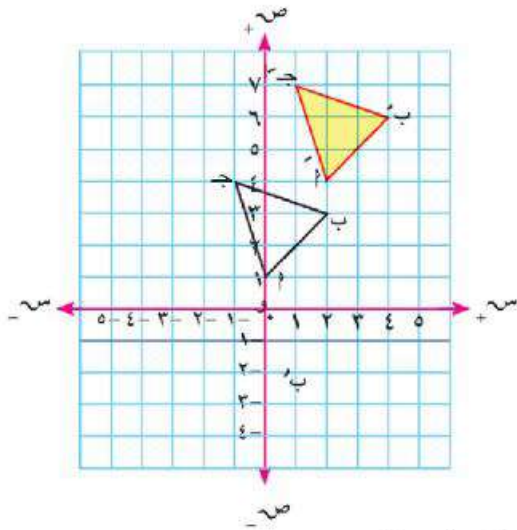
$$ب = (١، ٠) = (٣ + ١، ٢ + ٠) = ب$$

$$ج = (٣، ٢) = (٣ + ٣، ٢ + ٢) = ج$$

$$ج = (٤، ١-) = (٣ + ٤، ٢ + ١-) = ج$$

ثالثًا: نحدد النقاط ب، ج في المستوى ونصل بينها فينتج

$\Delta$  ب ج صورة  $\Delta$  ب ج بالانتقال (س + ٢، ص + ٣)



من الشكل السابق نستنتج أن :

$$(١) ب = ب$$

$$(٢) ب = ب$$

$$(٣) ب = ب$$

$$(٤) ق(ب) = ق(ب)$$

$$(٥) ق(ب) = ق(ب)$$

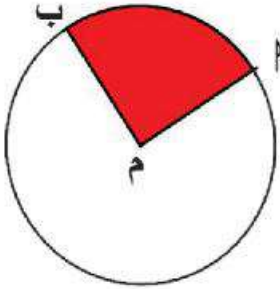
$$(٦) ب = ب$$



## مِسَاحَةُ الدَّائِرَةِ

٣

### لَا حِظَّ وَنَاقِشْ



دَرَسْتَ بِالْعَامِ الْمَاضِي "الْقِطَاعَ الدَّائِرِيَّ" فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ الْجُزْءَ الْمُظَلَّلَ يُمَثِّلُ الْقِطَاعَ الدَّائِرِيَّ (م ب) أَوْ (م ب)

الْقِطَاعُ الدَّائِرِيُّ: هُوَ جُزْءٌ مِنْ سَطْحِ الدَّائِرَةِ يَتَّحَدُّ بِقُوسٍ وَنِصْفَيِ الْقَطْرَيْنِ الْمَارَيْنِ بِنَهَائِي الْقُوسِ .

ماذا تتعلم من هذا الدرس؟

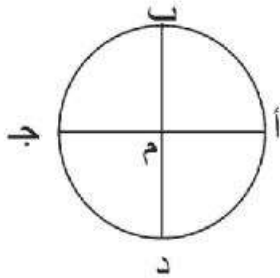
من خلال مشاركتك النشطة

يمكنك أن تتوصل إلى:

- ◀ تعريف القطاع الدائري .
- ◀ تقسيم سطح الدائرة إلى قطاعات متساوية .
- ◀ استنتاج قانون حساب مساحة سطح الدائرة بطريقة عملية بالاعتماد على القطاعات الدائرية.
- ◀ حل تطبيقات متنوعة على مساحة سطح الدائرة .

### نشاط (١) :

في الشكل المقابل دائرة مركزها م ، فيها أ ج ، ب د قطران ، م ب ، م ب ، م ج ، م د أنصاف أقطار .



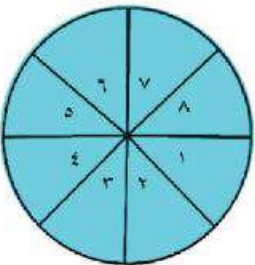
تأمل الشكل جيداً ثم أكمل ما يلي :

تم تقسيم سطح الدائرة م إلى ..... قطاعات دائرية متساوية نسبةً لمساحة أي قطاع من القطاعات الناتجة إلى سطح الدائرة هي .....

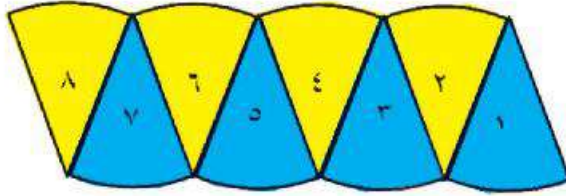
### نشاط (٢) :

ارسم الدائرة السابقة ، ثم قسمها إلى ٨ قطاعات دائرية متساوية، وذلك برسم قطرين آخرين يُنصفان الزوايا القوائم الأربع بين القطرين . ثم رقم القطاعات الدائرية الناتجة من ١ إلى ٨ كما بالشكل المقابل .

- ارسم نفس الدائرة بنفس ترقيم القطاعات الثمانية على ورق مقوى .



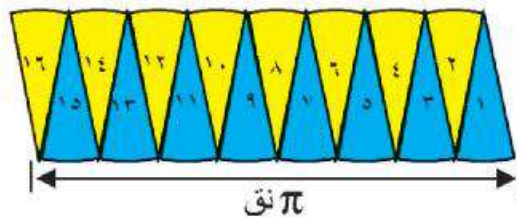
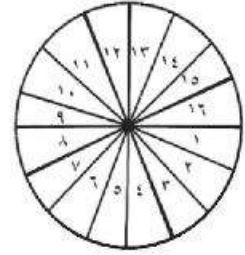
- قُمْ بِقَصِّ دَائِرَةِ الْوَرَقِ الْمَقْوَى أَوْلًا ، ثُمَّ قَصِّ الْقِطَاعَاتِ الثَّمَانِيَةَ النَّاتِجَةَ كُلُّ عَلَى حِدَةٍ .
- بِاسْتِخْدَامِ اللَّاصِقِ رَتِّبِ الْقِطَاعَاتِ النَّاتِجَةَ عَلَى صَفْحَةِ الْكُرَّاسِ ، بِحَيْثُ تَكُونُ الْقِطَاعَاتُ ذَاتُ الْأَرْقَامِ الْفَرْدِيَةِ رَأْسَهَا لِأَعْلَى ، وَالْقِطَاعَاتُ ذَاتُ الْأَرْقَامِ الزَّوْجِيَةِ رَأْسَهَا لِأَسْفَلَ لِيَنْتِجَ الشَّكْلَ الْمَقَابِلَ :



لَعَلَّكَ تُلَاحِظُ أَنَّ الشَّكْلَ النَّاتِجَ مِنْ تَرْتِيبِ الْقِطَاعَاتِ أَقْرَبُ مَا يَكُونُ إِلَى الْمُسْتَطِيلِ .  
ارْسُمِ الدَّائِرَةَ مِ السَّابِقَةِ بِقِطَاعَاتِهَا الثَّمَانِيَةَ

عَلَى الْوَرَقِ الْمَقْوَى . مَرَّةً أُخْرَى ثُمَّ قَسِّمْهَا إِلَى ١٦ قِطَاعًا دَائِرِيًّا مَتَسَاوِيًّا ، وَذَلِكَ بِرِسْمِ قَطْرٍ بَيْنَ كُلِّ قَطْرَيْنِ لِيَصْبَحَ لَدَيْكَ الْآنَ ٨ أَقْطَارٍ ، ١٦ قِطَاعًا مُتَسَاوِيًّا مُرَقَمَةً مِنْ ١ إِلَى ١٦ كَمَا بِالشَّكْلِ التَّالِي .

قُمْ بِقَصِّ الْقِطَاعَاتِ الدَّائِرِيَّةِ وَاسْتِخْدِمِ اللَّاصِقَ وَرَتِّبْهَا عَلَى صَفْحَةِ الْكُرَّاسِ بِنَفْسِ الطَّرِيقَةِ السَّابِقَةِ ، لِتَحْصَلَ عَلَى الشَّكْلِ التَّالِي :



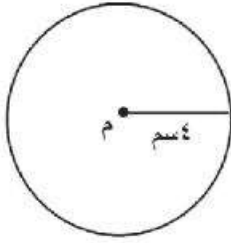
لَا حِظَّ مَا يَلِي :

- اقْتِرَابُ الشَّكْلِ النَّاتِجِ إِلَى الْمُسْتَطِيلِ أَكْثَرَ مِنْ سَابِقِهِ .
- كَلِّمَا زَادَ عِدْدُ الْقِطَاعَاتِ ، اقْتَرَبَ الشَّكْلُ أَكْثَرَ وَأَكْثَرَ مِنْ شَكْلِ الْمُسْتَطِيلِ .

- طُولُ الْمُسْتَطِيلِ فِي الشَّكْلِ النَّاتِجِ = نِصْفُ مُحِيطِ الدَّائِرَةِ =  $\pi$  نَق .
- عَرْضُ الْمُسْتَطِيلِ فِي الشَّكْلِ النَّاتِجِ = نِصْفُ قُطْرِ الدَّائِرَةِ = نَق .
- مَعْنَى ذَلِكَ أَنَّ : مِسَاحَةَ سَطْحِ الدَّائِرَةِ = مِسَاحَةَ الْمُسْتَطِيلِ النَّاتِجِ

$$= \text{الطول} \times \text{العرض} = \pi \text{ نق} \times \pi \text{ نق} = \pi^2 \text{ نق}^2$$

نَخْلُصُ إِلَى أَنَّ : مِسَاحَةَ سَطْحِ الدَّائِرَةِ =  $\pi^2 \text{ نق}^2$



مثال (١) : في الشكل المقابل ، احسب مساحة سطح الدائرة م

الحل :

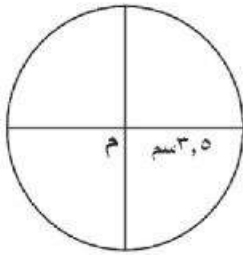
$$\text{مساحة الدائرة} = \pi \text{ نق}^2 = 3,14 \times 4 \times 4 = 50,24 \text{ سم}^2$$

لاحظ أن :  $\pi$  (كما درست) هي النسبة التقريبية بين المحيط وطول القطر وهي  $\frac{22}{7}$  أو  $3,14$  ، أما ( نق ) فهي اختصار لعبارة ( نصف القطر ) وتُعبّر عن طوله .  
- يمكنك استخدام الآلة الحاسبة لإجراء التقريب للتوصل إلى الحل المطلوب .

مثال (٢) : دائرة طول قطرها ١٤ سم ، احسب مساحة سطحها ، علماً بأن  $\pi \approx \frac{22}{7}$

الحل :

$$\text{مساحة سطح الدائرة} = \pi \text{ نق}^2 = \frac{22}{7} \times 7 \times 7 = 154 \text{ سم}^2$$



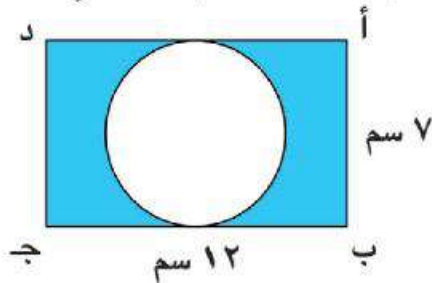
مثال (٣) : في الشكل المقابل دائرة م ، طول نصف قطرها ٣,٥ سم ،  
قسّمت إلى أربعة قطاعات دائرية متساوية - احسب مساحة سطح  
القطاع الواحد .

الحل :

$$\text{مساحة سطح الدائرة} = \frac{22}{7} \times \frac{3,5}{10} \times \frac{3,5}{10} = 38,5 \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحة سطح القطاع الواحد} = \frac{38,5}{4} = 9,625 \text{ سم}^2$$

مثال (٤) : في الشكل المقابل أ ب ج د مُستطيل طوله ١٢ سم ، عرضه ٧ سم . احسب مساحة  
الجزء المظلل . ( اعتبر  $\pi = \frac{22}{7}$  )



الحل :

$$\text{مساحة المُستطيل} = 7 \times 12 = 84 \text{ سم}^2$$

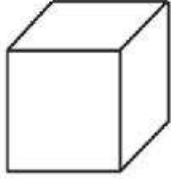
$$\text{مساحة الدائرة} = \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} = 38,5 \text{ سم}^2$$

مساحة الجزء المظلل = مساحة المُستطيل - مساحة الدائرة .

$$\text{المساحة المظلمة} = 84 - 38,5 = 45,5 \text{ سم}^2$$



## المساحة الجانبية والكلية لكل من المكعب - متوازي المستطيلات



أولاً، المكعب :

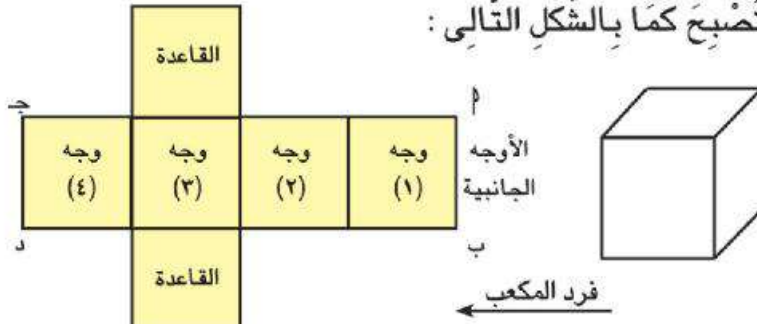
لاحظ وفكر:

- تعلم من دراستك السابقة أن المكعب له :

ستة أوجه كلها مربعات متطابقة، ١٢ حرفاً متساوياً في الطول .

( أ ) المساحة الجانبية للمكعب :

اعتبر علبة كرتون على شكل مكعب قم بفرد أوجه المكعب أفقياً لتصبح كما بالشكل التالي :



لاحظ أن: الأوجه ١، ٢، ٣، ٤ هي الأوجه الجانبية وأن المساحة الجانبية هي مجموع مساحات تلك الأوجه

$$\text{المساحة الجانبية للمكعب} = \text{مساحة الوجه الواحد} \times 4$$

**بطريقة أخرى:** لاحظ : حين تم فرد أوجه المكعب نتج المستطيل ب ج د المكون من الأوجه الجانبية

إذن طول المستطيل = مجموع أطوال أحراف الأوجه الأربعة ١، ٢، ٣، ٤

التي تمثل (محيط قاعدة المكعب)

عرض المستطيل = طول الحرف ب وهو ارتفاع المكعب

$$\text{إذن المساحة الجانبية للمكعب} = \text{محيط القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

ماذا تعلم من هذا الدرس؟

من خلال مشاركتك النشطة

يمكنك أن تتوصل إلى :

حساب المساحة الجانبية للمكعب

حساب المساحة الكلية للمكعب

حساب المساحة الجانبية لتوازي المستطيلات

حساب المساحة الكلية لتوازي المستطيلات

حل مسائل متنوعة ترتبط

بالمساحة الجانبية والكلية

لكل من المكعب ومتوازي

المستطيلات

المفاهيم الرياضية

حساب المساحة الجانبية.

حساب المساحة الكلية.

(ب) المساحة الكلية للمكعب :

في هذه الحالة نأخذ مساحة القاعدتين بالإضافة إلى المساحة الجانبية أي أن :

$$\text{المساحة الكلية للمكعب} = \text{مساحة الوجه الواحد} \times 6$$

مثال ( ١ ) : مكعب طول حرفه ٦ سم ، أوجد مساحته الجانبية ، ومساحته الكلية

الحل :

$$\text{المساحة الجانبية للمكعب} = \text{مساحة الوجه الواحد} \times 4$$

$$= (6 \times 6) \times 4 = 36 \times 4 = 144 \text{ سم}^2$$

بطريقة أخرى : المساحة الجانبية للمكعب = محيط القاعدة  $\times$  الارتفاع

$$= (6 \times 6) \times 4 = 24 \times 6 = 144 \text{ سم}^2$$

$$\text{المساحة الكلية للمكعب} = \text{مساحة الوجه الواحد} \times 6$$

$$= (6 \times 6) \times 6 = 36 \times 6 = 216 \text{ سم}^2$$

مثال ( ٢ ) : مكعب مساحته الكلية ٤٨٦ سم<sup>٢</sup> أوجد مساحة الوجه الواحد ، ومساحته الجانبية

الحل :

$$\text{المساحة الكلية للمكعب} = \text{مساحة الوجه الواحد} \times 6$$

$$\text{إذن} \quad 486 = \text{مساحة الوجه الواحد} \times 6$$

$$\text{مساحة الوجه الواحد} = \frac{486}{6} = 81 \text{ سم}^2$$

$$\text{المساحة الجانبية} = \text{مساحة الوجه الواحد} \times 4 = 81 \times 4 = 324 \text{ سم}^2$$

مثال ( ٣ ) : مكعب مجموع أطوال أحرافه ٨٤ سم . أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية

الحل

$$\text{طول حرف المكعب} = \frac{84}{12} = 7 \text{ سم} \quad \text{إذن مساحه الوجه الواحد} = 7 \times 7 = 49 \text{ سم}^2$$

$$\text{المساحة الجانبية} = 4 \times \text{مساحة الوجه} = 4 \times 49 = 196 \text{ سم}^2$$

$$\text{المساحة الكلية} = 6 \times \text{مساحة الوجه} = 6 \times 49 = 294 \text{ سم}^2$$

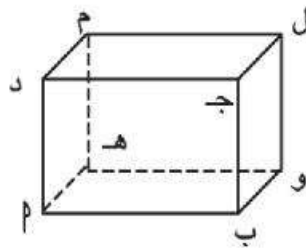


ثانياً، متوازي المستطيلات :

لاحظ وناقش :

تعلّم من دراستك السابقة أن متوازي المستطيلات له 6 أوجه كل منها مستطيل، وكل وجهين متقابلين متساويان في المساحة ومتوازيان .

**نشاط :** اعتبر علبة على شكل متوازي مستطيلات إرتفاعها ع . أوجد مساحتها الجانبية ومساحتها الكلية .



المساحة الجانبية لمتوازي المستطيلات = مجموع مساحة الأوجه الجانبية الأربعة ١، ٢، ٣، ٤.  
وهي مستطيلات عمودية على القاعدة، عرض أي منها = إرتفاع المتوازي (ع)  
إذن المساحة الجانبية لمتوازي المستطيلات =  $ع \times ب + ع \times و + ع \times هـ + ع \times م$   
 $= ع \times (ب + و + هـ + م)$   
 $= محيط القاعدة \times الارتفاع$

نستنتج أن :

المساحة الجانبية لمتوازي المستطيلات = محيط القاعدة  $\times$  الارتفاع  
المساحة الكلية لمتوازي المستطيلات = مساحته الجانبية + مجموع مساحتي القاعدتين

**مثال (٤) :**

متوازي مستطيلات طوله ٦ سم، وعرضه ٤ سم وإرتفاعه ٨ سم، أوجد مساحته الجانبية، ومساحته الكلية .

الحل:

المساحة الجانبية لمتوازي المستطيلات = محيط القاعدة  $\times$  الارتفاع .

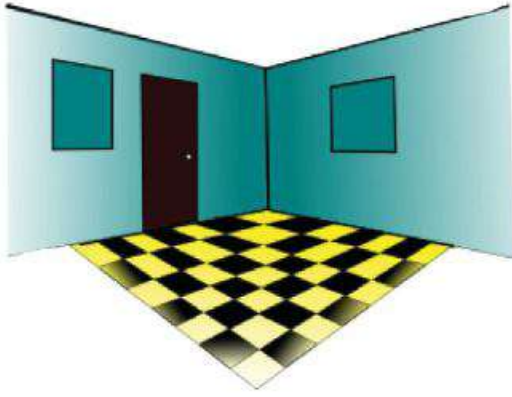
$$= (\text{الطول} + \text{العرض}) \times 2 \times \text{الارتفاع}$$

$$= 2 \times (6 + 4) \times 8 = 208 \text{ سم}^2$$

المساحة الكلية لمتوازي المستطيلات = المساحة الجانبية + مساحتي القاعدتين .

$$= 208 + (4 \times 6) \times 2 =$$

$$= 208 + 48 = 256 \text{ سم}^2$$



مثال (5):

حُجْرَةٌ عَلَى شَكْلِ مُتَوَازِي مُسْتَطِيلَاتٍ أَبْعَادُهَا مِنْ

الدَّخْلِ هِيَ : طُولُهَا ٥ مِترًا ، وَعَرْضُهَا ٣,٥ مِترًا ،

وَأَرْتِفَاعُهَا ٣ مِترًا ، يُرَادُ طِلَاءُ جُدَارَيْهَا الْجَانِبِيَّةِ

فَقَطْ بِدِهَانٍ تَكْلِفَةُ الْمِترِ الْمُرَبَّعِ مِنْهُ ٩ جُنَيْهَاتٍ .

أَحْسِبِ التَّكَالِيفَ اللَّازِمَةَ لِذَلِكَ .

الحل:

المساحة الجانبية لجدران الغرفة = محيط القاعدة  $\times$  الارتفاع .

$$= 2 \times (3,5 + 5) \times 3 =$$

$$= 51 \text{ م}^2 = 3 \times 17 = 51 \text{ م}^2$$

التكاليف =  $9 \times 51 = 459$  جنيهاً .



الوحدة الرابعة

# الإحصاء والاحتمال

الدرس الأول: تمثيل البيانات الإحصائية بالقطاعات الدائرية.

الدرس الثاني: التجربة العشوائية.

الدرس الثالث: الاحتمال.

منهاجي  
متعة التعليم المعادف





## تمثيل البيانات الإحصائية بالقطاعات الدائرية

١

أولاً: تقسيم سطح الدائرة إلى قطاعات دائرية

لاحظ وناقش:

القطاع الدائري



تعلم أن الجزء المظلل من سطح الدائرة يمثل القطاع الدائري أم ب.

يسمى القطاع المظلل أم ب بالقطاع الأصغر لأن مساحته سطحه أقل من نصف مساحة سطح الدائرة.

يسمى القطاع غير المظلل أم ب بالقطاع الأكبر لأن مساحته سطحه أكبر من نصف مساحة سطح الدائرة.

ماذا تعلم من هذا الدرس؟

- من خلال مشاركتك النشطة يمكنك أن تتوصل إلى:
- تقسيم سطح الدائرة إلى قطاعات دائرية.
- حساب زاوية القطاع الدائري.
- تمثيل البيانات باستخدام القطاعات الدائرية.

المفاهيم الرياضية

- قطاع دائري.
- زاوية القطاع الدائري.

زاوية القطاع الدائري

لاحظ أن:

لكل قطاع دائري زاوية تُسمى «زاوية القطاع الدائري» وهي زاوية مركزية لأن رأسها عند مركز الدائرة.



مثال (١) من الشكل نستنتج أن:

– مساحة سطح القطاع (١) =  $\frac{1}{4}$  مساحة سطح الدائرة

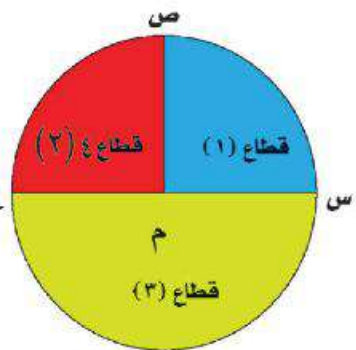
– زاوية القطاع (١) هي  $\angle م ص ع$  وقياسها =  $90^\circ$

– مساحة سطح القطاع (٢) =  $\frac{1}{4}$  مساحة سطح الدائرة

– زاوية القطاع (٢) هي  $\angle ص م ع$  وقياسها =  $90^\circ$

– مساحة سطح القطاع (٣) =  $\frac{1}{2}$  مساحة سطح الدائرة

– زاوية القطاع هي  $\angle م ع$  وقياسها =  $180^\circ$



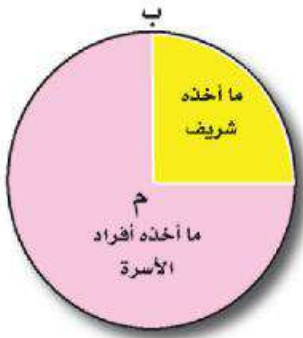
تذكر أن  
مجموع قياسات  
الزوايا المتجمعة  
حول نقطة =  
360°

معنى ذلك أن مجموع زوايا القطاعات الدائرية المتجمعة حول مركز الدائرة = 360°

### مثال (٢)

أخذ شريف ٢٥٪ فقط من تورتة عيد ميلاده، ووَزَع الباقي على أفراد أسرته، مثل ذلك بيانياً باستخدام القطاعات الدائرية.

الحل:



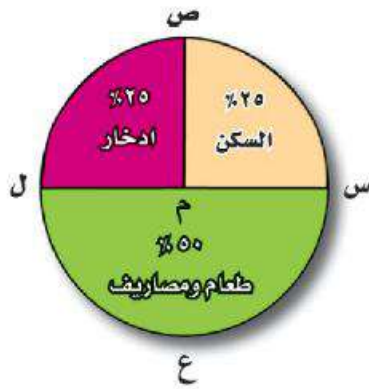
النسبة المئوية لما أخذه شريف ٢٥٪ من التورتة وهي تمثل  $\frac{1}{4}$  التورتة يمكن تمثيلها بقطاع مساحته  $\frac{1}{4}$ . مساحة سطح الدائرة كما بالشكل المقابل

لاحظ:

- كل التورتة تمثل ١٠٠٪ من مساحة سطح الدائرة.
- نصيب شريف يمثلها القطاع أ م ب الأصغر
- نصيب أفراد الأسرة يمثلها القطاع أ م ب الأكبر ومساحته  $\frac{3}{4}$  مساحة سطح الدائرة أي بنسبة ٧٥٪ من التورتة.

### مثال (٣)

ناهد موظفة بإحدى المؤسسات، تساهم مع زوجها بمرتبها الشهري على النحو التالي:  
٢٥٪ للسكن، ٥٠٪ للطعام والمصاريف، ٢٥٪ للدخار.  
مثل تلك البيانات باستخدام القطاعات الدائرية.



**الحل:** في الشكل المقابل :

- كل المرتب يُمثّل ١٠٠٪ من مساحة سطح الدائرة .
- القطاع س م ص الذي يمثل السكن مساحته  $\frac{1}{4}$  مساحة سطح الدائرة يُمثّل ٢٥٪ من المرتب.
- القطاع ص م ل الذي يمثل الادخار مساحته  $\frac{1}{4}$  مساحة سطح الدائرة يُمثّل ٢٥٪ من المرتب.
- القطاع س ع ل الذي يمثل الطعام والمصارييف مساحته  $\frac{1}{2}$  مساحة سطح الدائرة يُمثّل ٥٠٪ من المرتب.

**لاحظ أن :**

في مثال (٢)، (٣) أمكن تمثيل النسب المئوية ٢٥٪، ٥٠٪ بالقطاعات الدائرية بسهولة، لأنها تُمثّل  $\frac{1}{4}$ ،  $\frac{1}{2}$ ، مساحة سطح الدائرة، وقياسات زواياها المركزية يُسهل تحديدها فهي (٩٠°، ٩٠°، ١٨٠°) على الترتيب من ٥٣٦٠.

- السؤال الآن : ماذا لو كانت النسب المئوية مختلفة عن ٢٥٪، ٥٠٪ وطلب منك تمثيلها بالقطاعات الدائرية ؟
- هذا ما سوف نتعلمه معاً فيما يلي ..

**ثانياً، تمثيل البيانات بالقطاعات الدائرية**

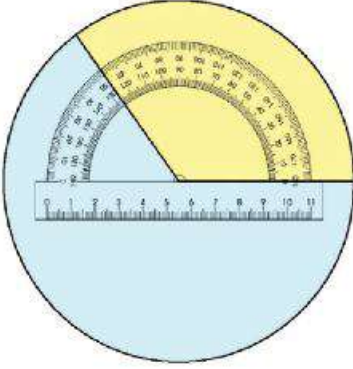
**شارك وناقش:**

**مثال**

الجدول التالي يوضّح النسب المئوية للموادّ الدّراسية المفضّلة لِطُلاب الصفّ السّادسِ بإحدى المدارس من خلال استطلاع آرائهم . مثل تلك البيانات بالقطاعات الدائرية.

المادة الدراسية	اللغة العربية	الرياضيات	العلوم	الدراسات الاجتماعية
نسبة عدد التلاميذ	٣٥٪	٢٥٪	٢٢٪	١٨٪

الحل



يتم تقسيم سطح الدائرة إلى أربعة قطاعات وفقاً للنسب المعطاة بالجدول بحيث يمثل كل قطاع مادة دراسية واحدة، ويتم ذلك بحساب الزاوية المركزية لكل قطاع ورسمها مع مراعاة أن قياسات الزوايا المتجمعة حول مركز الدائرة = 360° كما يلي:

١- حدد نصف قطر طولُه مناسبٌ وارسم الدائرة م .

٢- احسب الزاوية المركزية لكل قطاع على حدة كما يلي:

$$\text{قياس الزاوية المركزية لقطاع مادة اللغة العربية} = \frac{35}{100} \times 360 = 126^\circ$$

$$\text{قياس الزاوية المركزية لقطاع مادة الرياضيات} = \frac{25}{100} \times 360 = 90^\circ$$

$$\text{قياس الزاوية المركزية لقطاع مادة العلوم} = \frac{22}{100} \times 360 = 79^\circ$$

$$\text{قياس الزاوية المركزية لقطاع مادة الدراسات الاجتماعية} = \frac{18}{100} \times 360 = 65^\circ$$

٣- ارسم م أنصف قطر للدائرة م ، واعتبره خط البداية لتحديد ورسم الزاوية الأولى 126° باستخدام

المنقلة فينتج القطاع أ م ب (قطاع مادة اللغة العربية) كما بالشكل المقابل .

٤- اعتبر نصف القطر م ب خط البداية لتحديد الزاوية الثانية 90° باستخدام المنقلة فينتج القطاع

ب م ج (قطاع مادة الرياضيات).

٥- اعتبر نصف القطر م ج خط البداية لتحديد الزاوية

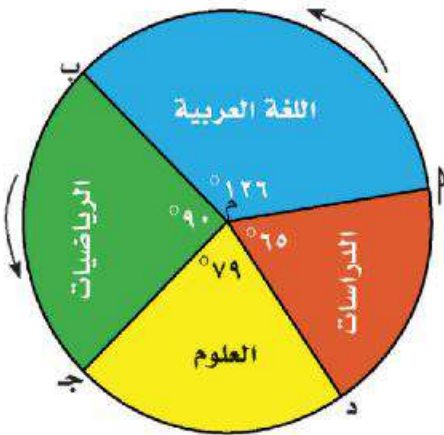
الثالثة 79° فينتج القطاع ج م د (قطاع مادة

العلوم).

٦- تحصل في النهاية على القطاع د م ه المتبقى

وهو قطاع مادة الدراسات الاجتماعية،

تأكد بالمنقلة أن ق د م ه = 65° . بانتهاء



تلك الخطوات تكون قد حصلت على التمثيل البياني  
المطلوب وهو كما بالشكل المقابل

لاحظ أن:

كل قياسات الزوايا تتم في اتجاه واحد كما هو موضح حسب الأسهم



## التجربة العشوائية

### فكّر وناقش:

عَرَضَ أَحَدُ مَعْلَمِي الرِّيَاضِيَّاتِ عَلَى تَلَامِيذِهِ بِأَحَدِ فُصُولِ الصَّفِّ السَّادِسِ عَمَلَةَ مَعْدِنِيَّةٍ مِنْ فِئَةِ (وَاحِدِ جَنِيهِ) ، وَدَارَ بَيْنَهُ وَبَيْنَ تَلَامِيذِهِ الْحِوَارَ التَّالِيَّ:

**المعلم:** إِذَا أَلْقَيْنَا قِطْعَةَ النُّقُودِ عَلَى الْمِنْضِدَةِ أَوْ الْأَرْضِ فَمَا الْوَجْهُ الظَّاهِرُ؟



**عادل:** إِذَا صُورَةٌ أَوْ كِتَابَةٌ .

**المعلم:** حَسَنًا لَكِنْ . لِمَاذَا؟

**عادل:** أَنَا مُتَأَكِّدٌ مِنَ النَّتِيجَةِ إِذَا صُورَةٌ أَوْ كِتَابَةٌ وَلَيْسَ لَهَا غَيْرَ ذَلِكَ .

**المعلم:** مَنْ يَسْتَطِيعُ تَحْدِيدَ الْوَجْهِ الَّذِي يَظْهَرُ قَبْلَ الْإِقَاءِ قِطْعَةَ النُّقُودِ .

**حنان:** لَا أَحَدٌ يَسْتَطِيعُ إِلَّا بَعْدَ الْإِقَاءِ قِطْعَةَ النُّقُودِ وَمَشَاهِدَةَ الْوَجْهِ الظَّاهِرِ .

**المعلم:** مَعْنَى ذَلِكَ أَنَّنَا لَا نَسْتَطِيعُ الْجَزْمَ (إِصْدَارُ قَرَارٍ) أَنَّ النَّاتِجَ صُورَةٌ أَمْ كِتَابَةٌ إِلَّا بَعْدَ إِجْرَاءِ التَّجْرِبَةِ . مِثْلُ هَذِهِ التَّجْرِبَةِ تَسْمَى (تَجْرِبَةٌ عَشْوَائِيَّةٌ) .

تجربة يمكن معرفة جميع نتائجها الممكنة قبل إجرائها ، ولكن لا يمكن تحديد الناتج الذي سيحدث فعلاً إلا بعد إجرائها.

التجربة  
العشوائية

وفيما يلي أمثلة لتجارب عشوائية ونواتجها الممكنة :

التجربة العشوائية	النتائج الممكنة
إلقاء قطعة من النقود مرة واحدة	صورة (ص) ، كتابة (ك)
إلقاء حجر نرد مرة واحدة ومشاهدة عدد نقاط الوجه العلوي	١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦
سحب كرة من صندوق به ثلاث كرات متماثلة (حمراء ، صفراء ، خضراء)	حمراء ، صفراء ، خضراء
إجراء مباراة كرة قدم بين فريقك وفريق من مدرسة أخرى	فوز فريقك ، هزيمة فريقك ، تعادل الفريقين

مجموعة جميع النواتج الممكنة للتجربة العشوائية.

فضاء العينة



لاحظ : - من التجارب السابقة :

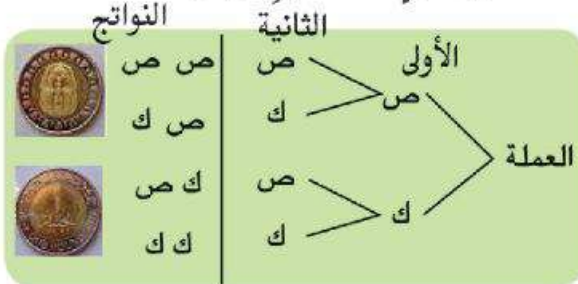
- فضاء العينة لإلقاء عملة معدنية مرة واحدة = {ص، ك}.

- فضاء العينة لإلقاء حجر نرد مرة واحدة = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}.

وفيما يلي أمثلة لتجارب عشوائية وفضاء العينة المقابل لها :

مثال (١) : إذا كانت التجربة العشوائية هي : إلقاء قطعتي نقود مختلفتين مرة واحدة .

أوجد فضاء العينة.



الحل : { (ص ، ص) (ص ، ك) (ك ، ص) (ك ، ك) }.

فضاء العينة من الشكل المقابل هو :

حيث : { (ص ، ص) } تعني أن نتيجة إلقاء

القطعتين هو :

القطعة الأولى صورة و القطعة الثانية صورة ، (ص،ك) تعني أن نتيجة إلقاء القطعتين هو

القطعة الأولى صورة و القطعة الثانية كتابة . وهكذا ...

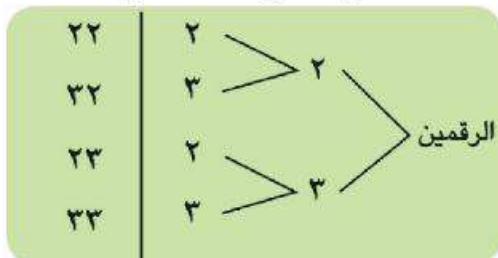
لاحظ أن :

- إلقاء قطعتي نقود مرة واحدة تكافئ إلقاء قطعة نقود مرتين متتاليتين . وهكذا ...

- إلقاء حجر نرد مرة واحدة تكافئ إلقاء حجر نرد مرتين متتاليتين . وهكذا ...

مثال (٢) : إذا كانت التجربة العشوائية هي الحصول على عدد مكون من رقمين هما ٢ ، ٣

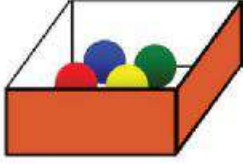
الحل :



فضاء العينة من الشكل المقابل هو :

{ ٢٢ ، ٢٣ ، ٣٢ ، ٣٣ }





مثال (٣): إذا كانت التجربة العشوائية هي سحب كرة من صندوق به أربع كرات متماثلة (حمراء - صفراء - خضراء - زرقاء). اكتب فضاء العينة لهذه التجربة لمعرفة لون الكرة المسحوبة

الحل:

فضاء العينة هو: { حمراء ، صفراء ، خضراء ، زرقاء }.

مثال (٤)

في تجربة ألقاء حجر نرد مرة واحدة أكتب الأحداث الآتية

(أ) مجموع النقاط بالوجهين العلويين يساوي ٥

(ب) مجموع النقاط بالوجهين العلويين أقل من ٤

الحل:

(أ) {(٢،٣)، (٣،٢)، (١،٤)، (٤،١)}

(ب) {(١،٢)، (٢،١)، (١،١)}





## الاحتمال

٣

## لاحظ وناقش

تناولنا بالدرس السابق فضاء العينة للتجربة العشوائية وعلمت أنه: **مجموعة جميع النواتج الممكنة للتجربة العشوائية**

• سَوْفَ نَرْمِزُ لفضاء العينة بالرمز (ف) وعدد عناصرها بالرمز ن (ف).

**مثال (١):** في تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة وملاحظة الوجه



الظاهر مجموعة فضاء العينة  
ف = {ص، ك} ، ن (ف) = ٢

**مثال (٢):** في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم وملاحظة العدد



الظاهر على الوجه العلوي مجموعة فضاء العينة  
ف = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦} ، ن (ف) = ٦

**مثال (٣):** سُحِبَتْ بِطَاقَةٌ مِنْ خَمْسَةِ بِطَاقَاتٍ مُتَمَاثِلَةٍ مُرَقَمَةٍ مِنْ (١ إِلَى ٥) دُونَ النَّظَرِ إِلَيْهَا فَإِنَّ

فضاء العينة ف = {١، ٢، ٣، ٤، ٥} ، ن (ف) = ٥

الحدث: أي نتائج نحصل عليها داخل تجربة عشوائية تسمى أحداثًا.

**مثال (٤):** إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوي،

اعتبر الأحداث التالية: الحدث (أ) هو: ظهور عدد زوجي على الوجه العلوي.

الحدث (ب) هو: ظهور عدد فردي على الوجه العلوي.

الحل:

فضاء العينة ف = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦} ، ن (ف) = ٦

الحدث أ = {٢، ٤، ٦} ، ن (أ) = ٣

الحدث ب = {١، ٣، ٥} ، ن (ب) = ٣

ماذا تتعلم من هذا الدرس؟

من خلال مشاركتك النشطة يمكنك أن تتوصل إلى:

- ◀ كتابة فضاء العينة لتجربة عشوائية.
- ◀ تحديد عناصر فضاء العينة.
- ◀ تحديد مفهوم الحدث.
- ◀ حساب احتمال الحدث داخل تجربة عشوائية.

المفاهيم الرياضية

- ◉ فضاء العينة.
- ◉ الحدث.
- ◉ احتمال الحدث.



لاحظ:  $P \subset F$  ،  $B \subset F$  وبذلك نستنتج أن:

مجموعة جزئية من مجموعة فضاء العينة .  
وعدد عناصرها يمثل عدد مرات حدوثه .

الحدث

احتمال الحدث :

النسبة بين عدد عناصر الحدث وعدد عناصر فضاء العينة يسمى احتمال وقوع الحدث ، واختصاراً «احتمال الحدث» ويرمز له بالرمز «ل» .  
بالرجوع إلى المثال السابق نجد أن :

$$L(P) = \frac{\text{عدد عناصر الحدث } (P)}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}} = \frac{P}{N(F)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$$

$$L(B) = \frac{\text{عدد عناصر الحدث } (B)}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}} = \frac{B}{N(F)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$$

لاحظ: يمكن إضافة أحداث أخرى من خلال المثال السابق مثل :

١- الحدث (ج) هو: ظهور عدد أقل من ٣ على الوجه العلوي لحجر النرد  
إذن  $J = \{1, 2\}$  ،  $N(J) = 2$

$$L(J) = \frac{N(J)}{N(F)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0,33 = 33\%$$

٢- الحدث (د) هو: ظهور عدد أكبر من ٦ على الوجه العلوي لحجر النرد  
هذا هو الحدث المستحيل (لا يمكن وقوعه) (لماذا؟)

$$D = \emptyset$$
 ،  $N(D) = \text{صفر}$

$$L(D) = \frac{N(D)}{N(F)} = \frac{0}{6} = \text{صفر}$$

٣- الحدث (هـ) هو: ظهور عدد أقل من ٧ على الوجه العلوي لحجر النرد  
هذا هو الحدث المؤكد (عناصره جميع النواتج الممكنة للتجربة)

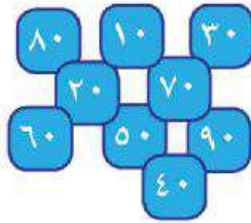
$$H = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$
 ،  $N(H) = 6 = N(F)$

$$L(H) = \frac{N(H)}{N(F)} = \frac{6}{6} = 1$$

مما سبق نستنتج أن الحدث (P) داخل فضاء العينة له ثلاثة أنواع هي :

- ١- الحدث المستحيل (لا يمكن وقوعه) ونعبر عنه  $\emptyset = P$  ، واحتمال حدوثه  $l(\emptyset) =$  صفر
- ٢- الحدث المؤكد (جميع النواتج الممكنة) فإن  $P = F$  واحتمال حدوثه  $l(F) = 1$
- ٣- الحدث الممكن (بعض النواتج الممكنة للتجربة) فإن  $A \supset F$  ، واحتمال حدوثه  $=$  كسراً معنى ذلك أن قيمة احتمال الحدث  $(P)$  حيث  $P \supset F$  لا تقل عن الصفر ولا تزيد على الواحد الصحيح.

وبذلك تتحقق المتباينة  $0 \leq l(P) \leq 1$



**مثال (٥):** صندوق به تسع بطاقات متماثلة مكتوب على كل منها عدداً من الأعداد من (١٠ إلى ٩٠) خلطت جيداً ثم سُحبت بطاقة عشوائياً . احسب احتمال الأحداث التالية:

- ١- الحدث  $A$  حيث  $A$  عدد يقبل القسمة على ٥
- ٢- الحدث  $B$  حيث  $B$  عدد يقبل القسمة على ٣
- ٣- الحدث  $C$  حيث  $C$  عدد فردي

**الحل:**

فضاء العينة للتجربة هو  $F = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\}$  ،  $n(F) = 9$

- الحدث  $A = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\} = F$  ،  $n(A) = 9$

$$l(A) = \frac{\text{عدد عناصر الحدث (أ)}}{\text{عدد عناصر ف}} = \frac{n(A)}{n(F)} = \frac{9}{9} = 1 \quad (\text{الحدث المؤكد})$$

- الحدث  $B = \{30, 60, 90\} \supset F$  ،  $n(B) = 3$

$$l(B) = \frac{\text{عدد عناصر الحدث (ب)}}{\text{عدد عناصر ف}} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} = 0.33 = 33\%$$

- الحدث  $C = \emptyset$  (الحدث المستحيل) إذن  $n(C) = 0$  ،  $l(C) =$  صفر

$$l(C) = \frac{n(C)}{n(F)} = \frac{0}{9} = 0 = \text{صفر}$$

**مثال (٦):** في مسابقة الطالب المثالي بإحدى المدارس تقدم ٦٣ تلميذاً و تلميذة ، إذا كان احتمال أن تكون إحدى التلميذات هي الطالب المثالي هو  $\frac{4}{9}$  ، احسب عدد التلميذات المشتركات في المسابقة .

الحل :

العدد الكلي للطلاب المتقدمين للمسابقة = 63

بفرض الحدث  $A$  هو أن تكون إحدى التلميذات هي الطالبة المثالي

إذن  $L(A) = \frac{4}{9}$  (معطى بالمسألة)

لكن  $L(A) = \frac{\text{عدد التلميذات}}{\text{العدد الكلي للتلاميذ}} = \frac{4}{9}$

إذن  $\frac{4}{9} = \frac{\text{عدد التلميذات}}{63}$  (خاصية التناسب)

عدد التلميذات =  $\frac{4 \times 63}{9} = 28$  تلميذة

لاحظ : ١- يمكن كتابة الاحتمال في صورة كسر اعتيادي أو كسر عشري أو نسبة مئوية .  
 ٢- التجارب ذات النتيجة المعروفة مسبقاً لا تسمى تجارب احتمالية .

مثال ذلك :

- تجربة سحب كرة من صندوق به ثلاث كرات متماثلة لونها أحمر .
- تجربة سحب بطاقة من صندوق به خمس بطاقات متماثلة جميعها تحمل الرقم ١٠ .
- تجربة سحب تى شيرت من صندوق به ٢٠ تى شيرت جميعها من مقاس واحد ولون واحد .

# الأنشطة والتدريبات





## المحتويات

### الوحدة الأولى : الأعداد الصحيحة

- ٢      الدرس الأول : مجموعة الأعداد الصحيحة .
- ٤      الدرس الثاني : ترتيب الأعداد الصحيحة والمقارنة بينها .
- ٥      الدرس الثالث : جمع وطرح الأعداد الصحيحة.
- ٦      الدرس الرابع : ضرب وقسمة الأعداد الصحيحة.
- ٧      الدرس الخامس : الضرب المتكرر.
- ٨      الدرس السادس : الأنماط العددية.
- ١٣      □ تمارين عامة على الوحدة.
- ١٤      □ نشاط تكنولوجي .
- ١٦      □ نشاط الوحدة.
- اختبار الوحدة .

### الوحدة الثانية : المعادلات والمتباينات

- ١٨      الدرس الأول : المعادلة والمتباينة من الدرجة الأولى.
- ١٩      الدرس الثاني : حل المعادلة من الدرجة الأولى في مجهول واحد.
- ٢٠      الدرس الثالث : حل المتباينة من الدرجة الأولى في مجهول واحد.
- ٢١      □ تمارين عامة على الوحدة .
- ٢٢      □ نشاط تكنولوجي .
- ٢٣      □ نشاط الوحدة .
- ٢٤      □ اختبار الوحدة .





## الوحدة الثالثة : الهندسة والقياس

- ٢٦      الدرس الأول : المسافة بين نقطتين في مستوى الإحداثيات .
- ٢٧      الدرس الثاني : التحويلات الهندسية : (الانتقال) .
- ٣٠      الدرس الثالث : مساحة الدائرة .
- ٣٢      الدرس الرابع : المساحة الجانبية والكلية لكل من : ( المكعب . متوازي المستطيلات) .
- ٣٥      □ تمارين عامة على الوحدة.
- ٣٨      □ نشاط تكنولوجي .
- ٣٨      □ نشاط الوحدة .
- ٤٠      □ اختبار الوحدة .

## الوحدة الرابعة : الإحصاء والاحتمال

- ٤٢      الدرس الأول : تمثيل البيانات الإحصائية بالقطاعات الدائرية .
- ٤٥      الدرس الثاني : التجربة العشوائية .
- ٤٦      الدرس الثالث : الاحتمال .
- ٤٨      □ تمارين عامة على الوحدة.
- ٥٠      □ نشاط تكنولوجي .
- ٥٢      □ نشاط الوحدة .
- ٥٣      □ اختبار الوحدة .
- ٥٥      □ نماذج امتحانات .







# الأعداد الصحيحة

- الدرس الأول : مجموعة الأعداد الصحيحة .
- الدرس الثاني : ترتيب الأعداد الصحيحة والمقارنة بينها .
- الدرس الثالث : جمع وطرح الأعداد الصحيحة .
- الدرس الرابع : ضرب وقسمة الأعداد الصحيحة .
- الدرس الخامس : الضرب المتكرر .
- الدرس السادس : الأنماط العددية

تمارين عامة على الوحدة .

نشاط تكنولوجي .

نشاط الوحدة

اختبار الوحدة



## مجموعة الأعداد الصحيحة

## تمارين (١-١)

(١) أكمل ما يلي باستخدام إحدى الكلمات ( موجبة - سالبة - صفر ) لتصبح العبارات صحيحة :  
 (أ) الحركة للأمام تمثلها أعداد ..... ، بينما الحركة للخلف تمثلها أعداد .....  
 (ب) الحركة جهة اليمين تمثلها أعداد ..... ، بينما الحركة جهة اليسار تمثلها أعداد .....  
 (ج) الانخفاض عن مستوى سطح البحر يمثلها أعداد ..... ، والارتفاع عن مستوى سطح البحر يمثلها أعداد ..... ، مستوى سطح البحر يمثلها العدد .....

(٢) مثل الأعداد التالية على خط الأعداد الصحيحة، بوضع الرمز (X) أو دائرة صغيرة مظلومة (•)

٦ - ، ٣ - ، صفر ، ١ - ، ٣ ، ٥

(٣) اكتب معكوس كل من الأعداد : ١١٣ ، ٩ - ، صفر ، ٧

(٤) حدّد على خط الأعداد العدد ومعهكوسه بلون مختلف عن ألوان باقي الأعداد فيما يلي :

(أ) ٦ (ب) ٤ (ج) ٩٩

(٥) حدّد قيمة العدد الصحيح (ب) في الحالات التالية :

$|ب| = ٧$  ،  $|ب| = ١٦$  ،  $|ب| = ٩$

(٦) أوجد قيمة P التي تجعل العبارات التالية صحيحة :

(أ)  $\{١-، ٠، ٣-، P\} \ni ٥-$

(ب)  $\{٣-، ٢-، ٥\} \cap \{٣-، ٥، ٢\} \ni P$

(ج)  $\{٤، ٤-، ٢، ٢-، ٠\} = \{٤، ٠، ٤-\} \cup \{P، ٢\}$

(د)  $A \ni ط - ص$

(٧) ضع كلمة ( صواب ) أو ( خطأ ) أمام كل عبارة مما يلي مع ذكر السبب :

( ) السبب: .....

(أ)  $\text{الصفر} \ni \text{ص}$

( ) السبب: .....

(ب)  $\text{ص} \cap \text{ص} = \phi$

( ) السبب: .....

(ج)  $\text{ص} \cup \text{ط} = \text{ص}$

( ) السبب: .....

(د)  $\{١٧-\} \ni \text{ص}$

(٨) اكتب مجموعات الأعداد التالية بطريقة السرد :

- (أ) مجموعة الأعداد الصحيحة الأكبر من ( -٢ )  
 (ب) مجموعة الأعداد الصحيحة الأقل من ( ٥ )  
 (ج) مجموعة الأعداد الصحيحة بين ( -٤ ) ، ( ٣ )  
 (د) مجموعة الأعداد الصحيحة السالبة التي تكون القيمة المطلقة لأي منها أكبر من ؛

(٩) اكمل :

- (أ)  $\mathbb{N} \cup \mathbb{P} = \dots\dots\dots$   
 (ب)  $\mathbb{N} \cup \mathbb{P} = \dots\dots\dots$   
 (ج)  $\mathbb{N} - \mathbb{P} = \dots\dots\dots$   
 (د)  $\mathbb{N} \cap \mathbb{P} = \dots\dots\dots$   
 (هـ)  $\mathbb{N} \cup \mathbb{P} = \dots\dots\dots$   
 (و)  $\mathbb{N} \cap \mathbb{P} = \dots\dots\dots$   
 (ز)  $\mathbb{N} \cup \dots\dots\dots \cup \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

(١٠) اكمل بوضع : الرمز المناسب من الرموز  $\neq, \in, \notin, \supset$

- (أ)  $8 \dots\dots\dots \mathbb{N}$   
 (ب)  $4, 5 \dots\dots\dots \mathbb{N}$   
 (ج)  $\frac{13}{5} \dots\dots\dots \mathbb{N}$   
 (د)  $\mathbb{P} \dots\dots\dots \mathbb{N}$   
 (هـ)  $\mathbb{N} \cup \mathbb{P} \dots\dots\dots \mathbb{P}$   
 (و)  $\{15\} \dots\dots\dots \mathbb{N}$   
 (ز)  $\mathbb{N} \dots\dots\dots \mathbb{P}$   
 (ح)  $65 \dots\dots\dots \mathbb{N}$



## ترتيب الأعداد الصحيحة والمقارنة بينها

٢

### تمارين (١-٣)

(١) رتب الأعداد الصحيحة التالية :

(أ) ٦ ، -٦٠ ، ٢ ، -١٧ ، -٢٢ ، ٠ (تصاعدياً)

(ب) ١ ، -١١ ، ٣ ، ١- ، ٨- ، ٥ (تنازلياً)

(٢) أكمل الفراغ بوضع علامة ( $<$  ،  $>$  ،  $=$ ) فيما يلي :

(أ) ٦ - ..... ٣ ..... (ب) ٧ - ..... ١٧ ..... (ج) |١٣ - | ..... ٣

(د) |٥ - | ..... ٥ ..... (هـ) |٣ - | + ٣ ..... ٨ ..... (و) |٤ - | ..... ٢

(٣) اكتب العدد الصحيح السابق والعدد الصحيح التالي لكل عدد صحيح فيما يلي :

(أ) ٩ - (ب) ١٣ (ج) ٢٣ (د) صفر

(٤) اكتب الأعداد الصحيحة المحصورة بين كل عددين صحيحين مما يلي :

(أ) -٤ ، ٢ (ب) -١ ، ٥ (ج) -٧ ، ٠

(٥) حدد المقدار الثابت الذي تتزايد الأعداد الصحيحة فيما يلي ، ثم أكمل بثلاثة أعداد تليها مباشرة :

(أ) -٧ ، -٦ ، -٥ ، ..... ، ..... ، ..... (ب) -٢ ، ٠ ، ٢ ، ٤ ، ..... ، ..... ، .....

(ج) -٥٠ ، -٤٠ ، -٣٠ ، ..... ، ..... ، .....

(٦) اكتب كل ما يأتي بطريقة السرد :

\* س = { | : | }  $\exists$  ص . | < -٣

\* م = { | : | }  $\exists$  ص . |  $\geq$  -٢

\* ع = { | : | }  $\exists$  ص . |  $\geq$  ١ - | > ٥

\* ل = { | : | }  $\exists$  ص . | > ٥ - |  $\geq$  صفر

## جمع وطرح الأعداد الصحيحة

## تَمارِينُ (١ - ٣)

(١) اِستَخدمْ خَطَّ الأَعدادِ لِتَمثيلِ عَملِيَّاتِ الجَمعِ والطَّرحِ التَّالِيَةِ :

$$(أ) \quad 3 - 3 - 2 \quad (ب) \quad 7 + (5 -) \quad (ج) \quad 2 - (3 -)$$

(٢) ضَعِ الرَّمزَ المُناسِبَ  $\in$ ،  $\notin$ ،  $\supset$ ،  $\not\supset$  فيمَا يَلي :

$$(أ) \quad 3 + |9 -| \dots \text{ص} \quad (ب) \quad \{9\} \dots \text{ص} \quad (ج) \quad \frac{3}{5} \dots \text{ص}$$

$$(د) \quad \frac{9}{7+7} \dots \text{ص} \quad (هـ) \quad \frac{7-6}{8} \dots \text{ص} \quad (و) \quad \{3, \frac{7}{11}\} \dots \text{ص}$$

(٣) اِستَخدمْ خَواصَّ عَملِيَةِ الجَمعِ في ص في إِيجادِ نَاتيِجِ ما يَلي :

$$(أ) \quad 131 + 17 + 120 - \quad (ب) \quad (1015 -) + 180 + 2015$$

(٤) تَحَقِّقْ مِنْ خَاصِيَةِ انْغِلاقِ الجَمعِ والطَّرحِ عَلى مَجموعاتِ الأَعدادِ فيمَا يَلي :

$$س = \{1, 0, 1-\}, \quad ل = \{2, 1, 0, 1-, 2-\}$$

(٥) أودعَ راميَ بِالبَنكِ مَبْلَغًا مِنَ المَالِ قَدْرُهُ ٦٢٢٠ جَنِيهاً، ثُمَّ سَحَبَ مِنْهُ مَبْلَغًا قَدْرُهُ ١٢١١ جَنِيهاً، ثُمَّ قامَ بِإيداعِ مَبْلَغٍ آخَرَ قَدْرُهُ ٢١١٠ جَنِيهاً. كَم رَصيدُهُ بِالبَنكِ.

(٦) غَواصَّةٌ عَلى عُمقِ ٩٠ مَترًا تَحْتَ مُستَوى سَطْحِ البَحرِ، ارْتَفَعَتْ ٦٠ مَترًا، اِستَخدمِ العَملِيَةَ الحِسابِيَةَ المُناسِبَةَ لِحِسابِ العُمقِ الجَدِيدِ لِلغَواصَّةِ.

(٧) سَجَل مِيزانُ الحَرارةِ دَرَجَةَ الحَرارةِ بِمَدينَةِ سَانتِ كاترينِ السَّاعَةَ الثالِثَةَ بَعدَ مُنتَصفِ اللَّيلِ  $-3^\circ$  م، بَينَما في فَترةِ الظُّهيرةِ سَجَلَتْ دَرَجَةُ الحَرارةِ  $11^\circ$  م. احسبِ الزيادةَ في دَرَجَةَ الحَرارةِ.



## ضرب وقسمة الأعداد الصحيحة

٤

### تمارين (٤ - ١)

(١) أوجد ناتج ما يلي:

$$\begin{array}{lll} \text{(أ)} (131 -) \times (3 -) & \text{(ب)} (4 -) \times 5 & \text{(ج)} 1 \times 8 - \\ \text{(د)} 7 \times (9 -) & \text{(هـ)} \text{صفر} \times (11 -) & \text{(و)} (2 -) \times (6 -) - \end{array}$$

(٢) أوجد الناتج في كل حالة مما يلي:

$$\begin{array}{lll} \text{(أ)} 51 \times (4 -) & \text{(ب)} (100 -) \times (31 -) & \text{(ج)} (5 -) \times (11 -) - \end{array}$$

(٣) أوجد خارج القسمة في الحالتين التاليتين، وماذا نستنتج؟

$$\begin{array}{ll} \text{(أ)} 35 \div (7 \div 5) & \text{(ب)} 7 \div (5 \div 35) \end{array}$$

(٤) أوجد قيمة س في كل حالة مما يلي:

$$\begin{array}{ll} \text{(أ)} 45 = س \times 5 & \text{(ب)} 27 = س \times 3 - \end{array}$$

(٥) حدد عملية القسمة الممكنة في صـ فيما يلي:

$$\begin{array}{ll} \text{(أ)} 8 \div (32 -) & \text{(ب)} (13 -) \div 65 \\ \text{(ج)} (15 -) \div 420 & \text{(د)} 26 \div (1300 -) \end{array}$$

(٦) أوجد ناتج ما يلي بطريقتين:

$$\begin{array}{ll} \text{(أ)} (4 -) \times [(1 -) + 4] & \text{(ب)} (11 -) \times [(3 -) + 5] \\ \text{(ج)} 6 \times [0 + (6 -)] & \end{array}$$

(٧) أوجد قيمة س إذا كان:

$$\begin{array}{ll} \text{(أ)} 48 - = س \times 8 & \text{(ب)} 45 - = 9 \times س \\ \text{(ج)} 13 - \times (5 \times 9 -) = (13 - \times 5) \times س & \end{array}$$



## الضرب المتكرر

## تمارين (١ - ٥)

(١) أوجد قيمة ما يلي :

$$\begin{array}{lll} \text{(أ)} & (٧-)^2 & \text{(ب)} (٥-)^2 \times 2^2 \\ \text{(ج)} & (٢-)^4 + (٣-)^2 & \text{(د)} (١-)^{100} + (١-)^{100} \\ \text{(هـ)} & (٤-)^2 \times (١-)^0 & \text{(و)} 2^2 + 2^2 \end{array}$$

(٢) أوجد ناتج ما يلي :

$$\text{(أ)} 3^7 \div 3^4 \quad \text{(ب)} (٦-)^0 \div (٦-)^2 \quad \text{(ج)} (٥-)^0 \div 5^2$$

(٣) رتب القوى الآتية ترتيباً تصاعدياً :

$$2^3, (١-)^0, (٤-)^1, (٣-)^2, (٢-)^0$$

(٤) أوجد ناتج كل مما يلي :

$$\begin{array}{ll} \text{(أ)} & \frac{2^6 \times 2^2}{2 \times 2^2} \\ \text{(ب)} & \frac{(٣-)^4 \times (٣-)^2}{(٣-)^0} \\ \text{(ج)} & \frac{8 \times (٨-)^2}{(٨-)^7} \\ \text{(د)} & \frac{(٩-)^2 \times 9^6}{9 \times (٩-)^0} \end{array}$$

(٥) رتب ما يلي ترتيباً تنازلياً :

$$10, (١-)^0, 100, (١٠-)^2, 1000000$$

(٦) ضع علامة (&lt;، =، &gt;) فيما يلي لتكون جملة صحيحة :

$$\begin{array}{ll} \text{(أ)} & 8 \dots\dots\dots 2^4 \\ \text{(ب)} & 12 - \dots\dots\dots (٦-)^2 \\ \text{(ج)} & (٣-)^4 \dots\dots\dots 2^9 \\ \text{(د)} & 1 \dots\dots\dots 7^0 \times \frac{1}{7^0} \end{array}$$



## الأنماط العددية

٦

تمارين (١ - ٦)

(١) أكمل الجدول التالي :

وصف النمط	النمط العددي
.....	..... ، ٢٣ ، ١٩ ، ١٥ ، ١١ ، ٧ ، ٣
كل عدد يزيد عن سابقه بمقدار بمقدار ٥	.....
.....	..... ، $\frac{٥}{٤}$ ، ١ ، $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٤}$
كل عدد يقل عن سابقه بمقدار ٤	.....
.....	..... ، ٨١ ، ٢٧ ، ٩ ، ٣

(٢) أكمل الأنماط العددية التالية بكتابة ثلاثة أعداد متتالية :

(أ) ..... ، ..... ، ..... ، ٣٨ ، ٣٠ ، ٢٢ ، ١٤ ، ٦ ، ..... ، .....

(ب) ..... ، ..... ، ..... ،  $\frac{١}{١٦}$  ،  $\frac{١}{٨}$  ،  $\frac{١}{٤}$  ،  $\frac{١}{٢}$  ، .....

(ج) ..... ، ..... ، ..... ، ١٢ ، ٨ ، ٥ ، ٣ ، ٢ ، .....

(د) ..... ، ..... ، ..... ، ٢٥ ، ١٦ ، ٩ ، ٤ ، ١ ، .....

(٣) اكتشف قاعدة النمط العددي واكتب العدد الناقص في كل حالة :

(أ) ..... ، ..... ، ١٦ ، ١٣ ، ..... ، ٧ ، ٤ ، .....

(ب) ..... ، ٧ ، ..... ، ٢٣ ، ١٩ ، ١٥ ، .....

(ج) ..... ، ٠ ، ٥ ، ١ ، ..... ، ٢ ، ٥ ، ٢ ، .....

(د) ..... ، ..... ، ٨ ، ١٦ ، ..... ، ٦٤ ، ١٢٨ ، .....

(هـ) ..... ، ..... ، ٩ ، ١٢ ، ١٥ ، .....

(٤) تستلج شركة أراضي بصحراء مصر ٦ أفدنة في اليوم الواحد لتصبح صالحة ومجهزة

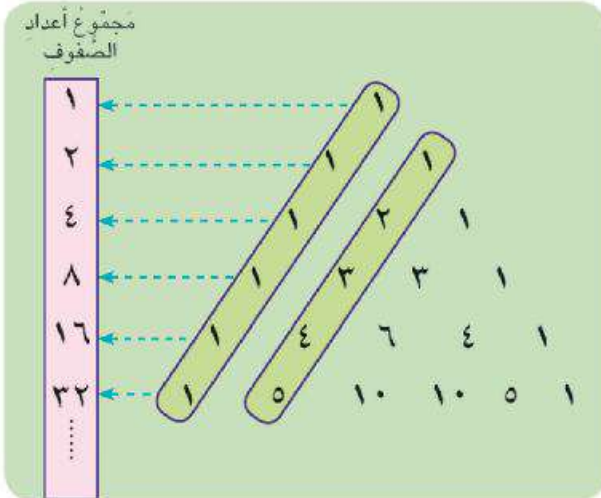
للزراعة، كم يوماً يلزم الشركة لاستصلاح ٤٨ فداناً؟ اكتب النمط العددي المُعبر عن ذلك ووصفه .





(٥) اكتب بعض المجموعات الجزئية من مجموعة الأعداد الطبيعية ط التي ترى أنها تمثل نمطاً عددياً.

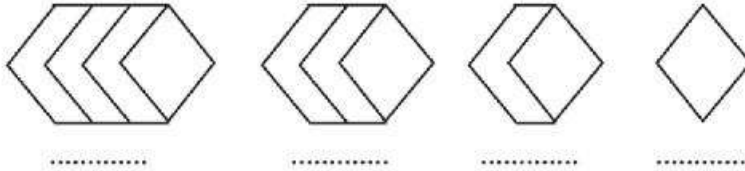
(٦) انقل رسم مثلث باسكال إلى كراستك وكتب الصفين التاليين بنفس الكيفية.



لاحظ : يوجد عديد من الأنماط العددية يمكن استخراجها من مثلث باسكال فمثلاً :  
- مجموع أعداد الصفوف كما هو موضح بجانب المثلث يمثل نمطاً عددياً .

لاحظ مثلث باسكال بالشكل السابق ، وكتب النمط في الحالات الثلاثة المحددة وهى : مجموع أعداد الصفوف .

(٧) اكتب عدد القطع المستقيمة أسفل كل شكل ، وكتب النمط العددي المعبر عن ذلك ووصفه.

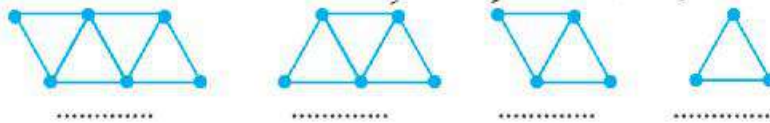


عدد القطع المستقيمة :

النمط العددي :

وصف النمط :

(٨) اكتب عدد المثلثات أسفل كل شكل ، وكتب النمط العددي المعبر عن ذلك ووصفه.



عدد المثلثات :

النمط العددي :

وصف النمط :

- باستخدام عدد القطع المستقيمة اكتب نمطاً آخر ووصفه ؟



تمارين عامة على الوحدة الأولى

(١) اكتب الأعداد الصحيحة عند النقط  $ا$  ،  $ب$  ،  $ج$  ،  $د$  على خط الأعداد:



(٢) أوجد القيمة المطلقة للأعداد الصحيحة التالية:

$٢١$  ،  $٠$  ،  $١٠-$  ،  $٥٦-$  ،  $٧٨$  ،  $٣٢١-$

(٣) أكمل ما يلي:

- (أ)  $ص \cap ط = \dots$  (ب)  $ص \cap ص_+ = \dots$  (ج)  $ص - ط = \dots$   
 (د)  $ص - ص_- = \dots$  (هـ)  $ص \cup \{٠\} = \dots$  (و)  $|-٤٥| = \dots$   
 (ز) مكملة  $ص_+$  بالنسبة إلى  $ص = \dots$  (ح) مكملة  $ص_-$  بالنسبة إلى  $ص = \dots$   
 (ط) مكملة  $ط$  بالنسبة إلى  $ص = \dots$

(٤) اكتب أقرب عدد صحيح يجعل العبارات التالية صحيحة:

- (أ)  $٤ - < \dots$  (ب)  $٢ > \dots$  (ج)  $صفر < \dots$   
 (د)  $٦ - > \dots$  (هـ)  $|-٦| < \dots$  (و)  $صفر > \dots$

(٥) أكمل بنفس التسلسل:

- (أ)  $\dots, \dots, ١٦-, ١٨-, ٢٠-$   
 (ب)  $\dots, \dots, ١٥-, ١٠-, ٥-$   
 (ج)  $\dots, \dots, ٤-, ٠-, ٤-$

(٦) رتب الأعداد التالية تصاعدياً:

- (أ)  $١٦, ٩-, |٩-|, ١٥-, ١٦$  (ب)  $٣, ٣٠-, |٨|, ٠, ١١$

(٧) عبّر رمزياً بطريقة الصفة المميزة عن المجموعات التالية:

- (أ) مجموعة الأعداد الصحيحة السالبة. (ب) مجموعة الأعداد الصحيحة الفردية.  
 (ج) مجموعة الأعداد الصحيحة الزوجية السالبة.  
 (د) مجموعة الأعداد الصحيحة المحصورة بين  $-٣$  ،  $١٣$

(٨) أوجد ناتج ما يلي:

- (أ)  $٧+(١٢-)$  (ب)  $١٩-(١١-)$  (ج)  $٧٧-(٣+٧٧)$

(٩) أوجد ناتج كل مما يلي :

(أ)  $8 + (2 -)$  (ب)  $5 + (5 -)$  (ج)  $(2 -) + (5 -)$

(١٠) أكمل لإيجاد الناتج فيما يلي مع كتابة الخاصية المستخدمة في كل خطوة :

$116 + 190 + (116 -)$

خاصية .....  $190 + (....) + 116 =$

خاصية .....  $190 + (.... + 116) =$

خاصية .....  $190 + ..... =$

خاصية .....  $190 =$

(١١) تحقق من خاصية انغلاق الجمع والطرح على المجموعة التالية :

$\{2-, 6, 8, 5-\} = س$

(١٢) أوجد ناتج ما يلي بطريقتين :

(ب)  $9 \times [(4-) + 7]$

(أ)  $[2 + (3-)] \times 6-$

(١٣) أوجد قيمة م إذا كان:  $(7-) \times م = 42$

(١٤) أوجد قيمة ما يلي :

(ج)  $^{17}(1-) \times ^2(5-)$

(ب)  $^{12}(1-) + ^3(1-)$

(أ)  $^3 \times ^2(4-)$

(و)  $^4 3 \div ^7(3-)$

(هـ)  $^7(4-) \div ^9(4-)$

(د)  $^8 2 \div ^{11} 2$

(١٥) أكمل الجدول التالي :

النمط العددي	وصف النمط
..... ، ٥٥ ، ٦٠ ، ٦٥ ، ٧٠ ، ٧٥	.....
.....	كل عدد يقل عن سابقه بمقدار ٤
..... ، ١٠٠٠ ، ١٠٠ ، ١٠ ، ١	.....
.....	كل عدد يساوي حاصل ضرب ٢ في العدد السابق له

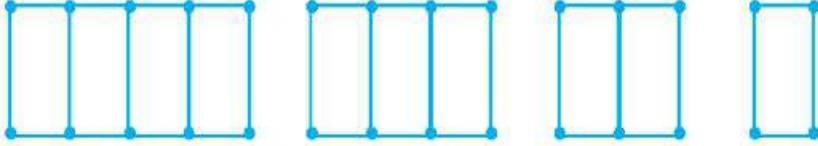


(١٦) أوجد ناتج كل حالة مما يلي :

$$(ب) \frac{2^2 \times (-2)^0}{2^2 \times (-2)^4}$$

$$(أ) \frac{2^2 \times (-5)^3}{(-5)^2}$$

(١٧) استنتج قاعدة النمط المعبر عن التصميم التالي ، ثم اكتب النمط العددي المعبر عنه :



عدد القطع المستقيمة :

النمط العددي :

قاعدة النمط :

(١٨) يدخر شريف ٥١ جنيهاً كل شهر، كم شهراً يحتاجها ليدخر ٣٠٦ جنيهاً؟ اكتب النمط العددي المعبر عن ذلك، وصفه.

(١٩) أكمل مايلي :

(أ) أصغر عدد صحيح موجب هو ..... وأكبر عدد صحيح سالب هو .....

(ب) مجموعة الأعداد الصحيحة غير الموجبة = .....

(ج) مجموعة الأعداد الصحيحة غير السالبة = .....

(د) ..... ليس عدداً موجياً وليس عدداً سالباً

(هـ) العنصر المحايد الجمعي هو ..... والعنصر المحايد الضربي هو .....

(٢٠) استخدام خواص الإبدال والدمج والتوزيع في إيجاد ناتج مايلي :

$$(أ) - (75) + 74 + 65 + 74$$


$$(ب) 15 \times 63 + 85 \times 63$$

$$(ج) 17 \times 54 - 117 \times 54$$



حساب مجموع وحاصل ضرب عددين صحيحين باستخدام برنامج اكسل  
ماذا تتعلم من هذا النشاط :

استخدام برنامج اكسل في :

إدخال مجموعة من البيانات (أعداد صحيحة) من خلال برنامج اكسل 

حساب مجموع وحاصل ضرب عددين صحيحين باستخدام خصائص برنامج اكسل . 

مثال : أوجد مجموع وحاصل ضرب كل عددين فيما يلي ، ثم تحقق  
من خواص الجمع والضرب في الأعداد الصحيحة :

(أ) ٩، ٨ (ب) ٧، ٦ (ج) ١٢، ١٢

(د) ٥، ٢٣ (هـ) ٣٤، ٠

### الخطوات العملية :

- (١) اضغط " ابدأ " START، ومنها اختر برنامج Microsoft Excel ومنها اختر
- (٢) اكتب البيانات السابقة في الخلايا المحددة على شاشة البرنامج :
- (٣) لحساب مجموع العددين بالصف 7 قم بتحديد الخلية G7 و اكتب فيها (= F7+E7) ثم  
قم بتحديد الخلية H7 و اكتب فيها (= F7\*E7) ثم اضغط على المفتاح (Enter) .
- (٤) لحساب مجموع باقي الأعداد بالصفوف الأخرى قم بتحديد الخليتين G7 ، H7 وعن طريق السحب لأسفل والإفلات عند نهاية الصفوف ، يتم تطبيق خصائص الخليتين G7 ، H7 على باقي الخلايا السفلية لهما فيظهر الناتج على الشاشة كما بالشكل التالي :



العدد الأول	العدد الثاني	مجموع العددين	حاصل ضرب العددين
8	9	17	72
-6	7	1	-42
-12	12	0	-144
-23	-5	-28	115
0	34	34	0

١- شاهد النشرة الجوية التي تصف حالة الطقس ببعض المدن، وسجل مدناً درجة حرارتها أقل من الصفر، ومدناً أخرى درجة حرارتها أكبر من الصفر بالجدول التالي:



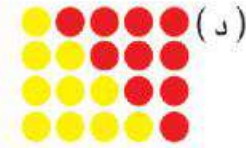
المدينة					
درجة الحرارة					

- كم مدينة درجة حرارتها أقل من الصفر؟
- اعتبر نفسك مقيماً بإحدى المدن التي درجة حرارتها أكبر من الصفر، وأنت سوف تسافر إلى مدينة درجة حرارتها أقل من الصفر.
- (أ) احسب الفرق في درجات الحرارة بين المدينتين.
- (ب) صف استعداداتك للسفر لهذه المدينة.

- ١ + = ● الكرة السوداء  
 ١ - = ● الكرة البيضاء  
 صفر = ● الكرتان معاً

٢- اعتبر كرات العدِّ كما بالشكل المقابل :  
 ثمَّ أجب عن الأسئلة التالية :

أولاً : اكتب ناتج كلِّ عملية أسفل منها في كلِّ حالة ممَّا يلي :



ثانياً : عبّر عن الحالات التالية باستخدام كرات العدِّ :

(د)  $4 \times 4 -$

(ج)  $8 - 3$

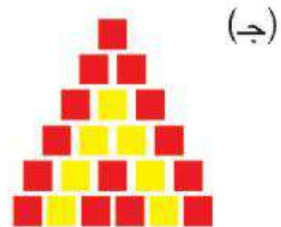
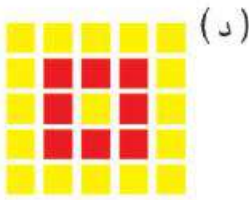
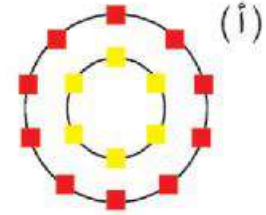
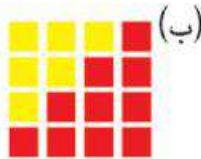
(ب)  $9 - 5$

(أ)  $7 -$

- ١ + = ■ المربع الأسود  
 ١ - = ■ المربع الأبيض  
 صفر = ■ المربعان معاً

٣- اعتبر أيضاً مربعات العدِّ كما بالشكل المقابل :

عبّر عن كلِّ شكلٍ بالعملية المناسبة ، وأوجد الناتج :



## اختبار الوحدة

(١) أكمل ما يلي :

(أ) مجموعة الأعداد الفردية  $\cup$  مجموعة الأعداد الزوجية = .....

(ب)  $ص_+ \cup ص_- = \dots \cup \dots$

(ج) ..... هو أصغر عدد صحيح موجب (د)  $ص_+ = ط \cup \dots$

(هـ)  $ص_+ \cap ص_- = \dots$  (و)  $|-54| = \dots$

(ز)  $ص_- \dots ط$  (ح)  $\{15\} \dots ص_-$

(٢) رتب الأعداد التالية تنازلياً : - ٩ ، ٠ ، ٧ ، - ١٥

(٣) مثل عمليات الجمع والطرح التالية على خط الأعداد :

(أ)  $19 - | - 9 |$  (ب)  $6 - 4$

(٤) استخدم خواص الجمع والطرح في  $ص_-$  لإيجاد ناتج ما يلي :

(أ)  $15 - 8 + 5 - \dots = \dots$  (ب)  $(-1) + 4 + 41 = \dots$

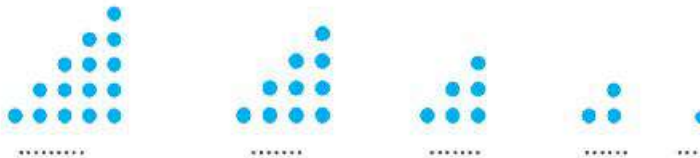
(٥) في إحدى ليالي الشتاء أشار مذياع النشرة الجوية إلى أن درجة الحرارة بالقاهرة  $18^\circ$  م، وفي موسكو  $-4^\circ$  م . احسب الفرق في درجات الحرارة بين القاهرة وموسكو. وبم تنصح المسافرين من القاهرة إلى موسكو.

(٦) أوجد ناتج ما يلي :

(أ)  $(-36) \div (-4)$  (ب)  $2^2 \times (1-)^2 \div 8$  (ج)  $\frac{(-4) \times 11}{12(4)}$

(٧) قرر خالد إنقاص وزنه بمعدل ٣ كجم شهرياً ، إذا كان وزنه الحالي ٩٠ كجم. فكَمْ شهراً يحتاجه من الوقت للوصول إلى ٦٩ كجم ؟ اكتب النمط العددي المُعبر عن ذلك ووصفه.

(٨) اكتب عدد النقاط أسفل كل شكل مما يلي ، ثم اكتب النمط العددي المُعبر عن ذلك ووصفه



عدد النقاط :

النمط العددي :

قاعدة النمط :



# المعادلات والمتباينات

الدرس الأول : المعادلة والمتباينة من الدرجة الأولى.

الدرس الثاني : حل المعادلة من الدرجة الأولى في مجهول واحد.

الدرس الثالث : حل المتباينة من الدرجة الأولى في مجهول واحد.

تمارين عامة على الوحدة .

نشاط تكنولوجي

نشاط الوحدة .

اختبار الوحدة



## المعادلة والمتباينة من الدرجة الأولى

١

## تمارين (١-٢)

(١) حدد أى مما يلي متباينة و أيهما يمثل معادلة ثم حدد الدرجة، والمجهول :

$$(أ) \text{ س } - 7 = 1 \quad (ب) \text{ س } + 3 < 2$$

$$(ج) \text{ س }^2 - 2 = 14 \quad (د) \text{ س } - (1) = 5$$

$$(هـ) \text{ س }^3 - 2 > 2 \quad (و) \text{ س }^3 - 4 = 0$$

(٢) باعتبار مجموعة التعويض هي  $M = \{-1, -2, 0, 2\}$ .

$$(أ) \text{ أوجد مجموعة حل المعادلة } 2 \text{ س } + 1 = 5$$

$$(ب) \text{ أوجد مجموعة حل المتباينة } 3 - \text{ س } > 1$$

(٣) أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات والمتباينات التالية :-

$$(أ) \text{ س } + 5 = 12 \quad \text{إذا كانت مجموعة التعويض هي } \{3, 5, 7, 8\}$$

$$(ب) \text{ س } + 2 = 14 \quad \text{إذا كانت مجموعة التعويض هي } \{-2, 2, 3, 5\}$$

$$(ج) \text{ س } - 3 = 9 \quad \text{إذا كانت مجموعة التعويض هي } \{2, 3, 4, 6\}$$

$$(د) \text{ س } - 6 = 1 \quad \text{إذا كانت مجموعة التعويض هي } \{4, 5, 6, 7\}$$

$$(هـ) \text{ س } + 3 > 5 \quad \text{إذا كانت مجموعة التعويض هي } \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$(و) \text{ س } - 1 < 2 \quad \text{إذا كانت مجموعة التعويض هي } \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$(ز) \text{ س } + 1 > 4 \quad \text{إذا كانت مجموعة التعويض هي } \{-3, -2, 0, 2, 3\}$$

$$(ح) \text{ س } + 5 < 2 \quad \text{إذا كانت مجموعة التعويض هي } \{-3, -2, -1, 0, 1\}$$

## حل المعادلة من الدرجة الأولى في مجهول واحد

٢

تمارين (٢-٣)

(١) أوجد قيمة س في كل مما يأتي :

(أ)  $3 = 3 + س$

(ب)  $1 = 2 - س$

(ج)  $6 = 2س$

(د)  $9 - = 3س$

(هـ)  $5 - = 1 + 2س$

(و)  $2س = \text{صفر}$

(٢) حل كل من المعادلات التالية :

(أ)  $9 = 3 + س$  في ط

(ب)  $18 = 22 - س$  في ص

(٣) أوجد مجموعة حل المعادلات التالية في ط :

(أ)  $19 = 8 + س$

(ب)  $17 = 1 + س$

(ج)  $25 = 7 + س$

(٤) أوجد مجموعة حل المعادلات التالية في ص :

(أ)  $40 = 12 - س$

(ب)  $19 - = 2 - س$

(٥) ادرس إمكانية حل المعادلات التالية في ط ، ص :

(أ)  $8 = 2س$

(ب)  $6 = 12 + م$

(ج)  $8 = 16 + ل$



## حل المتباينة من الدرجة الأولى في مجهول واحد

٣

### تمارين (٢-٣)

(أولاً) عبر رمزيا عن كل مما يأتي :

- (١) س أصغر من ٥ -  
(٢) س أكبر من أو تساوي ٣  
(٣) س أصغر من أو تساوي ٢  
(٤) س أصغر من ٥ وأكبر من ٢  
(٥) س أصغر من أو تساوي ٧ وأكبر من ١  
(٦) س أصغر من أو تساوي ١ وأكبر من أو تساوي (-٤)

(ثانياً) أكمل حيث س  $\exists$  ص

- (١) إذا كان س + ٥ < ٢ فإن س < .....  
(٢) إذا كان س + ٢ ≤ ١ + ٥ فإن س ≤ ..... ، س ≤ .....  
(٣) إذا كان س - ٣ ≥ ١ - ٨ فإن س ≥ ..... ، س ≥ .....

(ثالثاً) أوجد مجموعة حل كلاً من المتباينات التالية ، ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد :

- (١) س - ٣ > ١ حيث س  $\exists$  ط  
(٢) س - ٥ ≥ -٧ حيث س  $\exists$  ص  
(٣) س + ٢ ≥ ١١ حيث س  $\exists$  ط  
(٤) س - ٧ ≥ ٥ حيث س  $\exists$  ص  
(٥) س - ٣ ≤ ١ حيث س  $\exists$  ص

تمارين عامة على الوحدة الثانية



(١) حدّد أيًّا ممّا يلي يُمثّل مُعادلةً أم لا ، ولماذا؟

(أ) س - ٢١      (ب) ١٠ - ١٢ = ٢      (ج) ٢ - س = ٣ - ٥

(٢) حدّد أيًّا ممّا يلي مُعادلةً أم مُتباينةً مع ذكر السبب:

(أ) س < ٧ - ٥      (ب) ٣ + س = ٢ + ١١

(ج) س > ٣٥ - ٢      (د) ٢٤ = س٢

(٣) حدّد درجة كلٍّ من المعادلات التالية:

(أ) ٣ - س = ٩ - ٢      (ب) ٣ س - ٢ = ٦ - ١٤

(٤) باعتبار مجموعة التعويض هي  $M = \{0, 1, 2, 3\}$

(أ) أوجد مجموعة حلّ المعادلة ١ - س = ٧ - ٢

(ب) أوجد مجموعة حلّ المتباينة ٥ < ٤ + س

(٥) حلّ كلّاً من المعادلات التالية في ط ، ص :

أولاً في ط : (أ) س + ٧ = ٢٢      (ب) ٨ س = ٣٢

(ج) ٢٣ = ٣ + س

ثانياً في ص : (أ) س - ١٢ = ٦      (ب) ٢ - س = ٣ - ٩

(ج) ٩ = ٣ - ٢ س

(٦) حلّ كلّاً من المتباينات التالية في ط ، ص :

أولاً في ط : (أ) س + ٣ > ٧      (ب) ٢ س + ١ ≥ ٥

ثانياً في ص : (أ) ١ - ٨ س > ٣٣      (ب) ٢ س - ٣ > ٥





إيجاد حل معادلة من الدرجة الأولى في مجهول واحد باستخدام برنامج اكسل  
مَآذَا تَتَعَلَّم مِن هَذَا النِّشَاطِ : اسْتِخْدَامِ بَرْنَامِجِ اكْسَلِ فِي :

إدخال مجموعة من الأعداد صحيحة من خلال برنامج اكسل .

إيجاد حل معادلة من الدرجة الأولى في مجهول واحد في برنامج اكسل.

مثال: أوجد حل المعادلة  $3س + 5 = 17$  إذا كانت مجموعة التعويض  $ل = \{ 2, 3, 4, 5 \}$ .

### الخطوات العملية :

(1) اضغط ابدأ « START » ، ومنها اختر برامج Program ، ومنها اختر Microsoft Excel

(2) اكتب عناصر التعويض في الخلايا أسفل س بصفحة برنامج الاكسل .

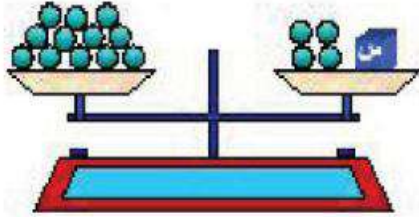
(3) لحساب قيمة س التي تحقق المعادلة قم بتحديد الخلية D3 وأكتب فيها  $( 3 * C3 + 5 ) =$  ثم

اضغط على المفتاح ( Enter ) فيظهر الناتج (11) ، وعن طريق تحديد الخلية D3 والسحب لأسفل

من ركنها السفلي الأيسر ثم الإفلات عند نهاية الصفوف تظهر النواتج كما بالشكل التالي :

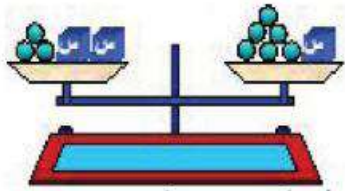
	A	B	C	D
1				
2			س	3س + 5
3			2	11
4			3	14
5			4	17
6			5	20
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				

(4) من بيانات الشاشة يتضح أن قيمة س = 4 أنها تحقق الناتج 17 ، أي أن مجموعة الحل هي { 4 }

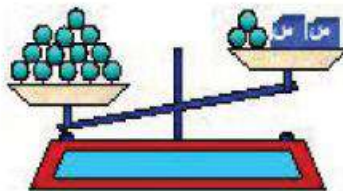


عبر أسفل كل ميزان فيما يلي بالجملة الرياضية المناسبة، ثم أوجد حلها

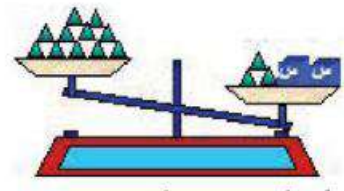
الجملة الرياضية .....  
الحل .....



الجملة الرياضية .....  
الحل .....



الجملة الرياضية .....  
الحل .....



الجملة الرياضية .....  
الحل .....



## اختبار الوحدة

١- أكمل ما يلي بما تراه مناسباً :

أ- المعادلة هي : جملة رياضية .....

ب- المتباينة هي : جملة رياضية .....

ج- مجموعة التعويض هي : .....

د- مجموعة الحل هي : .....

٢- اختر من بين الأقواس ما يحقق كلاً من المعادلات والمتباينات التالية :

أ)  $3s + 1 = 5 -$  { ٠، ١، ٢، ٣ }

ب)  $1 - s = 2 -$  { ٣، ٢، ١، ٠ }

ج)  $2 < 3 -$  { ٣، ٤، ٥، ٦ }

د)  $1 - \geq 2 + s$  { ٤، ٢، ٠، ١ }

٣- حل المتباينات التالية ، ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد :

أ)  $12 \leq 3 + s$  حيث  $s \in \mathbb{P}$

ب)  $13 > 1 + s$  حيث  $s \in \mathbb{V}$

٤- حل المعادلات التالية في  $\mathbb{V}$  :

أ)  $14 = 2 + 6s$

ب)  $9 - = 1 + 2s$

ج)  $26 = 5 + 7s$

د)  $24 = 2s - 4$



# الهندسة والقياس

الدرس الأول : المسافة بين نقطتين في مستوى الاحداثيات .

الدرس الثاني : التحويلات الهندسية : الانتقال .

الدرس الثالث : مساحة الدائرة .

الدرس الرابع : المساحة الجانبية والكلية لكل من :

● المكعب

● متوازي المستطيلات .

تمارين عامة على الوحدة .

نشاط الوحدة .

نشاط تكنولوجي .

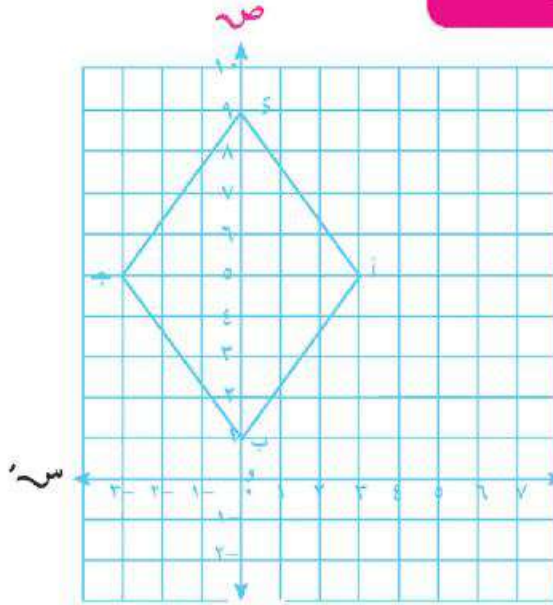
اختبار الوحدة .



## المسافة بين نقطتين في مستوى الإحداثيات

١

### تمارين (٣-١)



(١) في مستوى الإحداثيات المقابل:

الشكل  $ا ب ج د$  معين

(أ) أكمل إحداثيات النقاط التالية:

$ا$  (.....)،  $ب$  (.....)،

$ج$  (.....)،  $د$  (.....)

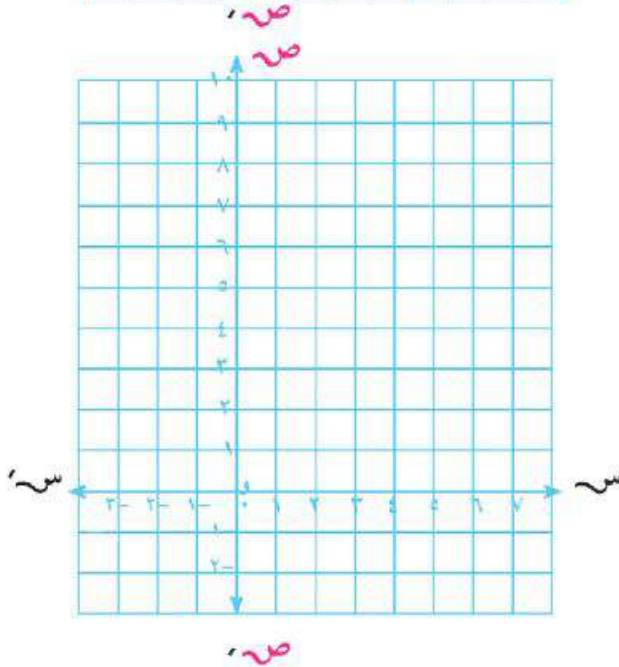
(ب) يمكن حساب مساحة سطح المعين  $ا ب ج د$

باستخدام طولي قطريه المتعامدين، حيث:  $س$

طول  $ا ب ج د$  = .....

طول  $ب د$  = .....

مساحة سطح المعين = .....



(٢) على مستوى الإحداثيات المقابل:

(أ) حدد موضع النقاط التالية:

ل (.....)، م (.....)،

ن (.....)، هـ (.....)

(ب) أوجد محيط ومساحة الشكل  $ل م ن هـ$

(ج) حدد هل الشكل متماثل حول محور

الصادرات؟ ولماذا؟

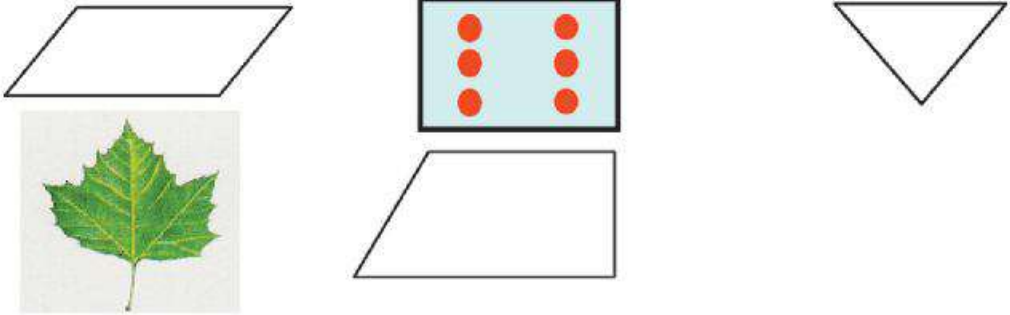


## التحويلات الهندسية: الانتقال

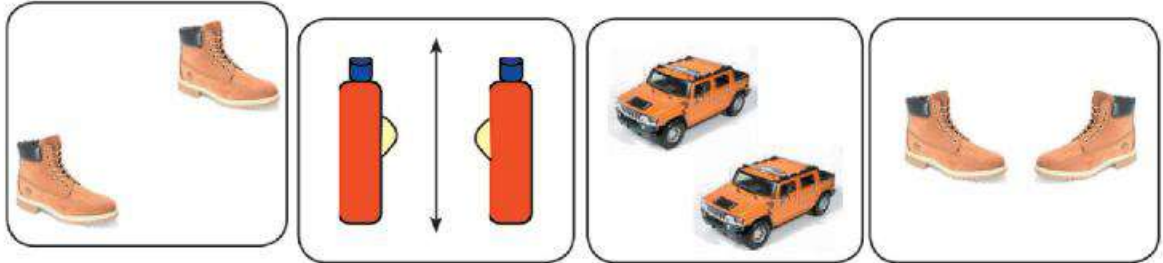
٢

تمارين (٣-٢)

(١) حدّد أيّ الأشكال التالية متماثل، وأيها غير متماثل، ثمّ ارسم محاور التماثل:



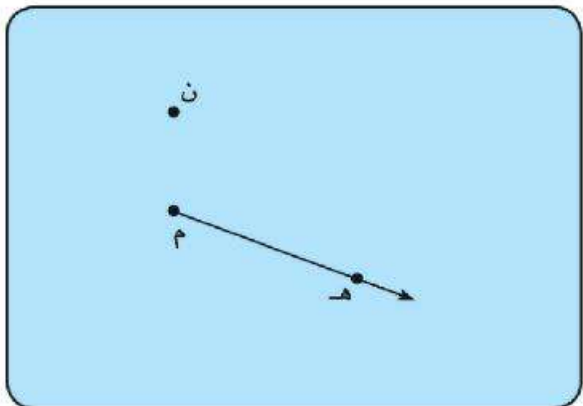
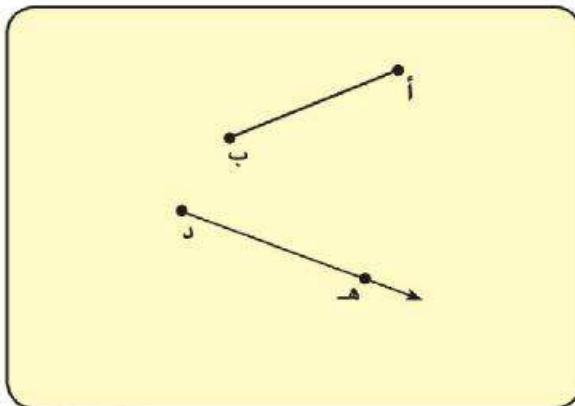
(٢) فيما يلي نوع التحويل الهندسي (انعكاس أم انتقال) مع رسم اتجاه الانتقال.



(٣) أوجد ما يلي:

(أ) صورة النقطة ن بانتقال م ه في اتجاه م ه ←

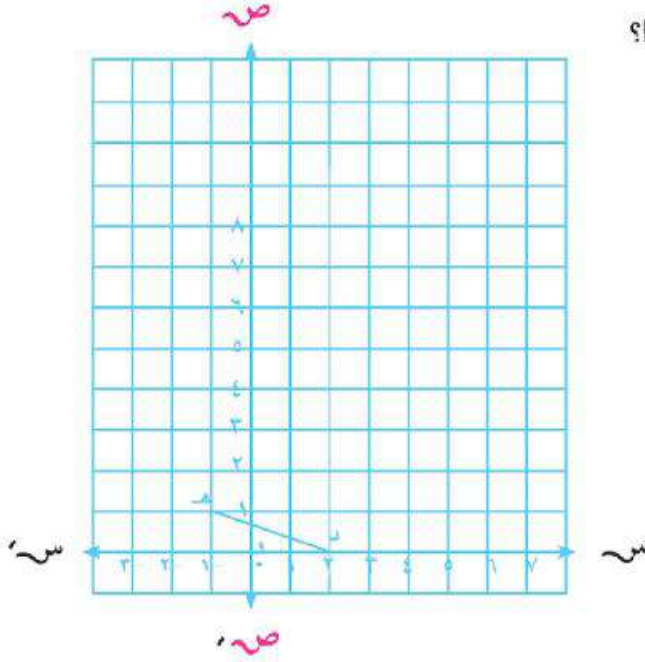
(ب) صورة أ ب بانتقال قدره ٣ سم في اتجاه د ه ←



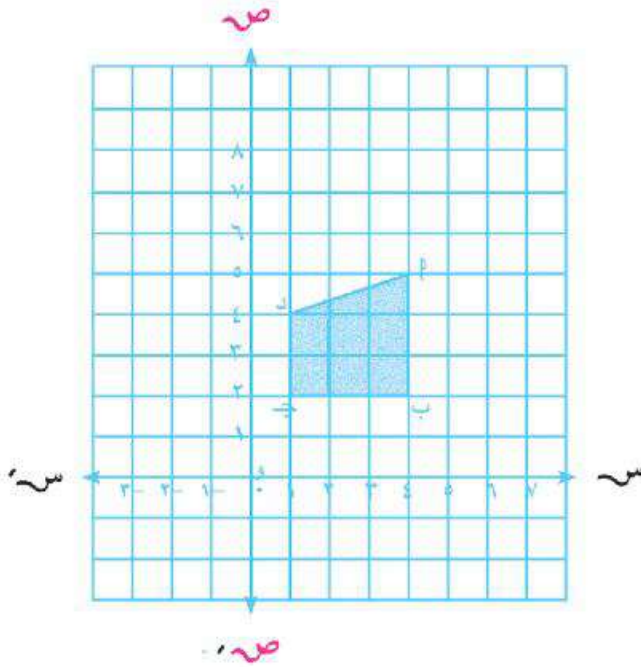
(٤) عَيِّنْ فِي مُسْتَوَى الإحداثياتِ صُورَةَ كُلِّ مِمَّا يَلِي :

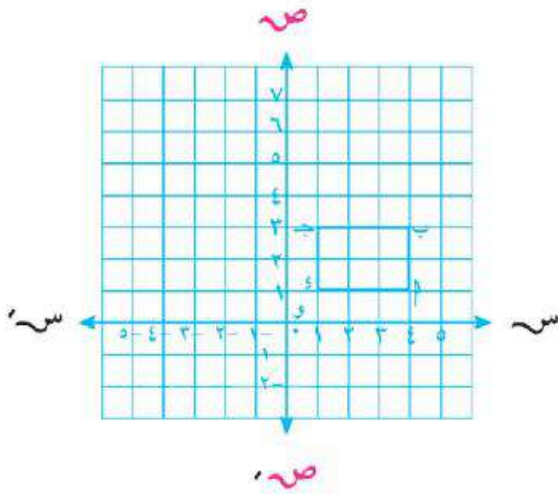
(أ) صُورَةَ دَهَّ حَيْثُ د (٢، ٠) هـ (١، -١) بِالانتقالِ (س + ٣، ص + ٢).

ما نوع الشكل الناتج د دَهَّهـ. ولماذا؟



(ب) صُورَةَ الشَّكْلِ الرَّبَاعِيِّ أ ب ج د بِالانتقالِ (٣، -٤) .





(ج) صورة المستطيل أ ب ج د حيث:

أ (١، ٤) ، ب (٣، ٤) ، ج (٣، ١) ، د (١، ١)

بالانتقال (س+٣، ص+٣)

(هـ) اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين:

(أ) صورة النقطة (٢، ١-) بالانتقال ٣ وحدات في الاتجاه الموجب لمحور السينات

هي ..... [ (٢، ٢) ، (٢، ٥) ، (١-، ٥) ، (٢، ٢) ]

(ب) صورة النقطة (٤، ٣-) بالانتقال ٤ وحدات في الاتجاه السالب لمحور الصادات

هي ..... [ (٤، ١-) ، (٨، ٣-) ، (٤، ٧-) ، (٠، ٣-) ]

(ج) صورة النقطة (٥، ٣) بالانتقال (س+٢، ص-١) هي .....

[ (٦، ١) ، (٤، ١) ، (٤، ٥) ، (٦، ٥) ]

(د) صورة النقطة (.....، .....) بالانتقال (س-٣، ص+٤) هي (١١، ٥-)

[ (٧-، ٢-) ، (٧، ٨-) ، (٧، ٢-) ، (١٥، ٨-) ]

(هـ) صورة النقطة (٨، ١٠-) بالانتقال (٤، ٣-) هي .....

[ (١٤-، ١١) ، (٦-، ١١) ، (١٤-، ٥) ، (٦-، ٥) ]

(و) صورة النقطة (١-، ٣) بالانتقال (.....، .....) هي (٠، ١)

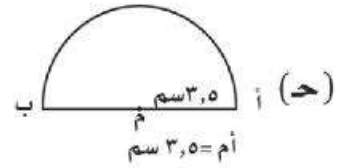
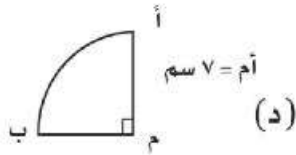
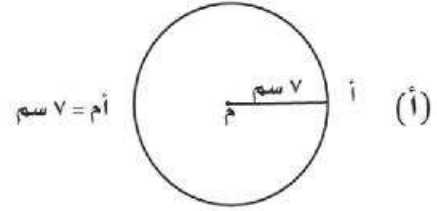
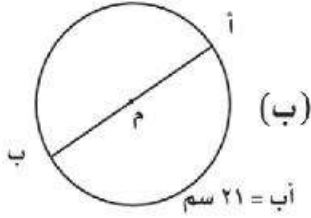
[ (٣-، ٠) ، (٠، ٣) ، (٣، ٠) ، (٠، ١) ]



## مساحة الدائرة

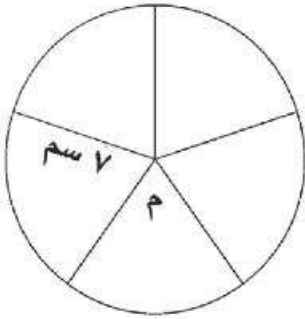
تمارين (٣-٣)

(١) احسب مساحة كل مما يأتي علما بأن  $\pi = ١٤$



(٢) دائرة قطرها ١٢ سم ، احسب مساحة سطحها .

( اعتبر  $\pi = ٣,١٤$  )



(٣) في الشكل المقابل دائرة م ، نصف قطرها ٧ سم ، قُسمت

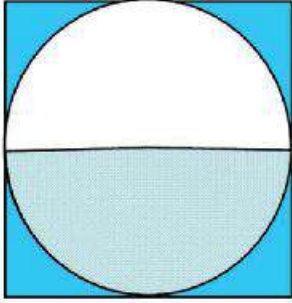
إلى خمسة قطاعات دائرية متساوية - احسب مساحة سطح

القطاع الواحد . ( اعتبر  $\pi = \frac{٢٢}{٧}$  )

(٤) دائرة مُحيطها ٢٤,٢ سم - احسب مساحة سطحها .

( اعتبر  $\pi = \frac{٢٢}{٧}$  )





(٥) في الشكل المقابل: دائرة مرسومة داخل مربع طول ضلعه ١٠ سم. احسب مساحة الجزء المظلل بالشكل.

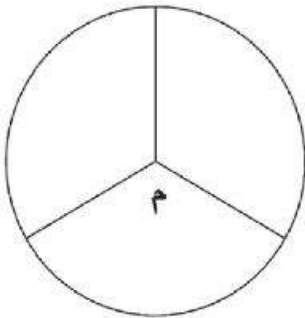
$$(اعبر \pi = 3,14)$$



(٦) طاولة طعام سطحها على شكل دائرة، طول قطرها ١,٥ متر، يراد تغطية سطحها بلوح زجاج مساوٍ له تمامًا، احسب التكلفة إذا كان سعر المتر المربع من الزجاج ٦٠ جنيهاً. (اعبر  $\pi = \frac{22}{7}$ ، أ، ٣,١٤)

(٧) دائرة محيطها ٤٤ سم، احسب مساحة سطحها.

$$(اعبر \pi = \frac{22}{7})$$



(٨) في الشكل المقابل: دائرة م، قُسمت إلى ثلاثة قطاعات دائرية متساوية المساحة، فإذا كان طول قوس القطاع ٤٤ سم ومُحيط القطاع الواحد ٨٦ سم.

فاحسب:

(أ) طول نصف قطر الدائرة.

(ب) مساحة القطاع الواحد. (اعبر  $\pi = \frac{22}{7}$ )



## المساحة الجانبية والكلية لكل من المكعب - متوازي المستطيلات

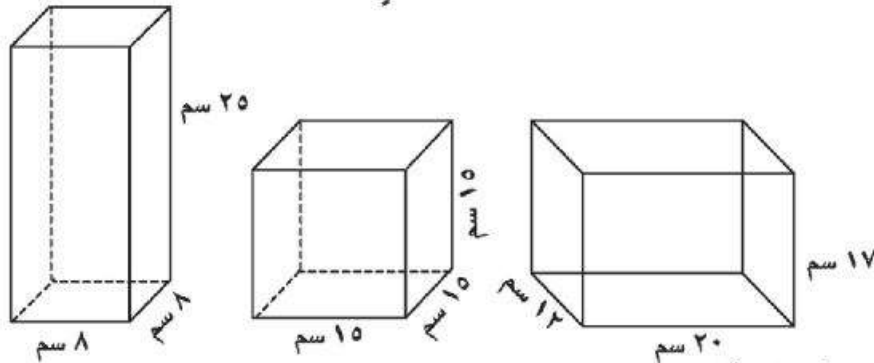
٤

تمارين (٣-٤)

(١) أكمل:

- (أ) إذا كان طول حرف مكعب يساوي ٦ سم فإن مساحته الكلية تساوي.....  
 (ب) إذا كان مساحة قاعدة مكعب ٤٩ سم<sup>٢</sup> فإن مساحته الجانبية تساوي.....  
 (ج) إذا كان مجموع أطوال أحرف مكعب ٨٤ سم فإن مساحته الكلية تساوي.....  
 (د) ارتفاع متوازي مستطيلات مساحته الكلية ١٢٠ سم<sup>٢</sup> وبعده قاعدتيه ٤ سم، ٦ سم يساوي.....  
 (هـ) إذا كانت المساحة الجانبية لمكعب ١٠٠ سم<sup>٢</sup> فإن مساحته الكلية = ..... سم<sup>٢</sup>  
 (و) إذا كان حجم مكعب ١٠٠٠ سم<sup>٣</sup> فإن مساحته الكلية = ..... سم<sup>٢</sup>  
 (ز) إذا كان محيط قاعدة مكعب ٢٤ سم فإن مساحته الكلية = ..... سم<sup>٢</sup>

(٢) احسب المساحة الجانبية والكلية لكل مجسم فيما يلي:



(٣) أكمل الجدول التالي (مع اعتبار الوحدات بالسنتيمتر):

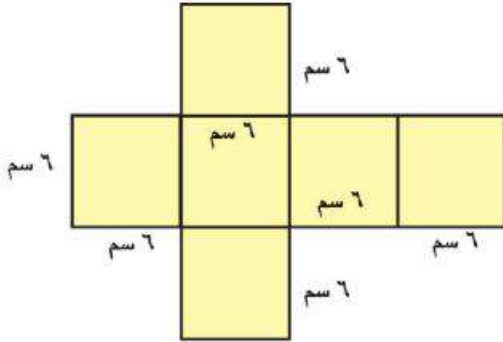
المجسم	الطول	العرض	الارتفاع	المساحة الجانبية	المساحة الكلية
متوازي مستطيلات	٩,٥	٦	٨	.....	.....
مكعب	٨	.....	.....	.....	.....
متوازي مستطيلات	٨,٥	.....	٨	١٦٨	.....
مكعب	.....	.....	.....	١٠٠	.....



- (٤) إذا كانت المساحة الجانبية لمكعب هي ٣٦ سم<sup>٢</sup> . احسب مساحته الكلية .
- (٥) مكعب طول حرفه ٨ سم ، احسب النسبة بين مساحته الجانبية ومساحته الكلية .
- (٦) مكعب مساحته الكلية ٧٢٦ سم<sup>٢</sup> ، احسب مساحته الجانبية .
- (٧) مكعب طول حرفه ١٠ سم ، ومتوازي مستطيلات طوله ٨ سم ، عرضه ٥ سم ، ارتفاعه ١٧ سم ، أوجد الفرق بين المساحتين الجانبيتين لكل من المكعب ومتوازي المستطيلات .
- (٨) علبه بدون غطاء طولها ١٦ سم ، عرضها ٧ سم ، ارتفاعها ١٩ سم - احسب كلاً من مساحتها الجانبية - ومساحتها الكلية .



- (٩) صندوق لسيارة نقل على شكل متوازي مستطيلات ، أبعاده من الداخل ٥ أمتار ، ٢,٥ متر ، ١,٦ متر ، يراد طلاؤه من الداخل بدهان تكلفه المتر المربع منه ١٢ جنيهاً - احسب تكلفة الدهان .



- (١٠) عند طي الشكل المقابل فإن :

- المجسم الناتج

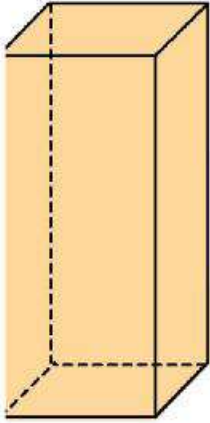
هو: .....

- المساحة الجانبية

للمجسم الناتج = .....

- المساحة الكلية للمجسم الناتج = .....





(١١) عِلْبَةٌ عَلَى شَكْلِ مُتَوَازِي مُسْتَطِيلَاتٍ قَاعِدَتِهَا عَلَى شَكْلِ مَرْبَعٍ طُولُ ضِلْعِهِ ٩ سَم، فَإِذَا كَانَ ارْتِفَاعُ الْعِلْبَةِ ٢٠ سَم. احْسِبْ كُلًّا مِنْ: مِسَاحَتِهَا الْجَانِبِيَّةِ وَمِسَاحَتِهَا الْكُلِّيَّةِ .

(١٢) حُجْرَةٌ طُولُهَا ٥ أمتارٍ وَعَرْضُهَا ٤ أمتارٍ، وَارْتِفَاعُهَا ٣,٢ مترٍ، يُرَادُ طَلَاءُ جُدْرَانِهَا وَسَقْفِهَا بِدِهَانٍ تَكْلِفَةُ الْمِتْرِ الْمَرْبَعِ ٨ جُنِيَهَاتٍ - احْسِبِ التَّكْلِفَةَ اللَّازِمَةَ، عِلْمًا بِأَنَّ جُدْرَانَ الْغُرْفَةِ بِهَا فَتَحَاتٌ (٢ شَبَاكٍ وَبَابٍ) مِسَاحَتُهَا ٨ م<sup>٢</sup>

(١٣) اسْتُخْدِمَ يُوسُفٌ قِطْعَةً مِنَ الْوَرَقِ الْمَقْوَى مُسْتَطِيلَةَ الشَّكْلِ طُولُهَا ١,٢ متراً، وَعَرْضُهَا ٨٠ سَم، فِي تَصْمِيمِ عِلْبَةٍ مَكْعَبَةِ الشَّكْلِ طُولُ ضِلْعِهَا ٣٠ سَم. احْسِبِ مِسَاحَةَ الْوَرَقِ الْمَتَّبَقِيِّ بَعْدَ تَصْمِيمِ الْعِلْبَةِ .

(١٤) حَمَّامٌ سَبَاحَةٌ أَبْعَادُهُ مِنَ الدَّاخِلِ ٣٠ متراً، ١٠ أمتارٍ، ١,٥ متراً، يُرَادُ تَغْطِيطُهُ بِبَلَّاطِ سِيرَامِيكٍ مَرْبَعِ الشَّكْلِ طُولُ ضِلْعِ الْبَلَّاطَةِ ٢٠ سَم، فَإِذَا كَانَ سِعْرُ الْمِتْرِ الْمَرْبَعِ مِنَ السِّيرَامِيكِ ٣٢ جُنِيَهًا، احْسِبِ التَّكْلِفَةَ الْكُلِّيَّةَ لِتَغْطِيطِ جُدْرَانِ وَأَرْضِيَةِ الْحَمَّامِ .

(١٥) حَاوِيَةٌ لِنَقْلِ الْبَضَائِعِ عَلَى شَكْلِ مُتَوَازِي مُسْتَطِيلَاتٍ، أَبْعَادُهَا مِنَ الدَّاخِلِ ٤ م، ٢,٥ م، ١,٨ م، يُرَادُ تَغْطِيطُ جَوَانِبِهَا وَسَقْفِهَا بِنَوْعٍ مِنَ الصَّاجِ ثَمَنُ الْمِتْرِ الْمَرْبَعِ مِنْهُ ١٥ جُنِيَهًا. احْسِبِ ثَمَنَ الصَّاجِ اللَّازِمِ لِذَلِكَ .

تمارين عامة على الوحدة الثالثة



(١) ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة، وعلامة (X) أمام العبارة الخطأ مع تصويب الخطأ إن وجد:

- (أ) البعد بين النقطتين (٥، ٣)، (٥، ٢) = ٥ وحدة طول ( )
- (ب) يتحدد الانتقال في مستوى بمقداره واتجاهه ( )
- (ج) صورة النقطة (٤، ١-) بالانتقال (٣، ١-) هي النقطة (٧، ٢) ( )
- (د) مساحة دائرة طول نصف قطرها ٧ سم =  $٧٢ \pi$  ( )
- (هـ) المساحة الجانبية لمكعب طول حرفه ٦ سم = ٢٢٢ ( )

(٢) أكمل:

- (أ) إذا كانت س (٢، ٣-)، ص (٤، ٣-) فإن طول س ص = .....
- (ب) صورة النقطة أ (٤، ٠) بالانتقال (س-٢، ص+١) هي النقطة أ (.....، .....)
- (ج) مساحة الدائرة = ....., محيط الدائرة = .....
- (د) إذا كانت مساحة أحد أوجه مكعب ٢٥ سم<sup>٢</sup> فإن مساحته الجانبية = ..... سم<sup>٢</sup>، ومساحته الكلية = ..... سم<sup>٢</sup>

(هـ) مساحة دائرة طول قطرها ٢٠ سم = ..... سم<sup>٢</sup>

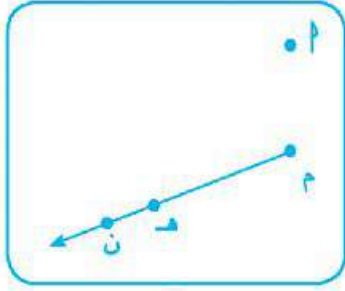
(٣) ارسم مستوى الإحداثيات ثم حدد فيه النقاط التالية:

أ (٢، ٢)، ب (٠، ١)، ج (٣، ٠)، د (٤، ٢) أجب عما يأتي:

- ما اسم الشكل أ ب ج د ولماذا؟

- ارسم أ ب ج د بانتقال مقداره ٤ وحدات في الاتجاه الموجب لمحور الصادات و ص ←





(٤) من الشكل المقابل :

أوجد صورة النقطة P

بان انتقال م هـ في اتجاه م ن

(٥) على المستوى الإحداثي المقابل :

أ - حدد النقاط التالية :

م (٢، ٢)، ب (١، ١)، ج (١، ٦)

ب- أوجد م صورة م بان انتقال (٢، ١)

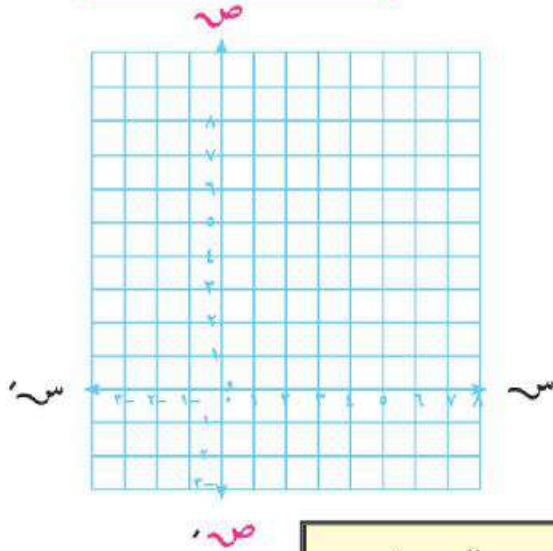
ج- أوجد ب ج صورة ب ج بان انتقال (١، ٣)

د - أوجد ب ج، ب ب

هـ - احسب محيط ومساحة الشكل ب ب ج ج

و - ادرس تماثل الشكل ب ب ج ج

(٦) أكمل الجدول التالي :



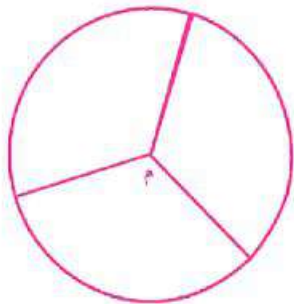
الصورة	الانتقال	النقطة
(....، ....)	(١+ص، ٣+س)	(٣، ٢)
(٣، ٣-)	(١-ص، ٢+س)	(....، ....)
(٠، ٠)	(....+ص، ....+س)	(٣-، ٠)
(....، ....)	(١+ص، ٣+س)	(١-، ٤-)

(٧) دائرة محيطها ٦٦ سم ، احسب مساحة سطحها.  $(\frac{22}{7} = \pi)$

(٨) في الشكل المقابل دائرة م ، طول نصف قطرها ٧,٧ سم قسمت

إلى ثلاثة قطاعات دائرية متساوية ، أوجد مساحة سطح القطاع

الواحد (مقرباً الناتج لأقرب عدد صحيح) اعتبر  $\pi = \frac{22}{7}$

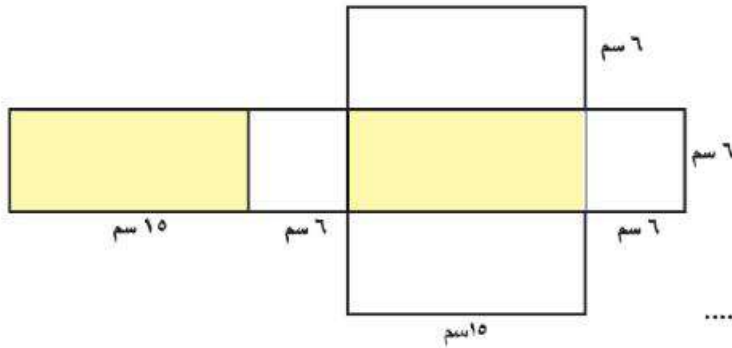




- (٩) تورتة عيد ميلاد دائرية الشكل قطرها ٢٥ سم ،  
قُسمت إلى ٨ أجزاء متساوية ،  
أحسب مساحة سطح الجزء الواحد ،  
( مقرباً الناتج لأقرب عدد صحيح )  
( اعتبر  $\pi = ٣,١٤$  ) .

(١٠) مكعب محيط قاعدته ٢٨ سم ، احسب مساحته الجانبية ومساحته الكلية .

- (١١) خزان للمياه على شكل مكعب طول حرفه من الداخل ١,٥ متراً ، يُراد طلاؤه بمادة تمنع الصدأ تكلفة المتر المربع ١٥ جنيهاً - احسب تكلفة دهان الخزان .



(١٢) عند طي الشكل المقابل فإن :

- المجسم الناتج

هو : .....

- المساحة الجانبية

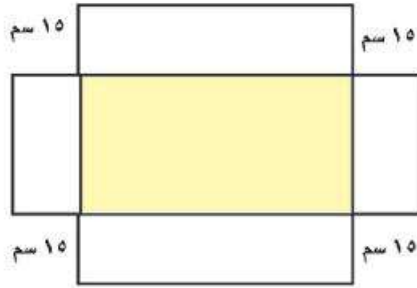
للمجسم الناتج = .....

- المساحة الكلية للمجسم الناتج = .....

- (١٣) حجرة أرضيتها مربعة الشكل ، طول ضلعها ٤ أمتار وارتفاعها ٣ أمتار، لها باب عرضه ٩٠ سم طوله ٢ متراً ، لها شباكان متساويان في المساحة كل منهما مستطيل طوله ١٦٠ سم وعرضه ١٠٠ سم .  
احسب تكلفة طلاء جدران الغرفة بدهان تكلفة المتر المربع منه ٩ جنيهاً .



احضر فرخ ورق مقوي (برستول) قص من كل ركن مربعاً طول



ضلعه ١٥ سم ليصبح كما  
بالشكل المقابل .

قم بطي الشكل واستخدم  
اللاصق لتحصل على  
متوازي



مستطيلات بدون غطاء . استخدم أدوات القياس  
واحسب مساحته الجانبية ومساحته الكلية

نشاط تكنولوجي



مَوْضُوعُ النِّشَاطِ : إيجاد المساحة الجانبية والكلية لمتوازي المستطيلات  
باستخدام برنامج اكسل

مَاذَا تَتَعَلَّمُ مِنْ هَذَا النِّشَاطِ : استخدام برنامج اكسل في :

إدخال مجموعة البيانات (طول، عرض، ارتفاع) متوازي المستطيلات من  
خلال برنامج اكسل

إيجاد المساحة الجانبية والكلية لمتوازي المستطيلات باستخدام خصائص برنامج  
اكسل

مثال : أكمل الجدول التالي بحساب المساحة :

المساحة الكلية لمتوازي المستطيلات	المساحة الجانبية لمتوازي المستطيلات	أبعاد متوازي المستطيلات		
		الارتفاع	العرض	الطول
		١٠	٦	٨
		٣,٥	١٠	١٠
		٧	١٢,٥	١٥

الخطوات العملية :

(١) اضغط « ابدأ » START، ومنها اختر برنامج Microsoft Excel ، ومنها اختر

(٢) اكتب أبعاد كل متوازي مستطيلات في الخلايا المحددة بصفحة برنامج الاكسل :

(٣) اكتب أبعاد كل متوازي مستطيلات في الخلايا المحددة (3) لحساب المساحة الجانبية

والمساحة الكلية لمتوازيات المستطيلات قم بتحديد الخلية E3 وأكتب فيها  $(B4+C4) \times D4 \times 2 =$ ،

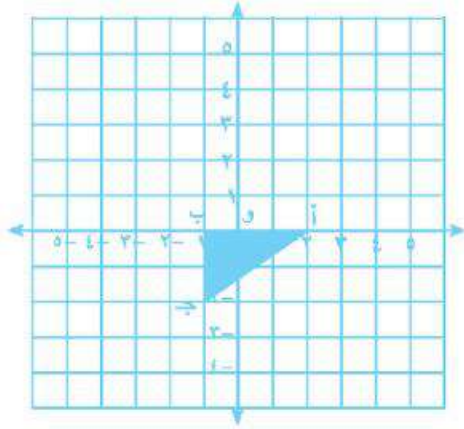
ثم قم بتحديد الخلية F3 وأكتب فيها  $(B4 \times C4) \times 2 + E4 =$  ثم اضغط على المفتاح (Enter)، وعن

طريق تحديد الخليتين F3 ، E3 والسحب لأسفل من الركن السفلي الأيسر ثم الإفلات عند نهاية

الصفوف تظهر النواتج كما بالشكل التالي:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										
11										
12										
13										
14										
15										
16										
17										
18										
19										

## اختبار الوحدة



(١) من الشكل المقابل :

(أ) حدد إحداثيات النقاط  $P$  ،  $B$  ،  $J$

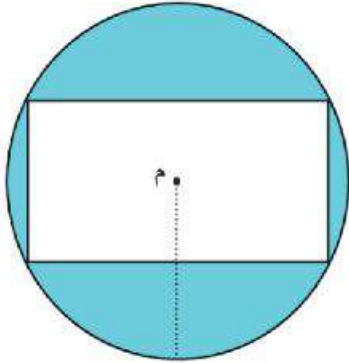
$P$  (.....) ،  $B$  (.....) ،  $J$  (.....)

(ب) أوجد صورة  $\Delta$   $ABJ$  بانتقال

(س+٢، ص+٣)

(ج) طول  $BJ$  = .....

طول  $BP$  = .....



(٢) في الشكل المقابل دائرة  $M$  ، طول نصف قطرها

٥ سم ، داخلها مستطيل طوله ٨ سم ،

عرضه ٦ سم . احسب مساحة الجزء المظل.

( اعتبر  $\pi = 3,14$  ) .

(٣) مكعب مجموع أطوال أحرفه ٧٢ سم ، احسب مساحته الجانبية ومساحته الكلية .

(٤) حجرة على شكل متوازي مستطيلات أبعادها من الداخل ٧ متراً ، ٥ متراً ، ارتفاعها

٣,٥ متراً . يُراد طلاء الجدران والسقف بدهان تكلفة المتر منه ١١ جنيهاً . احسب التكلفة

اللازمة لذلك .





## الوحدة الرابعة

# الإحصاء والاحتمال

الدرس الأول: تمثيل البيانات الإحصائية بالقطاعات الدائرية.

الدرس الثاني: التجربة العشوائية.

الدرس الثالث: الاحتمال.

تمارين عامة على الوحدة .

نشاط تكنولوجي .

نشاط الوحدة .

اختبار الوحدة.



## تمثيل البيانات الإحصائية بالقطاعات الدائرية



### تمارين (٤-١)

١- يوضح الشكل المقابل الهوايات المفضلة لتلاميذ أحد الفصول بالصف السادس، ادرس الشكل ثم اجب :



- ما نسبة المسرح بالنسبة لباقي الهوايات ؟

- ما نسبة الإذاعة المدرسية لباقي الهوايات ؟

- ما نسبة الجوّالة لباقي الهوايات ؟

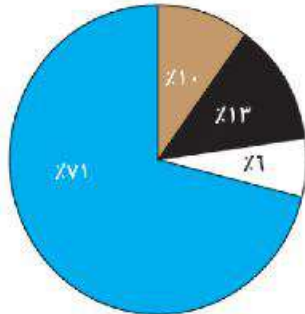
- ما قياس الزاوية المركزية لقطاع الموسيقى ؟

- ما أقل الهوايات تفضيلاً من جانب التلاميذ ؟

- ما أكبر الهوايات تفضيلاً من جانب التلاميذ ؟

٢- يوضح الشكل المقابل النسبة المئوية لتلاميذ إحدى المدارس لبعض الأنشطة.

ادرس الشكل وأكمل الجدول التالي:



■ نشاط الرياضة    ■ نشاط المكتبة  
■ نشاط فني    ■ نشاط موسيقى

النشاط	الرياضة	المكتبة	الفني	الموسيقى
نسبة النشاط	.....	.....	.....	.....

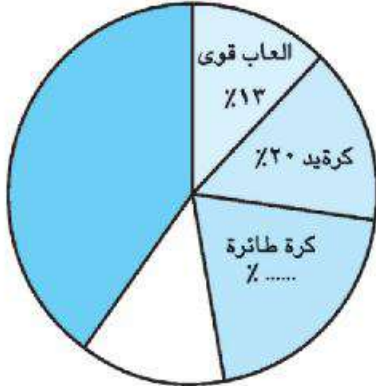
- ما النشاط الذي يمثل أصغر نسبة ؟

- ما النشاط الذي يمثل أكبر نسبة ؟

- ما قياس الزاوية المركزية لنشاط المكتبة ؟



٣- الشَّكْلُ الْمُقَابِلُ يُوضِّحُ النِّسَبَ المِئْوِيَّةَ لِلأَلْعَابِ المُفَضَّلَةِ لِأَعْضَاءِ أَحَدِ الأَنْدِيَةِ الرِّيَاضِيَّةِ مِنْ خِلالِ اسْتِطْلَاعِ آرَائِهِمْ مُمَثَّلَةً بِالقِطَاعَاتِ الدَّائِرِيَّةِ.



ادرس الشَّكْلَ جَيِّدًا ، ثُمَّ اكْمِلْ مَا يَلِي :

\* نِسْبَةُ مَنْ يُفَضِّلُونَ الكُرَةَ الطَّائِرَةَ هِيَ.....

\* نِسْبَةُ مَنْ يُفَضِّلُونَ أَلْعَابَ القُوَى هِيَ.....

\* إِذَا كَانَ عَدَدُ أَعْضَاءِ النُّادِي ٢٠٠٠ عَضْوًا، كَمْ عَدَدُ الأَعْضَاءِ اللَّذِينَ يُفَضِّلُونَ كُرَةَ اليَدِ؟

٤- اشْتَرَكَ خَمْسَةُ أَصْدِقَاءٍ فِي تَأْسِيسِ مَشْرُوعِ تِجَارِي بِرَأْسِ مَالٍ قَدْرَهُ ٦٠٠٠٠٠ جُنْيِهِ فَدَفَعَ الأَوَّلُ ١٢٠٠٠ جُنْيِهِ، وَدَفَعَ الثَّانِي ٦٠٠٠ جُنْيِهِ، وَدَفَعَ الثَّلَاثُ ١٥٠٠٠ جُنْيِهِ ، وَدَفَعَ الرَّابِعُ ٩٠٠٠ جُنْيِهِ ، وَدَفَعَ الخَامِسُ الباقى . وَضَحْ ذَلِكَ بِالقِطَاعَاتِ الدَّائِرِيَّةِ .

٥- الجَدُولُ التَّالِيُّ يُوضِّحُ نِسَبَ إِنتَاجِ البَيْضِ لِثَلَاثِ مَزَارِعَ خِلالَ شَهْرٍ، قَامَ بِجَمْعِهَا مُتَعَهِّدٌ لِتَوَزِيعِهَا عَلَى المَحَالِ التِّجَارِيَّةِ : مِثْلُ تِلْكَ البَيَّانَاتِ بِالقِطَاعَاتِ الدَّائِرِيَّةِ .

المزرعة	الأولى	الثانية	الثالثة
نسبة الانتاج	25%	35%	40%

٦- الجَدُولُ التَّالِيُّ يُوضِّحُ النِّسَبَ المِئْوِيَّةَ لِإِنتَاجِ مَصْنَعٍ لِثَلَاثَةِ أَنْوَاعٍ مِنْ سَخَّانَاتِ المِياهِ الكَهْرِبَائِيَّةِ.

النوع	الأول	الثاني	الثالث
نسبة الانتاج	15%	30%	55%

- مِثْلُ تِلْكَ البَيَّانَاتِ بِالقِطَاعَاتِ الدَّائِرِيَّةِ.

- إِذَا كَانَ جُمْلَةُ إِنتَاجِ المَصْنَعِ ٢٠٠٠ سَخَّانٍ، فَكَمْ يَكُونُ إِنتَاجُهُ مِنَ النُّوعِ الثَّانِي؟



- ٧- إذا كانت أحد الأسر تُنفق راتبها الشهري على النحو التالي:
- ٤٠٪ للطعام ، ٢٠٪ للمسكن ، ٣٠٪ مصروفات، وتُدخِر الباقي.
- مثل هذه البيانات باستخدام القطاعات الدائرية ثم أجب عما يلي :
- إذا كان دخل الأسرة الشهري ٣٠٠ جنيه . فما مقدار ما تدخره الأسرة في السنة .
- أسرة أخرى تُنفق راتبها الشهري بنفس الطريقة وتدخر ٧٠٠ جنيهاً شهرياً، فما الراتب الشهري لتلك الأسرة .

- ٨- الجدول التالي يوضِّح البرامج التلفزيونية المفضلة التي يُشاهدها تلاميذ أحد الفصول بالصفِّ السادس خلال شهر وهي كالتالي :

المادة الدراسية	ترفيهي	ثقافي	إخباري	درامي	رياضي
عدد الساعات	٩	٥	٤	٧	١١

- مثل تلك البيانات بالقطاعات الدائرية ، ثم أجب عن السؤال التالي :
- ما البرامج الأكثر أفضلية والأخرى الأقل أفضلية من جانب التلاميذ ؟

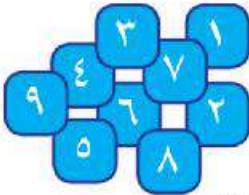


## التجربة العشوائية

٢

## تمارين (٢-٣)

- (١) أكمل : - التجربة العشوائية هي : .....
- فضاء العينة هو : .....
- (٢) إذا كانت التجربة العشوائية هي إلقاء قطعة نقود مرتين متتاليتين وملاحظة عدد الصور اكتب فضاء العينة لهذه التجربة .
- (٣) إذا كانت التجربة العشوائية هي زيارة أحد أقاربك لمعرفة جنس المولود الذي وضعت زوجته . اكتب فضاء العينة لهذه التجربة .
- (٤) في تجربة إلقاء قطعة نقود مرتين متتاليتين لمعرفة الوجه الظاهر . اكتب فضاء العينة لهذه التجربة .
- (٥) في تجربة إلقاء حجر نرد اكتب الحدث ظهور عدد فردي .
- (٦) في تجربة إلقاء حجرى نرد اكتب الحدث : مجموع النقاط بالوجهين العلويين ٧ .
- (٧) إذا كانت التجربة العشوائية هي سحب بطاقة من صندوق به تسع بطاقات متساوية ولها نفس اللون مرقمة من ١ إلى ٩ وبمعرفة رقم البطاقة المسحوبة . اكتب فضاء العينة لهذه التجربة .
- (٨) إذا كانت التجربة العشوائية هي إلقاء قطعة نقود مرتين متتاليتين وملاحظة عدد الكتابات الظاهرة . اكتب فضاء العينة لهذه التجربة



## الاحتمال

٣

## تمارين (٤-٣)

- (١) اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين  
 (ا) إذا كانت  $\emptyset$  هي المجموعة الخالية فإن  $L(\emptyset) = \dots$   
 (صفر، ٢، ١، ٥، ٠)  
 (ب) إذا كانت ف هي فضاء العينة لتجربة عشوائية فإن  $L(F) = \dots$   
 (صفر، ٢، ١، ٨، ٠)  
 (ج) احتمال ظهور عدد زوجي في تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة فقط =  
 (صفر، ٢، ١، ٥، ٠)  
 (د) احتمال عدد يقبل القسمة على ٣ في تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة فقط =  
 (صفر،  $\frac{1}{3}$ ،  $\frac{1}{4}$ ، ١)  
 (هـ) احتمال ظهور صورة عند رمي قطعة نقود معدنية منتظمة مرة واحدة فقط =  
 (صفر، ٢، ١، ٥، ٠)
- (٢) إذا كانت التجربة الاحتمالية هي: سحب بطاقة عشوائياً من جُملة ٧ بطاقات متساوية مكتوب عليها الأرقام من ١ إلى ٧، اكتب فضاء العينة، ثم أوجد احتمال:  
 • الحدث أ حيث أ هو ظهور عدد أقل من ٤ .  
 • الحدث ب حيث ب ظهور عدد فردي .  
 • الحدث ج حيث ج ظهور عدد أكبر من ٥ .
- (٣) إذا كانت التجربة الاحتمالية هي: اختيار تلميذ بطريقة عشوائية من فصل به ٤٠ تلميذاً نجح منهم في اختبار مادة الرياضيات ٣٢ تلميذاً، وفي مادة اللغة العربية ٣٥ تلميذاً. أوجد احتمال:  
 • الحدث أ حيث أ تلميذاً ناجحاً في اللغة العربية .  
 • الحدث ب حيث ب تلميذاً ناجحاً في الرياضيات .  
 • الحدث ج حيث ج تلميذاً راسباً في الرياضيات .

(٤) في تجربة إلقاء حجر نردٍ مُنتظمٍ مرةً واحدةً وملاحظة عددِ النُقَاطِ عَلَى الوَجْهِ العُلَوِيِّ - أوجد احتمالَ :

• الحدث  $A$  حيث  $A$  ظهور عدد أقل من ٥ .

• الحدث  $B$  حيث  $B$  ظهور عدد يحقق المتباينة  $B \leq 3$

(٥) في أحد مراكز التَّخْصِيسِ تَجَلَسُ ١٠ سيدات تُعانين البدانة وتنتظرن الدُخُولَ لمقابلةِ الطَّيِّبِ المتخصِّصِ ، فإذا كانَ وزنُ ٤ منهنَّ بينَ ١٠٠ ، ١١٠ كيلوجرام ، ووزنُ الأخرى بينَ ١١٠ ، ١٢٠ كيلوجرام - احسب الاحتمالات التالية :

• دخول سيدة وزنها أقل من ١١٠ كيلوجراماً .

• دخول سيدة وزنها أكبر من ١١٠ كيلوجراماً .

• دخول سيدة وزنها ٩٠ كيلوجرام .

(٦) صُنْدُوقٌ بهِ ٨ كراتٍ بيضاءَ ، ١٢ كرة حمراءَ جَمِيعُهَا مَتَمَاطِلَةٌ سُحِبَتْ كُرَةٌ دُونَ النُّظَرِ إِلَى الكُرَاتِ دَاخِلِ الصُّنْدُوقِ . احسب الاحتمالات التالية :

• الكُرَةُ المسحُوبَةُ بيضاءَ . • الكُرَةُ المسحُوبَةُ حمراءَ . • الكُرَةُ المسحُوبَةُ زرقاءَ .

(٧) في تجربة تكوين عددٍ من رقمين هما  $\{ ٣ , ٥ \}$  ، اكتب فضاء العينة ، ثم أوجد احتمال الأحداث التالية :

• الحدث  $A$  حيث  $A$  رقم الآحاد يساوي رقم العشرات .

• الحدث  $B$  حيث  $B$  رقم العشرات فردي .

• الحدث  $C$  حيث  $C$  رقم الآحاد زوجي .

(٨) في تجربة إلقاء حجر نردٍ مرةً واحدةً وملاحظة العدد الظاهر عَلَى الوَجْهِ العُلَوِيِّ ، اكتب فضاء العينة ، ثم أوجد احتمال الحدث التالي  $A$  حيث  $A \geq 3$  .



تَمارينُ عامَّةٌ على الوَحْدَةِ الرَّابِعةِ



( ١ ) الشَّكْلُ التَّالِيُّ يُمَثِّلُ تَقْدِيرَاتِ ٤٠ تَلْمِيذًا فِي اخْتِبَارِ مَادَّةِ الرِّيَاضِيَّاتِ. فَرِّغْ تِلْكَ البَيَّانَاتِ فِي الجَدْوَلِ التَّالِيِّ ، ثُمَّ احسَبْ قِيَاسَ الزَّاوِيَةِ المَرَكِزِيَّةِ لِكُلِّ تَقْدِيرٍ:



التقدير	النسبة المئوية	عدد التلاميذ	قياس الزاوية المركزية
ممتاز			
جيد جداً			
جيد			
ضعيف			
المجموع			

( ٢ ) الجَدْوَلُ التَّالِيُّ يُوَضِّحُ النِّسَبَ المِئْوِيَّةَ ، العَنَاصِرَ الغِذَائِيَّةَ لِمَا تَحْتَوِيهِ أَحَدُ القَطَائِرِ وَهِيَ كالتالي:

المكونات	بروتين	سكر	نشأ	دهون	فيتامينات
نسبة المكونات	١١%	١٤%	٣٧%	١٣%	٢٥%

مِثْلُ البَيَّانَاتِ السَّابِقَةِ بِاسْتِخْدَامِ القِطَاعَاتِ الدَّائِرِيَّةِ .

( ٣ ) الجَدْوَلُ التَّالِيُّ يُوَضِّحُ عِدَدَ السَّاعَاتِ الأُسبُوعِيَّةِ الَّتِي تَقْضِيهَا نَاهِدُ فِي مُرَاجَعَةِ المَوَادِّ الدَّرَاسِيَّةِ :

المادة الدراسية	لغة عربية	لغة إنجليزية	رياضيات	علوم	دراسات
عدد الساعات	٩	٦	٧	٥	٩

- مِثْلُ البَيَّانَاتِ السَّابِقَةِ بِاسْتِخْدَامِ القِطَاعَاتِ الدَّائِرِيَّةِ .



( ٤ ) إذا كانت التجربة العشوائية هي زيارة إحدى العائلات التي لديها طفلان لمعرفة جنس الطفلين - اكتب فضاء العينة لهذه التجربة .

( ٥ ) في تجربة تكوين عدد من رقمين من مجموعة الأرقام { ٥ ، ٦ } . ما احتمال :

- الحدث أ حيث أ رقم الأحاد فردي .
- الحدث ب حيث ب مجموع الرقمين ١١ .
- الحدث ج حيث ج الرقمان متساويان .

( ٦ ) في تجربة اختيار تلميذين من تلاميذ فصلك لضمهم للعبة كرة السلة بفريق المدرسة، قام التلميذ الأول برمي الكرة ١٠ مرات فسد منها ٤ رميات، وقام الثاني برمي الكرة ١٢ مرة فسد منها ٦ رميات . حدد أي من التلميذين يختاره المدرب بالفريق، ولماذا ؟

( ٧ ) صندوق يحتوي على ١٠ بطاقات مرقمة بأعداد زوجية من ( ٢ إلى ٢٠ ) فإذا تم سحب إحدى البطاقات بطريقة عشوائية . احسب احتمال :

- الحدث أ حيث أ ظهور مضاعفات العدد ٤
- الحدث ب حيث ب ظهور عدد زوجي
- الحدث ج حيث ج ظهور عدد يقبل القسمة على ٣

( ٨ ) صندوق يحتوي على ٢٥ كرة ملونة ١٣ حمراء ، ١٢ صفراء . فإذا تم سحب كرة من الصندوق بطريقة عشوائية . احسب احتمال :

- الحدث أ حيث أ الكرة حمراء .
- الحدث ب حيث ب الكرة صفراء .



## نشاط تكنولوجي



مَوْضُوعُ النِّشَاطِ : استخدام برنامج اكسل (Excel) في تمثيل البيانات

بالقطاعات الدائرية

مَاذَا تَتَعَلَّمُ مِنْ هَذَا النِّشَاطِ :

- إدخال مجموعة من البيانات من خلال برنامج اكسل .
- تمثيل البيانات بالقطاعات الدائرية باستخدام خصائص برنامج اكسل.

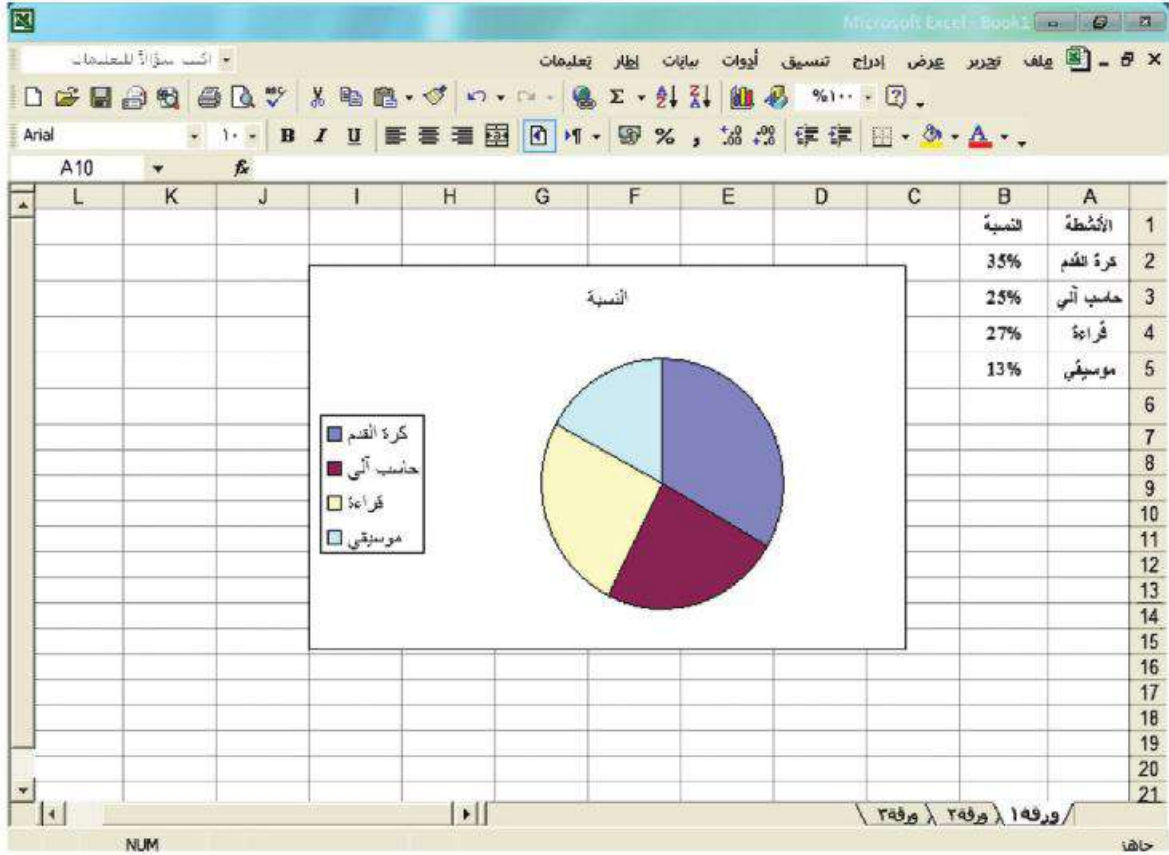
## نشاط:

الجدول التالي يوضح النسب المئوية لعدد تلاميذ أحد الفصول وفقاً للأنشطة المفضلة لديهم:  
استخدم برنامج اكسل (Excel) في تمثيل تلك البيانات بالقطاعات الدائرية.

الأنشطة	حاسب آلي	لغة إنجليزية	قراءة	موسيقى
النسبة	٪٣٥	٪٢٥	٪٢٧	٪١٣

## الخطوات العملية:

١. من قائمة أبدأ Start أختبر برامج Programs ثم أختبر منها برنامج اكسل Excel
٢. أكتب بيانات الصف الأول بالجدول السابق (الأنشطة) في خلايا العمود A علي الترتيب.
٣. أكتب بيانات الصف الثاني بالجدول السابق (النسبة) في خلايا العمود B علي الترتيب.
٤. حدد البيانات الخاصة بعدد التلاميذ بالعمودين A، B باستخدام الماوس .
٥. من قائمة إدراج Insert أختبر تخطيط Chart ثم اضغط بالماوس عليها.
٦. أختبر دائري Pie ثم اضغط عليها ، ثم اضغط Finish . يظهر لك الشكل البياني التالي:



- ١- قم بمساعدة زميل لك باستطلاع رأي زملائك في الفصل عن نوع الفاكهة المفضل لدي كل منهم من بين تلك الأنواع (البرتقال- الموز- الجوافة- البلح- البطيخ).
- فرغ البيانات التي ستحصل عليها في جدول تكراري بسيط.  
مثل تلك البيانات بالقطاعات الدائرية.



- ٢- قم بإلقاء قطعة نقود ٣٠ مرة ، وسجل ما حصلت عليه في الجدول التالي :

التكرار	العلامات	الناتج
		صورة
		كتابة
	٣٠	المجموع

- احسب احتمال الحدث أ حيث أ ظهور صورة .
- احسب احتمال الحدث ب حيث ب ظهور كتابة.
- ما توقعك إذا زاد عدد مرات إلقاء العملية إلى ١٠٠ مرة - ٥٠٠ مرة - ١٠٠٠ مرة .  
عن فرصة ظهور الصورة أو الكتابة .

- ٣- باستخدام الورق المقوي قم بقص عدد ١٠ بطاقات مربعة الشكل أو مستطيلة الشكل متساوية ومن نفس اللون ، واكتب على كل منها رقم من الأرقام من ( ١ إلى ١٠ ) ، ثم ضعها في كيس لا يُظهرها واخلطها جيداً ثم اسحب منها بطاقة واحدة عشوائياً - احسب احتمال الأحداث التالية :

- الحدث أ حيث أ هو ظهور عدد أكبر من ٧ .
- الحدث ج حيث ج هو ظهور عدد فردي .
- الحدث ب حيث ب هو ظهور عدد يحقق المتباينة  $b \geq 10$  .
- الحدث د حيث د هو ظهور عدد يحقق المعادلة  $2 = 4 - d$  .

## اختبار الوحدة

١- الجدول التالي يوضح النسب المئوية للرياضة المفضلة لدى تلاميذ فصلك وهي كالتالي:

الرياضة المفضلة	كرة قدم	كرة سلة	كرة طائرة	سباحة	تنس طاولة
نسبة عدد التلاميذ	٤٥%	٩%	٢٤%	١٠%	١٢%

مثل البيانات السابقة باستخدام القطاعات الدائرية.

(٢) في اجتماع لعرض مشكلات العاملين بأحد المصانع حضر ١٠٠ عاملاً من الرجال والسيدات فإذا كان احتمال أن يقف رجل ليعرض مشاكل العمال هو  $\frac{3}{5}$ . احسب عدد كل من الرجال والسيدات في هذه الاجتماع.

عدد التلاميذ	المستوى
٥	ضعيف
٢٥	متوسط
١٠	عال
٤٠	المجموع

(٣) في أحد فصول الصف السادس الابتدائي قام معلم الرياضيات بتصنيف مستويات تلاميذه - وعددهم ٤٠ تلميذاً - في مادته إلى (ضعيف - متوسط - عال) وسجل بياناته بالجدول المقابل:

ثم اختار تلميذاً من هذا الفصل عشوائياً احسب احتمال:

أ - اختيار تلميذ ضعيفاً .

ب - اختيار تلميذ عال المستوى .

ج - اختيار تلميذ ليس متوسطاً .



( ٤ ) في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة عدد النقاط على الوجه العلوي .

أوجد احتمال :

أ - ظهور عدد أقل من ٤ .

ب - ظهور عدد أقل من ٦ وأكبر من ١ .

( ٥ ) فصل به ٤٠ تلميذاً ، طُبِقَ عليهم اختباراً في مادة الرياضيات درجته العظمى ٥٠ ،

فإذا كانت درجات ٣٠ طالباً أقل من ٤٠ درجة ، ودرجات عشرة طلاب من ( ٤٠ إلى ٥٠ )

إختير طالباً عشوائياً احسب احتمال أن يكون التلميذ :

أ - درجته أقل من ٤٠ .

ب - درجته  $\leq ٤٠$  .



# نماذج امتحانات

منهاجي

متعة التعليم الهادف



## نموزج (١)

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه فيما يلي:

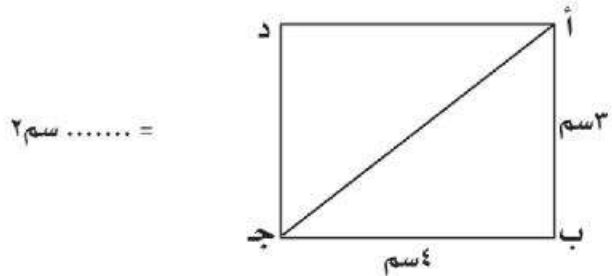
- (١)  $(-1) + (-1) = \dots\dots\dots$  (صفر، ١، -١، ٢)
- (٢) صورة النقطة  $(-٤، ٣)$  بالانتقال (س، ص-٤) هي.....  $[(-٤، ١)، (-٨، ٣)، (-٤، ٧)، (-٠، ٣)]$
- (٣)  $\{٠\}$  ..... ط (٢، ٣، ٤، ٥)
- (٤) عند إلقاء حجر نرد مرة واحدة وملاحظة الوجه العلوى فإن احتمال الحصول على عدد أكبر من ٦ = ..... (صفر،  $\frac{1}{6}$ ،  $\frac{1}{3}$ )

السؤال الثاني: أكمل ما يأتي

$$(١) \quad \left| \frac{١١ - ٥}{٣} \right| \dots \dots \dots$$

(٢) إذا كان  $٦ + ٢ = ٨$  حيث  $٢ \exists$  صـ فإن  $٨ = \dots\dots\dots$

(٣) فى الشكل المقابل أ ب ج د مستطيل فإن مساحة المثلث أ ب ج



(٤) صندوق به ٥ كرات بيضاء، ٣ زرقاء و ٨ كرات حمراء جميعها متماثلة فإذا سحبت كره وأنت مغمض العينين فإن احتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء = .....

السؤال الثالث:

(أ) أوجد ناتج  $٤ \times ٣ \div ٣ - ٧ \times ٣$

(ب) أوجد مجموعة حل المتباينة  $٢ - ٣ \leq ٣$  حيث  $٣ \exists$  صـ



### السؤال الرابع

- (أ) علبة على شكل متوازي مستطيلات قاعدته على شكل مربع طول ضلعه ١٠ سم وارتفاعه ٧ سم أوجد المساحة الجانبية لمتوازي المستطيلات.
- (ب) دائرة محيطها ٨٨ سم احسب مساحة سطحها

### السؤال الخامس

- (أ) أوجد مجموع حل المعادلة التالية  $٢س + ٩ = ٣$  حيث  $س \in \mathbb{Z}$
- ب- الجدول التالي يبين نسبة إنتاج مصنع للأدوات الكهربائية

نوع الجهاز	غسالة	سخان	بوتاجاز	خلاط
نسبة الإنتاج	٣٠%	١٥%	٤٠%	١٥%

مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية



## نموذج (٢)

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه فيما يلي:

- (١) إذا كانت  $٢س = ٦$  فإن  $س \in \dots\dots\dots$  (ط، Ø، ص، صـ)
- (٢) محيط الدائرة =  $\pi \times \dots\dots\dots$  (نو، ٢ نو، نو، نو، نو-٢)
- (٣) ألقى حجر نرد مرة واحدة فإن احتمال ظهور العدد ٥ =  $\dots\dots\dots$  (صفر،  $\frac{١}{٦}$ ،  $\frac{٥}{٦}$ ، ١)
- (٤) العدد الذي يحقق المتباينة  $س < ٢$  هو  $\dots\dots\dots$  (٤-، ٣-، ٢-، ١-)

السؤال الثاني: أكمل ما يأتي:

- (١)  $\dots\dots\dots = \frac{٢ \times ٢}{٢}$
- (٢) مجموع أعداد العد (ع)  $\dots\dots\dots$  ط
- (٣) مكعب مساحته الكلية ٥٠ سم<sup>٢</sup> طول حرفه =  $\dots\dots\dots$  سم
- (٤) سجلت نتيجة اختبار الرياضيات لشهر أكتوبر لأحد فصول الصف السادس الابتدائي حسب تقديراتهم في الجدول التالي

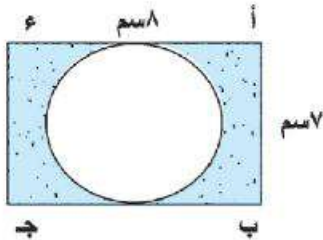
ممتاز	جيد جداً	جيد	ضعيف
٨	١٨	١٦	٦

فإن احتمال أن يحصل الطالب على تقدير جيد =  $\dots\dots\dots$

السؤال الثالث

- (١) أوجد قيمة  $٦ \times ٥ - (٣ \times ٢) \div ٣$
- (٢) أوجد مجموعة حل المتباينة  $س - ٢ \leq ٣$  حيث  $س \in \mathbb{Z}$  ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد.

السؤال الرابع



- (أ) أوجد مجموعة حل المعادلة  $٢س + ٩ = ٥$  حيث  $س \in \mathbb{Z}$
- (ب) في الشكل المقابل أ ب ج د مستطيل طوله ٨ سم وعرضه ٧ سم احسب مساحة الجزء المظلل

### السؤال الخامس

(أ) في مستوى الإحداثيات حدد النقاط التالية أ (٣،٢) ، ب (٣،٤) ج (٧،٤) ثم أوجد

(١) طول  $\overline{ب ج} = \dots\dots\dots$  وحده طول

(٢) صورة  $\Delta$  أ ب ج بالانتقال (٤،٠)

(ب) الجدول التالي يبين نسبة عدد الطلاب المشاركين في الأنشطة المدرسية

النشاط	الثقافي	الرياضي	الاجتماعي	الفني
نسبة الطلاب	%٥	%٤٥	%١٥	%٣٥

مثل هذه البيانات السابقة بالقطاعات الدائرية



## نموذج (٣) (دمج)

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول: أكمل ما يأتي

(١)  $13 = \dots\dots\dots$

(٢) احتمال الحدث المستحيل =  $\dots\dots\dots$

(٣) إذا كانت  $s + 2 = 3$ ،  $s \in \mathbb{P}$  فإن  $s = \dots\dots\dots$

(٤) متوازي مستطيلات محيط قاعدته ١٠ سم وارتفاعه ٤ سم فإن مساحته الجانبية =  $\dots\dots\dots$  سم<sup>٢</sup>

السؤال الثاني: اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين

(١)  $2^2 \times 2^4 = \dots\dots\dots$  (١، ٤، ٢، ١٦)

(٢) مساحة سطح الدائرة =  $\pi \dots\dots\dots$  (١، ٢، ٣، ٤)

(٣)  $\{0\} \cup \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  (ص، -، ط، ~ص)

(٤) عندلقاء حجر نرد منتظم مره واحده فإن احتمال ظهور عدد فردي =  $\dots\dots\dots$

( $\frac{1}{2}$ ،  $\frac{1}{3}$ ،  $\frac{1}{6}$ )

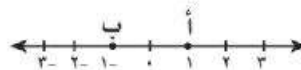
السؤال الثالث ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (x) أمام العبارة الخطأ

(١)  $10 = 5 + |5 - 1|$  ( )

(٢) إذا كانت  $s = 3$  فإن  $s - 3 = 0$  ( )

(٣) احتمال الحدث المؤكد = صفر ( )

(٤) في الشكل المقابل المسافة بين النقطتين أ، ب = ٢ وحده طول ( )



السؤال الرابع

حل من العمود (أ) بما يناسبه من العمود (ب)

ب.	أ
$\exists$	(١) مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول مركز الدائرة تساوي
$360^\circ$	(٢) ..... صح
$(٤,٤)$	(٣) مجموع حل المتباينة $س + ٢ > ٥$ حيث $س \in ط$ هي .....
$\{٢,١,٠\}$	(٤) صورة النقطة $(٢,٣)$ بالانتقال $(٢,١)$ هي .....

السؤال الخامس أكمل ما يأتي

(أ) مكعب طول حرفه ٤ سم احسب مساحته الكلية ومساحته الجانبية

$$\text{المساحة الكلية} = ٦ \times \dots = \dots \text{ سم}^٢$$

$$\text{المساحة الجانبية} = ٤ \times \dots = \dots \text{ سم}^٢$$

$$\text{(ب) أوجد ناتج} \frac{٢^٢ \times ٢^٢}{٢^٥}$$

$$\dots = \dots ٢ = \frac{\dots \dots ٢}{٢^٥} = \frac{٢^٢ \times ٢^٢}{٢^٥}$$





<http://elearning.moe.gov.eg>

صندوق تأهين ضباط الشرطة



رقم الكتاب	التجليد	طباعة الغلاف	طباعة المتن	ورق الغلاف	ورق المتن	عدد الصفحات بالغلاف	المقاس
٨٣/١٠/١/٢٢/٦/٤٦	بشر	٤ لون	٤ لون	١٨٠ جرام	٧٠ جرام	١٤٠	$\frac{1}{8} (82 \times 57)$