مسألة اليوم

المعادلات التفاضلية

تتغير درجة حرارة سائل كيميائي بارد، بعد وضعه في غرفة دافئة، بمعدل يمكن نمذجته بالمعادلة التفاضلية: dAdt=2(20−A)، حيث A درجة حرارة السائل بمقياس سيلسيوس، وt الزمن بالساعات:

(1) أحل المعادلة التفاضلية لإيجاد درجة حرارة السائل بعد t ساعة، علماً بأن درجة حرارته عند وضعه في الغرفة هي 5∘C.

115=0+K⇒K=−ln|20−A|=2t+K−lndAdt=2(20−A)∫dA20−A=∫2dt−ln|1520−A|=2t15⇒ln|20−A|=2t−ln5⇒−ln

إذن، يمكن نمذجة درجة الحرارة C بعد t ساعة بالعلاقة:

|1520−A|=2tln

(2) بعد كم ساعة تصبح درجة حرارة السائل 18∘C؟

نعوض A=18 في العلاقة |1520−A|=2tln فينتج:

22≈115−ln152=ln|1520−18|=2t⇒t=12lnln

إذن، تصبح درجة حرارة السائل 18∘C بعد مرور ساعة واحدة تقريباً بعد وضعه في الغرفة.