أتحقق من فهمي

العمليات على الأعداد المركبة

جمع الأعداد المركبة وطرحها

أتحقق من فهمي صفحة 156

أجد ناتج كلِّ ممَّا يأتي:

(a) $(7 + 8i) + (-9 + 14i)$

$$(7+8i)+(-9+14i)=-2+22i$$

(b) $(11 + 9i) - (4 - 6i)$

$$(11+9i)-(4-6i)=7+15i$$

ضرب الأعداد المركبة

أتحقق من فهمي صفحة 157

أجد ناتج كلِّ ممَّا يأتي، ثم أكتبه بالصورة القياسية:

(a) $-3i(4 - 5i)$

$$-3i(4-5i)=-12i+15i^2=-15-12i$$

(b) $(5 + 4i) (7 - 4i)$

$$(5+4i)(7-4i)=35-20i+28i-16i^2=35+8i+16=51+8i$$

(c) $(3 + 6i)^2$

$$(3+6i)^2=9+36i+36i^2=9+36i-36=-27+36i$$

قسمة الأعداد المركبة

أتحقق من فهمي صفحة 158

أجد ناتج كلِّ ممَّا يأتي، ثم أكتبه بالصورة القياسية:

(a) $-4+3i1+i$

$$\begin{aligned} -4+3i1+i &= -4+3i1+i \times 1-i1-i = -4+4i+3i-3i21-i2 = -4+7i+31+1 \\ &= -1+7i2 = -12+72i \end{aligned}$$

(b) $2-6i-3i$

$$2-6i-3i = 2-6i-3i \times ii = 2i-6i2-3i2 = 2i+63 = 2+23i$$

(c) $7i4-4i$

$$\begin{aligned} 7i4-4i &= 7i4-4i \times 4+4i4+4i = 28i+28i216-16i2 = 28i-2816+16 = 28i \\ &-2832 = -78+78i \end{aligned}$$

ضرب الأعداد المركبة المكتوبة بالصورة المثلثية وقسمتها

أتحقق من فهمي صفحة 160

أجد ناتج كلِّ ممَّا يأتي بالصورة المثلثية:

(a) $6(\cos \pi3+i\sin \pi3) \times 2(\cos \pi6+i\sin \pi6)$

$$6(\cos \pi3+i\sin \pi3) \times 2(\cos \pi6+i\sin \pi6) = 6 \times 2(\cos (\pi3+\pi6)+i\sin (\pi3+\pi6)) = 12(\cos \pi2+i\sin \pi2)$$

(b) $6(\cos (-\pi3)+i\sin (-\pi3)) \div 2(\cos 5\pi6+i\sin 5\pi6)$

$$\begin{aligned} 6(\cos (-\pi3)+i\sin (-\pi3)) \div 2(\cos 5\pi6+i\sin 5\pi6) &= 62(\cos (-\pi3-5\pi6) \\ &+i\sin (-\pi3-5\pi6)) = 3(\cos (-7\pi6)+i\sin (-7\pi6)) = 3(\cos (-7\pi6+2\pi) \\ &+i\sin (-7\pi6+2\pi)) = 3(\cos 5\pi6+i\sin 5\pi6) \end{aligned}$$

الجزر التربيعي للعدد المركب

أتحقق من فهمي صفحة 161

أجد الجذرين التربيعيين لكل من الأعداد المركبة الآتية:

(a) $-5 - 12i$

$$\begin{aligned} -5 - 12i &= x + iy \rightarrow -5 - 12i = x^2 + 2ixy + i^2y^2 \rightarrow -5 - 12i = x^2 - y^2 + 2ixy \rightarrow -5 \\ &= x^2 - y^2, -12 = 2xy \rightarrow -6x = x^2 - y^2 = -5 \rightarrow x^2 - 36x^2 = -5 \rightarrow x^4 + 5x^2 - 36 = \\ &= 0 \rightarrow (x^2 + 9)(x^2 - 4) = 0 \rightarrow x = \pm 2 \end{aligned}$$

$x = 2$ عندما ، فإن $y = -3$ ، وعندما $x = -2$ ، فإن $y = 3$.

إذن الجذران التربيعيان للعدد المركب $-5 - 12i$ هما: $2 - 3i$ ، $-2 + 3i$

(b) $-9i$

$$\begin{aligned} -9i &= x + iy \rightarrow -9i = x^2 + 2ixy + i^2y^2 \rightarrow -9i = x^2 - y^2 + 2ixy \rightarrow 0 = x^2 - y^2, -9 = \\ &= 2xy \rightarrow -9 = 2xy \\ &= 0 \rightarrow x^2 - 81x^2 = 0 \rightarrow 4x^4 - 81 = 0 \rightarrow (2x^2 + 9)(2x^2 - 9) \\ &= 0 \rightarrow x = \pm 3 \end{aligned}$$

$x = 3$ عندما ، فإن $y = -3$ ، وعندما $x = -3$ ، فإن $y = 3$.

إذن الجذران التربيعيان للعدد المركب $-9i$ هما: $3 - 3i$ ، $-3 + 3i$

(c) $-12 + 32i$

$$\begin{aligned} -12 + 32i &= x + iy \rightarrow -12 + 32i = x^2 + 2ixy + i^2y^2 \rightarrow -12 + 32i = x^2 - y^2 + 2ixy \\ &\rightarrow -12 = x^2 - y^2, 32 = 2xy \rightarrow 16x = x^2 - y^2 = -12 \rightarrow x^2 - 316x^2 = -12 \rightarrow 16x^4 + \\ &= 8x^2 - 3 = 0 \rightarrow (4x^2 - 1)(4x^2 + 3) = 0 \rightarrow x = \pm 1 \end{aligned}$$

$x = 1$ عندما ، فإن $y = 32$ ، وعندما $x = -1$ ، فإن $y = -32$.

إذن الجذران التربيعيان للعدد المركب $-12 + 32i$ هما: $1 + 32i$ ، $-1 - 32i$

الجذور المركبة لمعادلات كثيرات الحدود

أتحقق من فهمي صفحة 165

$z^3 - z^2 - 7z + 15 = 0$ أجد جميع الجذور الحقيقية والجذور المركبة للمعادلة:

عوامل الحد الثابت هي: $1 \pm, 3 \pm, 5 \pm, 15 \pm$

بالتعويض، نجد أن العدد -3 يحقق المعادلة؛ لأن: $0 = (-3)^3 - (-3)^2 - 7(-3) + 15$

$z + 3$ إذن () هو أحد عوامل كثير الحدود، نجري عملية القسمة، فنجد أن:

$$z^3 - z^2 - 7z + 15 = (z + 3)(z^2 - 4z + 5) = 0 \quad z = -3, z = 4 \pm \sqrt{16 - 20} = 2 \pm i$$

إذن لهذه المعادلة ثلاثة جذور هي:

$2 - i, 2 + i$ إذن لهذه المعادلة ثلاثة جذور هي: $2, 3 - i$

أتحقق من فهمي صفحة 165

$x^2 + ax + b = 0$ ، فأجد قيمة كل من a و b . إذا كان: 2 هو أحد جذور المعادلة:

$$x^2 + ax + b = 0 \quad x = 2 \pm i \quad x - 2 = \pm i \quad (x - 2)^2 = -1 \quad x^2 - 4x + 4 = -1 \quad x^2 - 4x + 5 = 0$$

$x^2 + ax + b = 0$ بمقارنة هذه المعادلة مع المعادلة المعطاة () نجد أن: $a = -4, b = 5$

5