

أتحقق من فهمي

المعدلات المرتبطة

معدل تغير المساحة والحجم بالنسبة إلى الزمن

أتحقق من فهمي صفحة 78

cm^3/s تنفخ ماجدة بالوناً على شكل كرة، فيزداد حجمه بمعدل 80 . أجد مُعدّل زيادة نصف قطر البالون عندما يكون نصف القطر 6 cm .

V ليكن حجم الكرة ، وطول نصف قطرها r

$$dv/dt = 80 \text{ cm}^3/\text{s}$$

معدل التغير المعطى:

$$dr/dt \text{ at } r=6$$

معدل التغير المطلوب:

$$V = 43\pi r^3$$

حجم البالون الكروي:

$$dv/dt = 4\pi r^2 dr/dt$$

$$dv/dt \text{ at } r=6 = 4\pi(6)^2 dr/dt \text{ at } r=6$$

$$80 = 144\pi dr/dt \text{ at } r=6$$

$$dr/dt \text{ at } r=6 = 80/144\pi$$

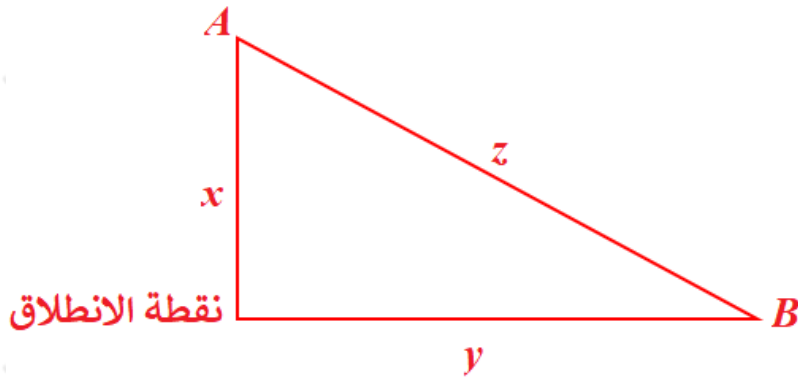
$$= 59\pi \text{ cm/s}$$

معدل تغير المسافة بالنسبة إلى الزمن

أتحقق من فهمي صفحة 80

A تحركت السيارة والسيارة B في الوقت نفسه، ومن النقطة نفسها، بحيث اتجهت السيارة A نحو الشمال بسرعة 45 km/h ، واتجهت السيارة B نحو الشرق بسرعة 40 km/h . أجد مُعدّل تغير البعد بين السيارتين بعد ساعتين من انطلاقهما.

A ليكن بعد عن نقطة الانطلاق يساوي x ، وبعد B عن نقطة الانطلاق يساوي y ، والبعد بين A ، و B يساوي z



معدل التغير المعطى:

$$dxdt = 45 \text{ km/h} , dydt = 40 \text{ km/h}$$

معدل التغير المطلوب:

$$dzdt \text{ t}=2$$

بعد ساعتين من الحركة يكون:

$$x = 45 \times 2 = 90 \text{ km} , y = 40 \times 2 = 80 \text{ km}$$

من نظرية فيثاغورس:

$$z^2 = x^2 + y^2$$

$$z = x^2 + y^2$$

$$dzdt = xdxdt + ydydtx^2 + y^2$$

$$dzdt \text{ t}=2 = xdxdt + ydydtx^2 + y^2$$

$$= 90 \times 45 + 80 \times 408100 + 6400 = 725010 \ 145 = 725145 \approx$$

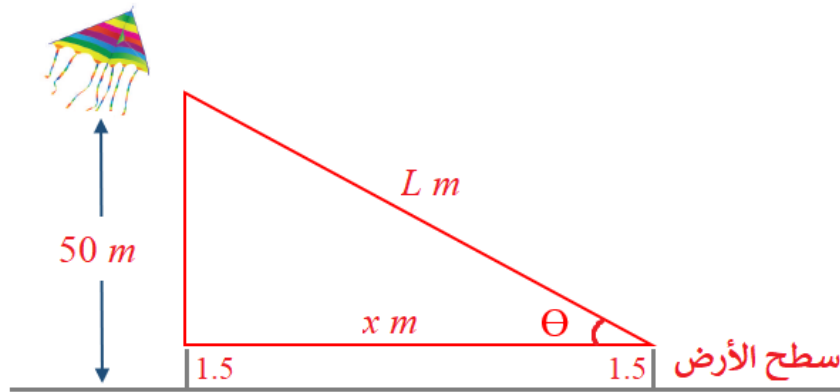
60.21 km/h

معدل تغير الزاوية بالنسبة إلى الزمن

أتحقق من فهمي صفحة 82

m أمسك ولد ببكرة خيط طائرة ورقية تحلق على ارتفاع 50 فوق سطح الأرض، وتتحرك أفقياً بسرعة 2 m/s . أجد معدّل تغير الزاوية بين الخيط والمستوى الأفقي عندما يكون طول الخيط 100 m ، علماً بأن ارتفاع يد الولد عن الأرض 1.5 m

L ليكن طول الخيط وقياس الزاوية بي الخيط الأفقي θ ، وبعد الطائرة أفقياً هو x .



المعطى:

$$\frac{dx}{dt} = 2 \text{ m/s}$$

المطلوب:

$$\frac{d\theta}{dt} L = 100$$

$$\tan \theta = 50 - 1.5x = 48.5x$$

$$\sec^2 \theta \frac{d\theta}{dt} = -48.5 \frac{dx}{dt}$$

$$L^2 x^2 \frac{d\theta}{dt} = 48.5 \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = 48.5 \left(\frac{dx}{dt}\right) x^2 \times x^2 L^2 = 48.5 \left(\frac{dx}{dt}\right) L^2$$

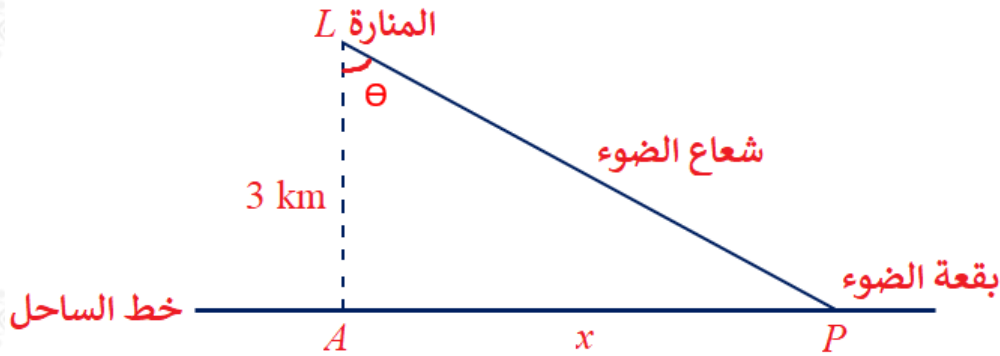
$$\frac{d\theta}{dt} L = 100 = 48.5 (2)(100)^2 \approx -0.0097 \text{ rad/s}$$

معدل التغير بالنسبة إلى الزمن والحركة الدائرية

أتحقق من فهمي صفحة 84

أنشئت منارة على جزيرة صغيرة، بحيث كانت على مستوى سطح البحر، وهي تبعد 3 km مسافة عن أقرب نقطة على ساحل مستقيم. إذا كان مصباح المنارة يُكمل 4 دورات في الدقيقة، فأجد سرعة تحرك بقعة الضوء على خط الساحل عندما تبعد مسافة 1 km عن أقرب نقطة إلى المنارة.

لتكن الأبعاد كما في الشكل أدناه:



المعطى:

$$\omega = d\theta/dt = 4(2\pi) = 8\pi \text{ rad/min}$$

المطلوب:

$$dx/dt \text{ at } x=1$$

$$\tan \theta = x/3$$

$$\sec^2 \theta \, d\theta/dt = 1/3 \, dx/dt$$

$$x^2 + 9 \, d\theta/dt = 1/3 \, dx/dt$$

$$dx/dt = (x^2 + 9) \, d\theta/dt$$

$$dx/dt \text{ at } x=1 = (1 + 9) (8\pi) = 80\pi \text{ km/min}$$

80π km/min سرعة بقعة الضوء على الساحل 80 عندما تبعد 1 km عن A .

