أتدرب وأحل المسائل

الأسئلة (1 - 20)

الاشتقاق

xأبحث قابلية اشتقاق كل اقتران ممّا يأتي عند قيمة المعطاة:

(1) $f(x)=|x-5|,\ x=5$

$f'(5)=\lim h\to 0 f(5+h)-f(5)h=\lim h\to 0|(5+h)-5|-0h=\lim h\to 0|h|hf+'(5)$
$=\lim h\to 0+hh=1f-'(5)=\lim h\to 0--hh=-1$

f '(5بما أن النهايتين من اليمين واليسار غير متساويتين، فإن) غير موجودة، أي أنّ f غير قابل للاشتقاق عند $x = 5$

(2) $f(x)=x2/5,\ x=0$

$f'(0)=\lim h\to 0f(0+h)-f(0)h=\lim h\to 0(h)25-0h=\lim h\to 0h25h=\lim h\to 0$
$1h35f+'(0)=\infty f-'(0)=-\infty$

f '(0) غير موجودة، إذن f غير قابل للاشتقاق عند $x = 0$

(3) $f(x)=\{x2,\ x\le 1x2-2x,\ x>1,\ x=1$

$f+'(1)=\lim h\to 0f(1+h)-f(1)h=\lim h\to 0(1+h)2-2(1+h)-1h=\lim h\to 01$
$+2h+h2-2-2h-1h=\lim h\to 0h2-2h=-\infty$

$f+'(1)$ غير موجودة، إذن f غير قابل للاشتقاق عند $x = 1$

(4) $f(x)=3x,\ x=4$

$f'(4)=\lim h\to 0f(4+h)-f(4)h=\lim h\to 03+h4+34h=\lim h\to 012-12-3h4$
$h(4+h)=\lim h\to 0-34(4+h)=-316$

f '(4) غير موجودة، إذن f قابل للاشتقاق عند $x = 4$

(5) $f(x)=(x-6)2/3,\ x=6$

$f'(6)=\lim h\to 0f(6+h)-f(6)h=\lim h\to 0(6+h-6)23-0h=\lim h\to 0(h)23h=$

limh→01h13f+′(6)=∞f−′(6)=−∞

$x = 6$ غير قابل للاشتقاق عند f غير موجودة، إذن $f'(6)$

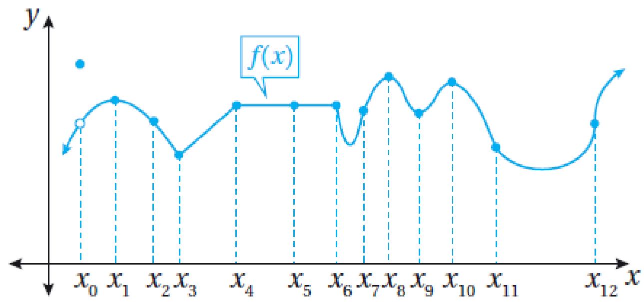
(6) f(x)={x+1, x≠43, x=4, x=4

f′(4)=limh→0f(4+h)−f(4)h=limh→04+h+1−3h=limh→0h+2hf+′(4)=∞f−′(4)=−∞

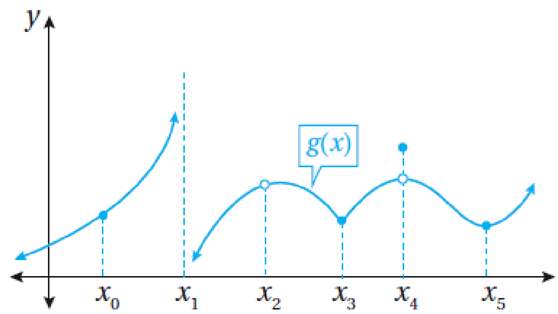
$f'(4)$ غير موجودة، إذن f غير قابل للاشتقاق عند $x = 4$

أحدد قيم x للنقاط التي لا يكون عندها كلّ اقتران ممّا يأتي قابلاً للاشتقاق، مبرراً إجابتي:

7



8



(7) الاقتران f غير قابل للاشتقاق عندما $x = x_3,\ x = x_4,\ x = x_6$ ؛ لأن لمنحناه رأس حاد أو زاوية عند هذه النقاط.

$x = x_0$ وهو غير قابل للاشتقاق عندما ؛ لأنه غير متصل عندها،

$x = x_{12}$ وهو غير قابل للاشتقاق عندما ؛ نظراً لوجود مماس رأسي عند هذه النقطة.

(8) الاقتران g غير قابل للاشتقاق عندما $x = x_3$؛ لأن لمنحناه زاوية عند هذه النقطة.

$x = x_0$ وهو غير قابل للاشتقاق عندما ؛ لأنه غير متصل عندها،

$x = x_1,\ x = x_2,\ x = x_4$ وهو غير قابل للاشتقاق عندما ؛ لأنه غير متصل عندها.

أحدد قيمة (قيم) x التي لا يكون عندها كلّ اقتران ممّا يأتي قابلاً للاشتقاق:

(9) f(x)=x−8x2−4x−5

f اقتران نسبي منحناه متصل وأملس عند جميع نقاطه باستثناء أصفار مقامه،

x2−4x−5=0→(x−5)(x+1)=0→x=5 or x=−1

f غير متصل عند $x = -1$, $x = 5$ إذن غير قابل للاشتقاق عندها.

(10) f(x)=3x−63+5

f(x)=3x−63f′(x)=13(3x−6)−23(3)=1(3x−6)23

$f'(x)$ موجودة عند جميع قيم x الحقيقية عدا أصفار مقامها، إذن f غير قابل للاشتقاق عند $x = 2$

(11) f(x)=|x2−9|

f(x)=|x2−9|={9−x2,−3<x<3x2−9,x≤−3 or x≥3

نبحث قابلية الاشتقاق عند $x = 3$ و $x = -3$:

f′(3)=limh→0f(3+h)−f(3)h=limh→0|(3+h)2−9|−0h=limh→0|6h+h2|hf+′(3)=limh→0+6h+h2h=limh→0+(6+h)=6f−′(3)=limh→0−−6h−h2h=limh→0−(−6−h)=−6

بما أن النهايتين من اليمين واليسار غير متساويتين فإن f′(3) غير موجودة أي أن f غير قابل للاشتقاق عند $x = 3$

f′(−3)=limh→0f(−3+h)−f(−3)h=limh→0|(−3+h)2−9|−0h=limh→0|6h−h2|hf+′(−3)=limh→0+6h−h2h=limh→0+(6−h)=6f−′(−3)=limh→0−−6h+h2h=limh→0−(−6+h)=−6

بما أن النهايتين من اليمين واليسار غير متساويتين فإن f′(-3) غير موجودة أي أن f غير قابل للاشتقاق عند $x = -3$

إذن f غير قابل للاشتقاق عند $x = -3$, $x = 3$

(12) إذا كان: f(x)=x|x| ، فأثبت أنّ f′(0) موجودة.

f(x)=x|x|f′(0)=limh→0f(0+h)−f(0)h=limh→0h|h|−0h=limh→0|h||h|={−h,h<0h,h≥0f+′(0)=limh→0h=0f−′(0)=limh→0(−h)=0

بما أن النهايتين من اليمين واليسار متساويتان، إذن f′(0) موجودة.

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

(13) f(x)=2sin x−ex

f′(x)=2cos x−ex

(14) f(x)=ln x4−π cos x

f′(x)=14x+π sin x

(15) f(x)=ln (1x3)+x4

f(x)=ln (1x3)+x4=ln 1−ln x3+x4=−3ln x+x4f′(x)=−3x+4x3

(16) f(x)=ex+1+1

f(x)=ex+1+1=e×ex+1f′(x)=e×ex=ex+1

(17) f(x)=ex+xe

f′(x)=ex+e xe−1

(18) f(x)=ln (10xn)

f(x)=ln (10xn)=ln 10−ln xn=ln 10−n ln xf′(x)=−n(1x)=−nx

إذا كان: f(x)=sin x+12ex ، فأجيب عن السؤالين الآتيين تباعاً:

(19) أجد معادلة المماس لمنحنى الاقتران *f* عند النقطة (π , 12eπ).

f′(x)=cos x+12ex

ميل المماس عند النقطة (π , 12eπ) :

$f'(\pi)=\cos \pi+12e\pi=-1+12e\pi$

معادلة المماس عند النقطة (π , 12eπ) :

$y-12e\pi=(-1+12e\pi)(x-\pi)y=(-1+12e\pi)x+\pi-\pi2e\pi+12e\pi$

(20) أجد معادلة العمودي على المماس لمنحنى الاقتران f عند النقطة (π , 12eπ).

بما أن ميل المماس عند النقطة (π , 12eπ) هو $-1+12e\pi$ ، فإن ميل العمودي على المماس هو:

$-1-1+12e\pi=-2-2+e\pi=22-e\pi$

معادلة العمودي على المماس هي:

$y-12e\pi=22-e\pi(x-\pi)\rightarrow y=22-e\pi x-2\pi2-e\pi+12e\pi$