أتدرب وأحل المسائل

توزيع ذي الحدين

أبين إذا كانت التجربة العشوائية تُمثل تجربة احتمالية ذات حدين في كل مما يأتي:

(1) إلقاء قطعة نقد 80 مرة، ثم تسجيل عدد مرات ظهور الكتابة.

نبحث في تحقق الشروط الأربعة للتجربة الاحتمالية ذات الحدين:

1- اشتمال التجربة على محاولات متكررة (إلقاء قطعة النقد 80 مرة)، وبما أن نتيجة إلقاء قطعة النقد لا تؤثر في نتيجة إلقائها في المحاولات اللاحقة، فإن هذه المحاولات مستقلة.

2- فرز النتائج الممكنة في كل محاولة إلى ناتجين فقط، هما: النجاح (ظهور الكتابة)، أو الفشل (عدم ظهور الكتابة).

3- ثبات احتمال النجاح في كل محاولة، وهو 12

4- وجود عدد محدد من المحاولات في التجربة، هو 80

إذن، تمثل هذه التجربة العشوائية تجربة احتمالية ذات حدين.

(2) إلقاء حجر نرد منتظم 20 مرة، ثم كتابة عدد المرات التي ظهر فيها العدد 4 على الوجه العلوي لحجر النرد.

نبحث في تحقق الشروط الأربعة للتجربة الاحتمالية ذات الحدين:

1- اشتمال التجربة على محاولات متكررة (إلقاء حجر النرد 20 مرة)، وبما أن نتيجة إلقاء حجر النرد لا تؤثر في نتيجة إلقائه في المحاولات اللاحقة، فإن هذه المحاولات مستقلة.

2- فرز النتائج الممكنة في كل محاولة إلى ناتجين فقط، هما: النجاح (ظهور العدد 4)، أو الفشل (عدم ظهور العدد 4).

3- ثبات احتمال النجاح في كل محاولة ، وهو12

4- وجود عدد محدد من المحاولات في التجربة، هو 20

إذن، تمثل هذه التجربة العشوائية تجربة احتمالية ذات حدين.

(3) إطلاق أسهم بشكل متكرر نحو هدف، ثم التوقف عند إصابته أول مرة.

بما أن عدد المحاولات في هذه التجربة غير محدد، إذن، لا تمثل هذه التجربة العشوائية تجربة احتمالية ذات حدين.

(4) إذا كان X متغيراً عشوائياً ذا حدين، وكان معاملاه: $n=17, p=0.64$ ، فأعبر عن هذا المتغير بالرموز.

$X\sim B(17,0.64)$

إذا كان: $X\sim B(10,0.2)$، فأجد كلاً مما يأتي، مقرباً إجابتي إلى أقرب 3 منازل عشرية:

(5) $P(X=2)$

$P(X=2)=(102)(0.2)2(0.8)8=0.302$

(6) $P(X=5)$

$P(X=5)=(105)(0.2)5(0.8)5=0.026$

(7) $P(X<3)$

$P(X<3)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)=(100)(0.2)0(0.8)10+(101)(0.2)1(0.8)9+(102)(0.2)2(0.8)8=0.678$

إذا كان: $X\sim B(3,23)$، فأجد كلاً مما يأتي:

(8) $P(X=1)$

$P(X=1)=(31)(23)1(13)2=29$

(9) $P(X>1)$

$P(X>1)=1-P(X\leq 1)=1-(P(X=0)+P(X=1))=1-((30)(23)0(13)3+(31)(23)1(13)2)=2027$

(P(0≤X<2) (10

P(0≤X<2)=P(X=0)+P(X=1)=(30)(23)0(13)3+(31)(23)1(13)2=727

مساجد: بعد إجراء مسح للمصلين في أحد مساجد العاصمة عمان، تبين أن 60% من هؤلاء المصلين تقل أعمارهم عن 50 عاماً. إذا اختير 12 مصلياً من مرتادي هذا المسجد عشوائياً، فأجد كلا مما يأتي:

(11) احتمال أن تقل أعمار 7 منهم فقط عن 50 عاماً.

P(X=7)=(127)(0.6)7(0.4)5=0.227

(12) احتمال أن يقل عمر اثنين منهم على الأكثر عن 50 عاماً.

P(X≤2)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)=(120)(0.6)0(0.4)12+(121)(0.6)1(0.4)11+(122)(0.6)2(0.4)10=0.003

أجد التوقع والتباين لكل متغير عشوائي مما يأتي:

(X~B(5,0.1) (13

(X)=5(0.1)(0.9)=0.45E(X)=5(0.1)=0.5Var

(X~B(20,38) (14

(X)=20(38)(58)=4.6875E(X)=20(38)=7.5Var

إذا كان احتمال إصابة شخص ما بأعراض جانبية بعد أخذه مطعوماً معيناً هو 12%، وقرر طبيب إعطاء 50 شخصا هـذا المطعـوم، ودل المتغيـر العشـوائي X علـى عـدد الأشخاص الذين ستظهر عليهم الأعراض الجانبية، فأجد كلاً مما يأتي:

(15) احتمال ظهور الأعراض الجانبية على 3 أشخاص فقط ممن أخذوا المطعوم.

$$P(X=3)=(503)(0.12)3(0.88)47=0.083$$

(16) العدد المتوقع للأشخاص الذين ستظهر عليهم أعراض المطعوم الجانبية.

$$E(X)=50(0.12)=6$$

(17) التباين للمتغير العشوائي X.

$$(X)=50(0.12)(0.88)=5.28Var$$

(18) فصيلة الدم: تبلغ نسبة حاملي فصيلة الدم O- من سكان الأردن نحو 4% تقريباً. أجد عدد الأشخاص الذين يلزم إشراكهم في عينة عشوائية من السكان، ويتوقع أن يكون منهم 10 أشخاص من حاملي فصيلة الدم O-.

$$E(X)=np\Longrightarrow 10=n(0.04)\Longrightarrow n=250$$

عدد الأشخاص الذين يلزم إشراكهم في العينة العشوائية من السكان هو 250 شخصاً.