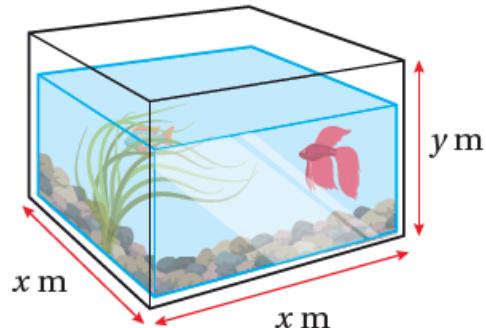


مسألة اليوم

تطبيقات القيم القصوى



أرادت إسرا تصميم حوض أسماك زجاجي مفتوح من m^3 الأعلى، بحيث تكون سعته 0.2 وأبعاده كما في الشكل المجاور. أجد أبعاد الحوض التي تجعل كمية الزجاج المستعملة لصنعته أقل ما يمكن.

مساحة سطح الحوض المفتوح من الأعلى:

$$S = 4xy + x^2$$

$$\text{حجم الحوض: } V = x^2y$$

$$0.2 = x^2y \rightarrow y = 0.2/x^2 \\ S = 4xy + x^2 \\ S(x) = 4x(0.2/x^2) + x^2 = 0.8/x + x^2 \\ S'(x) = -0.8/x^2 + 2x \\ -0.8/x^2 + 2x = 0 \rightarrow x = 0.43 \\ 0.8/x^2 \rightarrow x = 0.43 \\ 0.8/(0.43)^2 \rightarrow x = 0.43$$

توجد قيمة حرجة واحدة هي: $x = 0.43$

$$S''(x) = 1.6/x^3 + 2 \\ S''(0.43) = 1.2(0.43)^3 + 2 > 0$$

إذن توجد قيمة صغرى محلية عندما: $x = 0.43$

وتكون أبعاد الحوض التي تجعل كمية الزجاج المستعملة لصنعته أقل ما يمكن هي:

$$x = 0.43 \text{ m}, y = 0.2(0.43) \text{ m}$$