

أتدرب وأحل المسائل

قوانين اللوغاريتمات



أتدرب وأحل المسائل



إذا كان: $\log_a 5 \approx 0.699$ ، فأجد كلاً مما يأتي:

(1) $\log_a 56$

$$\begin{aligned}\log_a 56 &= \log_a 5 - \log_a 6 \\ &\approx 0.699 - 0.778 \approx -0.079\end{aligned}$$

(2) $\log_a 30$

$$\begin{aligned}\log_a 30 &= \log_a (5 \times 6) \\ &= \log_a 5 + \log_a 6 \\ &\approx 0.699 + 0.778 \approx 1.477\end{aligned}$$

(3) $= \log_a 5 \log_a 6$

$$\log_a 5 \log_a 6 = 0.699 \cdot 0.778 = 0.699 \cdot 0.778 \approx 0.90$$

(4) $\log_a 16$

$$\begin{aligned}\log_a 16 &= \log_a 1 - \log_a 6 \\ &\approx 0 - 0.778 \approx -0.778\end{aligned}$$

(5) $\log_a 900$

$$\begin{aligned}\log_a 900 &= \log_a 30^2 \\ &= 2 \log_a 30 \\ &= 2 \log_a (5 \times 6)\end{aligned}$$

$$= 2 (\log_a 5 + \log_a 6)$$

$$\approx 2 (0.699 + 0.778)$$

$$\approx 2 \times 1.477 \approx 2.954$$

(6) $\log_a 1815$

$$\log_a 1815 = \log_a 65$$

$$= \log_a 6 - \log_a 5$$

$$\approx 0.778 - 0.699 \approx 0.079$$

(7) $\log_a (6 a^2)$

$$\log_a (6 a^2) = \log_a 6 + \log_a a^2$$

$$= \log_a 6 + 2 \log_a a$$

$$\approx 0.778 + 2 \approx 2.778$$

(8) $\log_a 254$

$$\log_a 254 = \log_a 524$$

$$= \log_a 524$$

$$= \log_a 512$$

$$= 9 \log_a 2$$

$$\approx 9 \times 0.699 \approx 6.301$$

(9) $(\log_a 5)(\log_a 6)$

$$(\log_a 5)(\log_a 6) \approx 0.699 \times 0.778 \approx 0.544$$

أكتب كل مقدار لوغاریتمي ممّا يأتي بالصورة المطولة، علماً بأنّ المتغيرات جميعها تمثّل

أعداداً حقيقة موجبة:

$$(10) \log_a x^2$$

$$\log_a x^2 = 2 \log_a x$$

$$(11) \log_a (abc)$$

$$\begin{aligned} \log_a (abc) &= \log_a a - \log_a bc \\ &= \log_a a - (\log_a b + \log_a c) \\ &= \log_a a - \log_a b - \log_a c \\ &= 1 - \log_a b - \log_a c \end{aligned}$$

$$(12) = \log_a (xy)$$

$$\begin{aligned} \log_a (xy) &= \log_a x + \log_a y \\ &= \log_a x + \log_a y \\ &= 12 \log_a x + 12 \log_a y \end{aligned}$$

$$(13) \log_a (zy)$$

$$\begin{aligned} \log_a (zy) &= \log_a z - \log_a y \\ &= \log_a z + \log_a y \\ &= 12 \log_a z - \log_a y \end{aligned}$$

$$(14) \log_a 1x2y2$$

$$\begin{aligned} \log_a 1x2y2 &= \log_a 1 - \log_a x^2 y^2 \\ &= \log_a 1 - (\log_a x^2 + \log_a y^2) \\ &= 0 - (2 \log_a x + 2 \log_a y) \end{aligned}$$

$$= -2 \log_a x - 2 \log_a y$$

$$(15) \log_a 32x55$$

$$\log_a 32x55 = \log_a (325 \times 55)$$

$$= \log_a 2x$$

$$= \log_a 2 + \log_a x$$

$$(16) \log_a (x^2y^3)^2(x^2y^3)^3$$

$$\log_a (x^2y^3)^2(x^2y^3)^3 = \log_a 1x^2y^3$$

$$= \log_a 1 - \log_a x^2y^3$$

$$= \log_a 1 - (\log_a x^2 + \log_a y^3)$$

$$= 0 - (2 \log_a x + 3 \log_a y)$$

$$= -2 \log_a x - 3 \log_a y$$

$$(17) \log_a (x + y - z)^7, x + y > z$$

$$\log_a (x + y - z)^7 = 7 \log_a (x + y - z)$$

$$(18) \log_a x^6y^2z^4$$

$$\log_a x^6y^2z^4 = \log_a x^6y^2z^4$$

$$= \log_a x^6y^2z^4$$

$$= \log_a x^6y^2z^4$$

$$= \log_a x^6y^2z^4$$

$$= \log_a x^6 - \log_a yz^2$$

$$= 6 \log_a x - (\log_a y + \log_a z^2)$$

$$\begin{aligned}
 &= 6 \log_a x - (\log_a y + 2 \log_a z) \\
 &= 6 \log_a x - \log_a y - 2 \log_a z
 \end{aligned}$$

أكتب كل مقدار لوغاریتمي ممّا يأتي بالصورة المختصرة، علماً بأنَّ المُتغيّرات جميعها تُمثّل أعداداً حقيقة موجبة:

$$(19) \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a x + \log_a y = \log_a xy$$

$$(20) \log_b (x + y) - \log_b (x - y), x > y$$

$$\log_b (x + y) - \log_b (x - y) = \log_b x + yx - y$$

$$(21) \log_a 1x - \log_{ax}$$

$$\log_a 1x - \log_a x = \log_a 1xx$$

$$= \log_{a1x}$$

$$(22) \log_a (x^2 - 4) - \log_a (x + 2), x > 2$$

$$\log_a (x^2 - 4) - \log_a (x + 2) = \log_a (x^2 - 4)(x + 2)$$

$$= \log_a (x + 2)(x - 2)(x + 2)$$

$$= \log_a (x - 2)$$

$$(23) 2 \log_b x - 3 \log_b y + 13 \log_b z$$

$$= \log_b x^2 - \log_b y^3 + \log_b z^{13}$$

$$= \log_b x^2 y^3 z^{13}$$

$$= \log_b x^2 z^{13} y^3$$

$$= \log_b x^2 z^3 y^3$$

$$(24) \log_b 1 + 2 \log_b b$$

$$\log_b 1 + 2 \log_b b = \log_b b^2 = 2$$



(25) نمو: يمثل الاقتران: $f(x) = 29 + 48.8 \log_6 (x + 2)$ النسبة المئوية لطول الطفل الذكر الآن من طوله عند البلوغ، حيث x عمره بالسنوات. أجد النسبة المئوية لطول طفل عمره 10 سنوات من طوله عند البلوغ، علماً بأن $\log_6 2 \approx 0.3869$

$$f(x) = 29 + 48.8 \log_6 (x + 2)$$

$$f(10) = 29 + 48.8 \log_6 (10 + 2)$$

$$= 29 + 48.8 \log_6 12$$

$$= 29 + 48.8 \log_6 (6 \times 2)$$

$$= 29 + 48.8 (\log_6 6 + \log_6 2)$$

$$\approx 29 + 48.8 (1 + 0.3869)$$

$$\approx 29 + 48.8 (1.3869)$$

$$\approx 29 + 67.68072$$

$$\approx 97$$

النسبة المئوية لطول طفل عمره 10 سنوات من طوله عند البلوغ هي 97% تقريباً.