

## إجابات تدريبات الدرس

### التكامل بالتعويض

#### تدريب ١

جد قيمة التكامل الآتي:  $\int (2s^3 + 4s^2) ds$

#### الحل

$$\text{نفرض أن } s = u \Rightarrow ds = du$$

$$2s^3 + 4s^2 = 2u^3 + 4u^2$$

$$\int (2u^3 + 4u^2) du$$

$$= \frac{2u^4}{4} + \frac{4u^3}{3} + C$$

$$= \frac{1}{2}u^4 + \frac{4}{3}u^3 + C$$

$$= \frac{1}{2}(s^4) + \frac{4}{3}(s^3) + C$$

تدريب ٢

حلّ الفرع (٤) من المثال (٢) باستخدام قيم ص بالتعويض في حدود التكامل.  
جد قيمة التكامل الآتي:

$$(٤) \int_1^3 \frac{1}{1+\sqrt{5x}} dx$$

الحل

$$0 = \frac{5x}{5x} \Leftrightarrow 1 + \sqrt{5x} = 5x$$

$$\cdot \quad 5x = \frac{5x}{5} \Leftrightarrow$$

$$\text{عندما } 3 = 5x \leftarrow 5x = 1 + 3 = 16$$

$$\text{عندما } 1 = 5x \leftarrow 5x = 1 + 0 = 1$$

$$\int_1^3 \frac{1}{1+\sqrt{5x}} dx = \frac{5x}{5} \cdot \frac{1}{\sqrt{5x}} \Big|_1^3$$

$$\int_1^3 \frac{1}{1+\sqrt{5x}} dx = \int_1^3 \frac{\sqrt{5x}}{5(1+\sqrt{5x})} dx$$

$$\frac{1}{5} = 3 - x \cdot \frac{1}{5} = (3-x) \cdot \frac{1}{5} = \left( \frac{16}{5} - \frac{1}{5} \right) \cdot \frac{1}{5}$$

**تدريب ٣**

جد قيمة كل من التكاملات الآتية:

$$(1) \int 3s^2(1+s^2)^{-5} ds$$

$$(2) \int 2s \sqrt{s^2-1} ds$$

$$(3) \int (4s-1) \sqrt{s^2-2s-1} ds$$

$$(4) \int \frac{1}{\sqrt{s+1}} ds$$

**الحل**

$$(1) \int 3s^2(1+s^2)^{-5} ds$$

$$= \int 3s^2 (1+s^2)^{-5} ds$$

$$= \int 3s^2 (1+s^2)^{-5} ds$$

$$= \int 3s^2 (1+s^2)^{-5} ds$$

$$= \int 3s^2 (1+s^2)^{-5} ds$$

$$\begin{aligned} u &= 1+s^2 \\ du &= 2s ds \\ ds &= \frac{du}{2s} \end{aligned}$$

٤)  $\int \frac{2x^2 - 1}{x^2 - 1} dx$

$$\begin{aligned} u &= x^2 - 1 \\ \frac{du}{dx} &= 2x \\ du &= 2x dx \end{aligned}$$

$\int \frac{2x^2 - 1}{x^2 - 1} dx$

$= \int \frac{u + 1}{u} du$

$= \int \left( \frac{u}{u} + \frac{1}{u} \right) du$

$= \int \left( 1 + \frac{1}{u} \right) du$

$= \int \frac{1}{1-x^2} dx$

$$\begin{aligned} u &= 1 - x^2 \\ \frac{du}{dx} &= -2x \\ du &= -2x dx \end{aligned}$$

$= \int \frac{1}{1-x^2} dx = \int \frac{1}{u} \cdot \frac{du}{-2x}$

$= -\frac{1}{2} \int \frac{1}{u} du = -\frac{1}{2} \ln|u| + C$

$= -\frac{1}{2} \ln|1-x^2| + C = -\frac{1}{2} \ln|(1-x)(1+x)| + C$

$= -\frac{1}{2} \ln|1-x^2| + C$

$= -\frac{1}{2} \ln|1-x^2| + C$

$= -\frac{1}{2} \ln|1-x^2| + C$

$= -\frac{1}{2} \ln|1-x^2| + C$

$= -\frac{1}{2} \ln|1-x^2| + C$

تدريب ٤

جد قيمة كل تكامل مما يأتي:

$$(1) \int (أس + ب)^\theta دس، حيث أ، ب ثابتان، أ \neq 0، ن \neq 1$$

$$(2) \int جتا(أس + ب) دس، حيث أ، ب ثابتان، أ \neq 0$$

الحل

$$(1) \int (أس + ب)^\theta دس = \frac{(أس + ب)^{\theta+1}}{أ(\theta+1)}$$

$$(2) \int جتا(أس + ب) دس = \frac{سب(أس + ب) - سب(أس + ب)}{أ}$$

تدريب ٥

جد قيمة كل تكامل مما يأتي:

$$(1) \int (أس^2 - 1) دس$$

$$(2) \int (أس^4 - 1) دس$$

الحل

$$(1) \int (أس^2 - 1) دس = \frac{أس^3}{3} - س = \frac{أس^3 - 3س}{3}$$

$$(2) \int (أس^4 - 1) دس = \frac{أس^5}{5} - س = \frac{أس^5 - 5س}{5}$$

$$س جتا(أس - 1) دس$$