

إجابات أسئلة الدرس

التكامل غير المحدود

السؤال الأول

جد كلا مما يأتي :

(أ) $\int \frac{1}{x} dx$

(ب) $\int \frac{dx}{x} \neq 0$

(ج) $\int (x^2 - 2) dx$

(د) $\int x^3 dx$

(هـ) $\int \frac{x^2}{x^3} dx$

الحل :

(أ) $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$

(ب) $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$

(ج) $\int (x^2 - 2) dx = \frac{x^3}{3} - 2x + C$

(د) $\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C$

(هـ) $\int \frac{x^2}{x^3} dx = \int x^{-1} dx = \ln|x| + C$

السؤال الثاني

جد كلا مما يأتي :

(أ) $\int (10s^2 - \sqrt{s} + 3s) ds$: (ب) $\int (s-2)(s+4) ds$

(ج) $\int 3 \text{ ظاس جتاس دس}$: (د) $\int \frac{s^2 + 6s + 8}{s+2} ds$ ، $s \neq -2$

الحل :

(أ) $\int (10s^2 - \sqrt{s} + 3s) ds = \int (10s^2 + \frac{1}{6}s - 3s) ds$

$$= \frac{10}{3}s^3 + \frac{\frac{1}{6}s^{\frac{7}{6}}}{\frac{7}{6}} - \frac{3}{2}s^2 + \text{ج} = \frac{10}{3}s^3 + \frac{6}{7}s^{\frac{7}{6}} - \frac{3}{2}s^2 + \text{ج}$$

(ب) $\int (s-2)(s+4) ds = \int (s^2 + 2s - 8) ds$

$$= \frac{1}{3}s^3 + \frac{2}{2}s^2 - 8s + \text{ج} = \frac{1}{3}s^3 + s^2 - 8s + \text{ج}$$

(ج) $\int 3 \text{ ظاس جتاس دس} = \int \frac{\text{جتاس}}{\text{جتاس}} \times 3 \text{ جاس دس} = \int 3 \text{ جاس دس}$

(د) $\int \frac{s^2 + 6s + 8}{s+2} ds = \int \frac{(s+2)(s+4)}{s+2} ds = \int (s+4) ds = \frac{1}{2}s^2 + 4s + \text{ج}$

السؤال الثالث

$$\text{جد } \frac{دص}{دس} \text{ عندما } س = ٥ , \text{ حيث } ص = \left| \frac{١ + ٤س}{س} \right| \text{ دس } ، س \neq ٠$$

الحل :

نقوم باشتقاق الطرفين ،،

$$\text{(مشتقة التكامل تعطي ما داخل التكامل) ، إذن:} \quad \frac{د}{دس} \left| \frac{١ + ٤س}{س} \right| = \frac{دص}{دس}$$

$$\frac{١ + ٤س}{س} = \frac{دص}{دس}$$

$$\frac{٢١}{٥} = \frac{١ + ٢٠}{٥} = \frac{١ + (٥)٤}{٥} = \left| \frac{دص}{دس} \right|_{س=٥}$$

السؤال الرابع

إذا كان ق اقترانا قابلا للاشتقاق ، وكان ق (س) = ٦س - ٨س^٢ + ٥ ، وكان ق (-١) = ٢ فجد قاعدة الاقتران ق .

الحل :

$$\text{ق (س) = ق (س) دس} \left| = (٦س - ٨س^٢ + ٥) دس \right| = ٣س^٢ - ٢س^٤ + ٥س + ج$$

$$\text{ق (-١) = (-١) ٣ - (-١) ٢ + (-١) ٥ + ج = ٢$$

$$٢ = ٣ - ٢ + ٥ - ٢ + ج \iff ٢ = ج + ٤ \iff ٢ = ج$$

السؤال الخامس

إذا كان $E(s) = 6s^2 - 3s + 5$ ، فجد $E(1)$.

الحل :

نقوم باشتقاق الطرفين ،

$$\frac{d}{ds} E(s) = \frac{d}{ds} (6s^2 - 3s + 5)$$

$$E'(s) = 12s - 3 \implies E'(1) = 12(1) - 3 = 9 \implies E(1) = 9 + C = 18$$

السؤال السادس

إذا كان Q اقترانا قابلا للاشتقاق ، وكان $Q(s) = 2s - 5$ ، وكان $Q(2) = 4$ ، فجد قيمة $Q(1)$.

الحل :

$$Q(s) = 2s - 5 \implies Q'(s) = 2$$

$$Q'(2) = 2 \implies 2 = 2 + C - 5 \implies C = 5$$

$$\therefore Q(s) = 2s - 5 + 5 = 2s$$

$$Q(1) = 2(1) = 2$$

لفهم إجابات أسئلة درس التكامل غير المحدود ، شاهد الفيديو

السؤال السابع

إذا كان Q اقترانا قابلا للاشتقاق ، وكان $Q(s) = 3s^2 + (5s - 6)$ ، وكان $Q(2) = 1$ ، فجد قيمة $Q(1)$.

الحل :

$$Q(s) = 3s^2 + 5s - 6 \implies Q'(s) = 6s + 5$$

$$Q'(2) = 17 \implies 17 = 6(2) + 5 + C \implies C = -1$$

$$\therefore Q(s) = 3s^2 + 5s - 6 - 1 = 3s^2 + 5s - 7$$

$$Q(1) = 3(1)^2 + 5(1) - 7 = 1$$

السؤال الثامن

إذا كان ق اقترانا قابلا للاشتقاق ، وكان ق'(س) = $\frac{س^2 + 6س + 8}{س}$ ، س \neq صفرا ، وكان ق (1) = 12 ، فجد قاعدة الاقتران ق.

الحل :

$$\begin{aligned} \text{ق (س)} &= \int \text{ق'(س) دس} = \int \frac{س^2 + 6س + 8}{س} دس \\ &= \int \left(س + \frac{6}{س} + \frac{8}{س} \right) دس \\ &= س + 6 \ln |س| + 8 \ln |س| + ج \\ \text{ق(1)} &= 1 + 6 \ln |1| + 8 \ln |1| = 1 + 0 + 0 = 1 \\ 12 &= 1 + 6 \ln |1| + 8 \ln |1| + ج \\ 12 &= 1 + 0 + 0 + ج \\ 11 &= ج \end{aligned}$$