

## إجابات أسئلة الدرس

### القيم القصوى



(١) جد القيم القصوى (العظمى والصغرى) المحلية (إن وجدت) لكل مما يأتي:

أ) ق (س) =  $س^3 - 3س + 1$

ب) ل (س) =  $س^4 - 2س^2 + 2$

ج) هـ (س) =  $س^2 + 4$

د) ك (س) =  $س^3 - 2س^2 - 4س + 8$

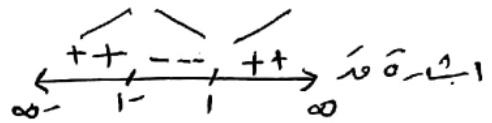
### الحل

أ) ق (س) =  $س^3 - 3س + 1$

ق' (س) =  $3س^2 - 3$

$3س^2 - 3 = 0 \Rightarrow 3س^2 = 3 \Rightarrow س^2 = 1 \Rightarrow س = \pm 1$

$س = 1 \Rightarrow ق(1) = 1 - 3 + 1 = -1$



عند  $س = 1$  قيمة عظمى محلية هي  $-1$

عند  $س = -1$  =  $(-1)^3 - 3(-1) + 1 = -1 + 3 + 1 = 3$

عند  $س = -1$  قيمة صغرى محلية هي  $3$

عند  $س = 1$  =  $1^3 - 3(1) + 1 = 1 - 3 + 1 = -1$



(ب) ل (س) = ٤س<sup>٣</sup> - ٦س<sup>٢</sup> + ٢

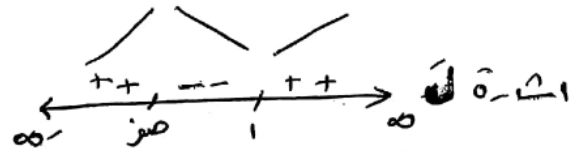
ل' (س) = ١٢س<sup>٢</sup> - ١٢س

١٢س<sup>٢</sup> - ١٢س = ٠

١٢س(س - ١) = ٠

$\frac{١٢س}{١٢} = \frac{١٢(س-١)}{١٢} \Rightarrow \boxed{س = ١}$

$س - ١ = ٠ \Rightarrow \boxed{س = ١}$



عند س = ١ = هنز يتجه على طرفه هي ل (١) = ٢

عند س = ١ = يتجه هنزى عليه هي

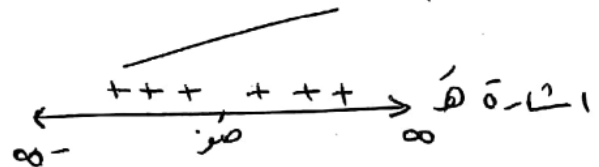
ل (١) = ٤(١)<sup>٣</sup> - ٦(١)<sup>٢</sup> + ٢

= ٤ - ٦ + ٢ = ٠ = هنز

(ج) ه (س) = ٤س<sup>٣</sup> + ٤

ه' (س) = ١٢س<sup>٢</sup>

$\frac{١٢س^٢}{١٢} = \frac{١٢(س-٢)}{١٢} \Rightarrow \boxed{س = ٢}$



الاقترانه ه (س) قترانيد على (-∞, ∞) لا يوجد قيم قصوى

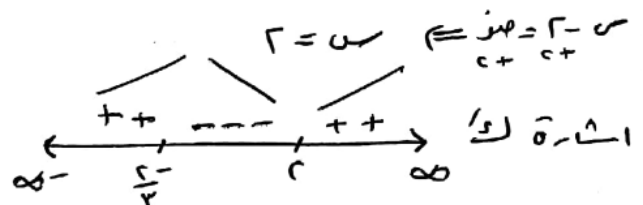
(د) ل (س) = ٣س<sup>٣</sup> - ٤س<sup>٢</sup> + ٨

ل' (س) = ٩س<sup>٢</sup> - ٨س

٩س<sup>٢</sup> - ٨س = ٠

٩س(س - ٨/٩) = ٠

$\frac{٩س}{٩} = \frac{٩(س-٨/٩)}{٩} \Rightarrow \boxed{س = ٨/٩}$



عند  $s = \frac{2}{3}$  قيمة  $c$  هي

$$8 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^4$$

$$8 + \frac{4}{9} + \frac{4}{9} - \frac{8}{27} =$$

$$\frac{207}{27} = \frac{217}{27} + \frac{10}{27} + \frac{10}{27} - \frac{8}{27} =$$

عند  $s = 2$  قيمة  $c$  هي (2)

$$8 + 2 \times 4 - 2^3 = (2)^4$$

$$c = 8 + 8 - 8 - 8 =$$

٢) جد القيم القصوى (العظمى والصغرى) المحلية (إن وجدت) لكل مما يأتي باستخدام اختبار المشتقة الثانية:

أ)  $c(s) = s^2 - 8$

ب)  $c(s) = s^2 + 4$

ج)  $c(s) = 2s^2 - 6s$

**الحل**

أ)  $c'(s) = 2s - 8 = 0$

$s = 4$

$c''(s) = 2 > 0$  عند  $s = 4$

$c(4) = 16 - 8 = 8$

ب)  $c'(s) = 2s = 0$

$s = 0$  عند  $s = 0$

ب)  $c'(s) = s^2 + 4 = 0$

$s^2 = -4$

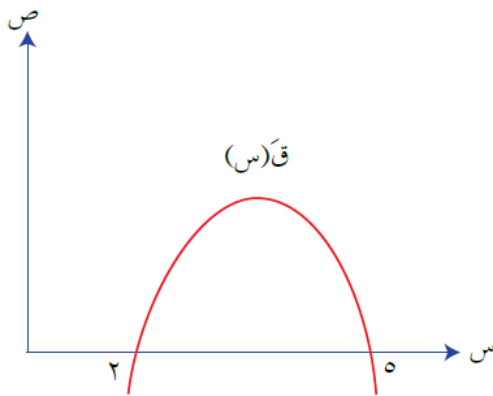
$s = \pm 2i$

ج)  $c'(s) = 4s - 6 = 0$

عند  $s = \frac{3}{2}$  قيمة  $c$  هي  $c = 0$  عند  $s = \frac{3}{2}$

$$\begin{aligned} \text{ج) عند } s=2 &= 6 - 2^2 = 2 \\ \text{عند } s=4 &= 6 - 4^2 = -10 \\ \frac{7}{6} &= \frac{6-s}{6} \Leftrightarrow 6-s = 6 \cdot \frac{7}{6} \\ s=0 &= 6 \\ \text{عند } s=0 &= 6 \\ \text{عند } s=12 &= 12 - 12^2 = -132 \\ \text{عند } s=1 &= 1 - 1^2 = 0 \\ \text{عند } s=1 &= 1 - 1^2 = 0 \\ \text{عند } s=1 &= 1 - 1^2 = 0 \end{aligned}$$

٣) اعتماداً على الشكل (٣-١٢) الذي يمثل منحنى المشتقة الأولى للاقتزان ق، حيث



الشكل (٣-١٢).

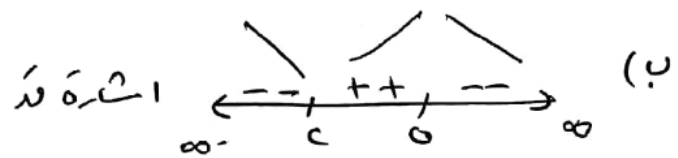
ق(٢) = ق(٥) = صفرًا، جد كلاً مما يأتي:

- أ) قيم س الحرجة للاقتزان ق.  
ب) فترات التزايد والتناقص للاقتزان ق.  
ج) نقط القيم القصوى المحلية للاقتزان ق مُحدِّدًا نوعها.

### الحل

أصفار المشتقة الأولى

هـ { ٢ ، ٥ } وهي التقاطح الحرجة



ج) تناقص [٥، ∞) ، [٥، ∞) تناقص.

د) تزايد [٢، ٥]

هـ) عند س = ٢ هي نقطة صغرى هي (٢)

عند س = ٥ هي نقطة عظمى هي (٥).

٤) إذا كان للاقتران  $Q(s) = 3s^2 - 2s + 4$  قيمة حرجة عندما  $s = 2$ ، فجد قيمة الثابت أ.

**الحل**

$$Q(s) = 3s^2 - 2s + 4$$

$$\text{قيمة حرجة عند } s = 2 \Rightarrow Q'(2) = 0$$

$$Q'(s) = 6s - 2$$

$$Q'(2) = 6 \times 2 - 2$$

$$0 = 12 - 2$$

$$\boxed{12 = 2} \quad 12 - 2 = 10$$