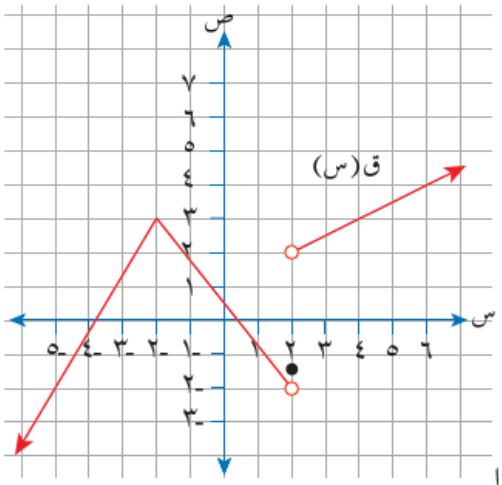
إجابات أسئلة الوحدة

النهايات والاتصال - دليل المعلم

١) اعتمادًا على الشكل (١-١٦) الذي يمثل منحنى الاقتران ق، جد قيمة كل مما يأتي:



الشكل (١-١٦).

أ) ق(٢)

ب) $\lim_{س \to -١}$ ق(س)

جـ) $\lim_{س \to ٢}$ ق(س)

د) قيم س التي يكون عندها منحنى الاقتران ق غير متصل

هـ) $\lim_{س \to ٠} ((ق(س))^{٢} - س + ٢)$

منهاجي

الحل

أ) ١,٥-

ب) ٢

جـ) غير موجودة.

د) ق غير متصل عندما س = ٢

هـ) $\lim_{س \to ٠} (ق(س))^{٢} + \lim_{س \to ٠} (-س + ٢)$

$$= (\frac{١}{٢})^{٢} + (٠ + ٢) = ٢ + \frac{١}{٤} = ٢\frac{١}{٤}$$

٢) إذا كانت $\lim_{س \to ١} (ق(س))^{٣} + ٢ = ٢٩$، $\lim_{س \to ١} هـ(س) = -٣$، فجد قيمة كل مما يأتي:

أ) $\lim_{س \to ١} (ق(س) + ٢هـ(س) + س)$

ب) $\lim_{س \to ١} (ق(س) \times هـ(س))$

الحل

$\lim_{س \to ١} ق(س) = \sqrt[٣]{٢٧} = ٣$ ، ومنه:

أ) -٢

ب) -٩

---

٣) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} ٢أ س^{٢} + ب & ، س < ١ \\ ٧ & ، س = ١ \\ س^{٢} - ٤ب - ٦ & ، س > ١ \end{cases}$

وكان الاقتران ق متصلًا عندما س = ١، فجد قيمة كل من الثابتين: أ، ب.

الحل

أ = ٥ ، ب = -٣

---

٤) جد قيمة النهاية (إن وجدت) في كل مما يأتي عند قيم س المبينة إزاء كل منها:

أ) ق (س) = $\frac{س + ١}{س^{٢} + ١} + \sqrt{٣ - س}$ ، س ← −١

ب) هـ (س) = $\frac{س^{٢} - ٥س}{٢س - ١٠}$ ، س ← ٥

جـ) ل(س) = $\frac{س^{٢} - ٢س + ١}{س^{٣} - ١٢}$ ، س ← ١

د) م(س) = $\frac{س^{٣} - ٢٧}{س - ٣}$ ، س ← ٣

هـ) ك(س) = $\frac{\frac{١}{٢} - \frac{١}{س - ٢}}{٢س - ٨}$ ، س ← ٤

و) د(س) = $\frac{\sqrt{٣س + ٤} - ٥}{س^{٢} - ٤٩}$ ، س ← ٧

الحل

أ) ٢

ب) $\frac{٥}{٢}$ (تحليل إلى العوامل، ثم تعويض)

جـ) نهـــا ل (س) = نهـــا $\frac{١ + ٢ - ١}{٣ - ١٢}$ = $\frac{٠}{٩}$ = ٠ (تعويض في النهاية مباشرة)
س ← ١ س ← ١

د) ٢٧ (تحليل فرق المكعبين ثم تعويض)

هـ) $\frac{-١}{٨}$ (توحيد مقامات)

و) $\frac{٣}{١٤٠}$ (الضرب في المرافق)

٥) إذا كان ق(س) = س^{٣} + ٥س ، هـ(س) = $\begin{cases} ٥س + ٤ & ، س \geq ١ \\ ٨ + س^{٢} & ، س < ١ \end{cases}$

وكان ل(س) = (ق + هـ) (س) ، فابحث اتصال الاقتران ل عندما س = ١

الحل

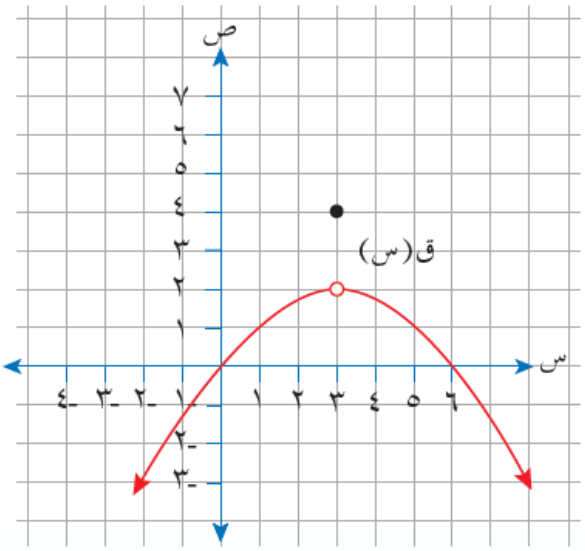
ق(س) متصل عندما س = ١ (كثير حدود)

هـ(س) متصل عندما س = ١ ؛ لأن نهـــــا هـ(س) = نهـــــا هـ(س) = هـ(١) = ٩
س ← ١+ ، س ← ١−

ومنه: ل(س) متصل عندما س = ١ ؛ لأنه ناتج جمع اقترانين متصلين.

---

٦) اعتمادًا على الشكل (١–١٧) الذي يمثل منحنى الاقتران ق، ابحث اتصال الاقتران ق عندما س = ٣



الشكل (١–١٧).

الحل

ق(٣) = ٤،

نهـــــا ق (س) = ٢،
س ← ٣

ومنه: ق(س) غير متصل عندما س = ٣

٧) إذا كان كل من الاقترانين: ق ، هـ متصلا عندما س = ٥، وكان هـ (٥) = ٤،

$$\text{نهـا}_{س \to ٥} \frac{ق(س) + س}{٣ هـ(س)} = ١$$ ، فجد ق(٥).

الحل

منهاجي

بما أن ق، هـ متصلان عندما س = ٥

$$\therefore هـ(٥) = \text{نهـا}_{س \to ٥} هـ(س) = ٤$$، ويكون $$ق(٥) = \text{نهـا}_{س \to ٥} ق(س)$$

$$\frac{\text{نهـا}_{س \to ٥} ق(س) + \text{نهـا}_{س \to ٥} س}{\text{نهـا}_{س \to ٥} ٣هـ(س)} = ١ \Longleftarrow$$ ق(٥) = ٧

---

٨) إذا كان $$ق(س) = \frac{١}{س} + \frac{س - ٣}{س^{٢} - ٣س}$$، فما قيم س التي **لا** يكون عندها الاقتران ق متصلًا؟

الحل

منهاجي

نجد أصفار المقام:

س = ٠

$$س^{٢} - ٣س = ٠ \Longleftarrow$$ س = ٠ ، ٣

ق(س) غير متصل عندما س = ٠ ، ٣

---

٩) يتكون هذا السؤال من خمس فقرات من نوع الاختيار من متعدد، لكل فقرة أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح. ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح:

(١) إذا كان م عددًا ثابتًا، وكان $\lim_{س \to ١} (م س^{٢} - ٤س + ٥) = ٥$ ، فإن قيمة م هي:

أ) ١ ب) −١ جـ) ٤ د) −٤

(٢) $\lim_{س \to -١} (س^{٢} - ٤)^{٣}$ تساوي :

أ) −١٢٥ ب) −٢٧ جـ) ١٢٥ د) ٢٧

(٣) إذا كان $ق(س) = \frac{س^{٢} - ٥س}{س^{٢} - ٣س + ٢}$، فإن قيم س التي **لا يكون** عندها الاقتران ق متصلًا هي:

أ) {٠، ٥} ب) {−٥، ٠} جـ) {١، ٢} د) {−١، −٢}

(٤) إذا كان $هـ(س) = \begin{cases} س - ١ & ، س > ٢ \\ ٣ & ، س = ٢ \\ س^{٢} & ، س < ٢ \end{cases}$ ، فإن $\lim_{س \to ٢} هـ(س) =$

أ) ٣ ب) ٤ جـ) ١ د) غير موجودة

(٥) إذا كانت $\lim_{س \to ٢} (٣ ق(س)) = ٩$، فإن قيمة $\lim_{س \to ٢} (ق(س))^{٢}$:

أ) ٩ ب) ٨١ جـ) ٢٧ د) ٢