إجابات كتاب التمارين

الشرط الأولي

في كل مما يأتي المشتقة الأولى للاقتران f(x)، ونقطة يمر بها منحنى y=f(x) أستعمل المعلومات المعطاة لإيجاد معادلة الاقتران f(x):

1) f′(x)=3x−2;(−1,2)

f(x)=∫(3x−2)dx=32x2−2x+C⇒f(x)=32x2−2x+Cf(−1)=2⇒32+2+C=2⇒C=−32⇒f(x)=32x2−2x−32

2) f′(x)=x+1x;(4,5)

f(x)=∫x+1xdx=∫(xx+1x)dx=∫(x12+x−12)dx=23x32+2x12+C=23x3+2x+C⇒f(x)=23x3+2x+Cf(4)=5⇒163+4+C=5⇒C=−133⇒f(x)=23x3+2x−133

3) f′(x)=−x(x+1);(−1,5)

f(x)=∫−x(x+1)dx=∫(−x2−x)dx=−13x3−12x2+⇒f(x)=−13x3−12x2+Cf(−1)=5⇒13−12+C=5⇒C=316⇒f(x)=−13x3−12x2+316

4) f′(x)=x3−2x2+2;(1,3)

f(x)=∫(x3−2x2+2)dx=∫0(x3−2x−2+2)dx=14x4+2x+2x+C⇒f(x)=14x4+2x+2x+Cf(1)=3⇒14+2+2+C=3⇒C=−54⇒f(x)=14x4+1x+2x−54

5) f′(x)=x+x;(1,2)

f(x)=∫(x+x)dx=∫(x+x12)dx=12x2+23x32+C⇒f(x)=12x2+23x32+C=12x2+23x3+Cf(1)=2⇒12+23+C=2⇒C=56⇒f(x)=12x2+23x3+56

6) f′(x)=−10x2;(1,15)

f(x)=∫−10x2dx=∫−10x−2dx=10x−1+C=10x+C⇒f(x)=10x+Cf(1)=15⇒10+C=15⇒C=5⇒f(x)=10x+5

(7) إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران f(x)هو f′(x)=x، فأجد قاعدة الاقتران f(x)، علماً بأن منحناه يمر بالنقطة (9,25).

f(x)=∫xdx=∫x12dx=23x32+C=23x3+C⇒f(x)=23x3+Cf(9)=25⇒543+C=25⇒C=7⇒f(x)=23x3+7

(8) إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة y هو: dydx=2x2، فأجد قاعدة العلاقة y، علماً بأن منحناها يمر بالنقطة (2,4).

f(x)=∫2x2dx=∫2x−2dx=−2x−1+C=−2x+C⇒f(x)=−2x+Cf(2)=4⇒−1+C=4⇒C=5⇒f(x)=−2x+5

(9) إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة y هو: dydx=3x2−12x+8، ومر منحناها بنقطة الأصل، فأجد الإحداثي x لجميع نقاط تقاطع منحنى العلاقة مع المحور x، مبرراً إجابتي.

f(x)=∫(3x2−12x+8)dx=x3−6x2+8x+C⇒f(x)=x3−6x2+8x+Cf(0)=0⇒x3−6x2+8x+C=0⇒C=0⇒f(x)=x3−6x2+8x

لإيجاد الإحداثيات لنقاط تقاطع المنحني مع محورx نفرض y=0

x3−6x2+8x⇒x(x2−6x+8)=0⇒x(x−2)(x−4)=0⇒x=0,x=2,x=4=0

(10) الإيراد الحدي: يمثل الاقتران: R′(x)=x2−3 الإيراد الحدي (بالدينار) لكل قطعة تباع من منتجات إحدى الشركات، حيث x عدد القطع المبيعة، وR(x) إيراد بيع x قطعة بالدينار. أجد اقتران الإيراد R(x)، علماً بأن R(0)=0.

إرشاد: يمثل الإيراد الحدي مشتقة اقتران الإيراد.

R(x)=∫(x2−3)dx=13x3−3x+C⇒R(x)=13x3−3x+CR(0)=0⇒0−0+C=0⇒C=0⇒R(x)=13x3−3x

(11) يتحرك جسيم في مسار مستقيم، وتعطى سرعته المتجهة
بالاقتران: v(t)=3t2−12t+11، حيث t الزمن بالثواني، وv سرعته المتجهة بالمتر لكل ثانية. إذا بدأ الجسيم حركته من نقطة الأصل، فأجد موقعه بعد ثانيتين من بدء الحركة.

s(t)=∫(3t2−12t+11)dt=t3−6t2+11t+C⇒s(t)=t3−6t2+11t+Cs(0)=0
⇒0+0+0+C=0⇒C=0⇒s(t)=t3−6t2+11t⇒s(2)=(2)3−6(2)2+11(2)=8
−24+22=6m

(12) يتحرك جسيم في مسار مستقيم، ويعطى تسارعه بالاقتران: a(t)=6t−30، حيث t الزمن بالثواني ، وa التسارع بالمتر لكل ثانية تربيع. إذا بدأ الجسيم حركته من نقطة الأصل بسرعة متجهة مقدارها 72m/s، فأجد موقعه بعد 3 ثوان من الحركة.

v(t)=∫(6t−30)dt=3t2−30t+C⇒v(t)=3t2−30t+Cv(0)=72⇒0+0+0+C
=72⇒C=72⇒v(t)=3t2−30t+72s(t)=∫(3t2−30t+72)dt=t3−15t2+72t
+C⇒s(t)=t3−15t2+72t+Cs(0)=0⇒0+0+0+C=0⇒C=0⇒s(t)=t3−15t
2+72t⇒s(3)=(3)3−15(3)2+72(3)=27−135+216=108m