أتدرب وأحل المسائل

الشرط الأولي

في كل مما يأتي المشتقة الأولى للاقتران $f(x)$ ، ونقطة يمر بها منحنى $y = f(x)$.
أستعمل المعلومات المعطاة لإيجاد قاعدة الاقتران $f(x)$:

(1) $f(x) = x^7$

$f(x)=\int(x-3)\ dx=12x2-3x+C9=12\times(2)2-3(2)+CC=13f(x)=12x2-3x+13$

(2) $f'(x)=x2-4;\ (0,7)$

$f(x)=\int(x2-4)\ dx=13x3-4x+C7=13\times(0)3-4(0)+CC=7f(x)=13x3-4x+7$

(3) $f'(x)=6x2-4x+2;\ (1,9)$

$f(x)=\int(6x2-4x+2)\ dx=2x3-2x2+2x+C9=2(1)3-2(1)2+2(1)+CC=7f(x)=2x3-2x2+2x+7$

(4) $f'(x)=x+14x2;\ (4,11)$

$f(x)=\int(x+14x2)\ dx=\int(x12+14x2)\ dx=23x32-112x3+C11=23(4)32-112(4)3+CC=11f(x)=23x32-112x3+11=23x3-112x3+11$

(5) $f'(x)=(x+2)2;\ (1,7)$

$f(x)=\int(x+2)2\ dx=\int(x2+4x+4)\ dx=13x3+2x2+4x+C7=13(1)3+2(1)2+4(1)+CC=23f(x)=13x3+2x2+4x+23$

(6) $f'(x)=3x-x;\ (4,0)$

$f(x)=\int(3x-x)\ dx=\int(3x-12-x)\ dx=6x12-12x2+C=6x-12x20=64-12(4)2+CC=-4f(x)=6x-12x2-4$

(7) إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة y هو: $\frac{dy}{dx}=0.4x+3$ ، فأجد قاعدة العلاقة y ، علماً بأنّ منحناها يمر بالنقطة $(0, 5)$.

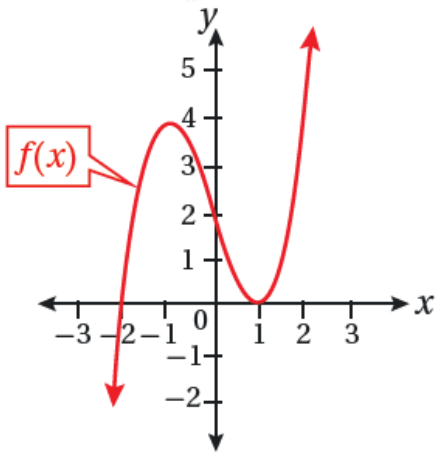
$y=\int(0.4x+3)\ dx=0.2x2+3x+C5=0.2(0)2+3(0)+CC=5y=0.2x2+3x+5$

(8) إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران $f(x)$ هو: $f'(x)=x2+10x2$ ، فأجد قاعدة الاقتران $f(x)$، علماً بأنّ منحناها يمر بالنقطة $(5, 2)$.

$f(x)=\int x2+10x2dx=\int(x2x2+10x2)dx=\int(1+10x-2)dx=x-10x-1+C$
$=x-10x+C2=5-105+CC=-1f(x)=x-10x-1$

(9) يبين الشكل المجاور منحنى الاقتران $f(x)$، حيث: $f'(x)=3x2 - 3$.

أجد قاعدة الاقتران $f(x)$.



$f(x)=\int(3x2-3)dx=x3-3x+C$

منحنى الاقتران يمر بالنقطة $(0, 2)$، إذن:

$2=(0)3-3(0)+CC=2f(x)=x3-3x+2$

بالون: عند نفخ بالون كروي الشكل يصبح نصف قطره y سنتمتراً بعد t ثانية.

إذا كان: $\frac{dy}{dt}=4t-23,\ t>0$، وكان نصف قطر البالون بعد 8 ثوانٍ من بدء نفخه 30 cm ، فأجد كلاً مما يأتي:

(10) قاعدة العلاقة y بدلالة t .

$$y=\int 4t-23dt=12t^{13}+C=12t^3+C30=1283+CC=6y=12t^3+6$$

(11) نصف قطر البالون بعد 27 ثانية من بدء نفخه.

$$y=12273+6=42$$

إذن نصف قطر البالون بعد 27 ثانية من بدء نفخه هو: 42 cm

(12) أشجار: في دراسة تناولت نوعاً معيناً من الأشجار تبين أن ارتفاع هذه الأشجار يتغير بمعدل يمكن نمذجته بالاقتران: $h'(t)=0.2t^{23}+t$ ، حيث $h(t)$ ارتفاع الشجرة بالأقدام، و t عدد السنوات منذ لحظة زراعة الشجرة. إذا كان ارتفاع إحدى هذه الأشجار عند زراعتها هو 2 ft فأجد $h(t)$.

$$h(t)=\int(0.2t^{23}+t)dt=\int(0.2t^{23}+t^{12})dt=0.12t^{53}+23t^{32}+C=0.12t^{53}+23t^3+C$$

بما أن ارتفاع الشجرة عند زراعتها 2 ft ، فإن $h(0) = 2$ ، وهذا يُعدّ شرطاً أولياً لإيجاد قيمة ثابت التكامل C .

$$2=0.12(0)^{53}+23(0)^3+CC=2h(t)=0.12t^{53}+23t^3+2$$

(13) يتحرك جُسيم في مسار مستقيم، وتعطى سرعته المتجهة بالاقتران: $v(t) = 2t + 3$ ، حيث t الزمن بالثواني، و v سرعته المتجهة بالمتر لكل ثانية. إذا بدأ الجُسيم حركته من نقطة الأصل فأجد موقعه بعد 3 ثوانٍ من بدء الحركة.

$$s(t)=\int v(t)dt=\int(2t+3)dt=t2+3t+C$$

بما أن الجُسيم بدأ حركته من نقطة الأصل، فإن $s(0) = 0$ ، وهذا يُعدّ شرطاً أولياً لإيجاد قيمة ثابت التكامل C .

$$s(t)=t2+3t+C0=(0)2+3(0)+CC=0s(t)=t2+3ts(3)=(3)2+3(3)=18$$

إذن موقع الجُسيم بعد 3ثوان من بدء الحركة هو: 18 m

(14) يتحرك جُسيم في مسار مستقيم، ويعطى تسارعه بالاقتران: $a(t) = t^2$ ، حيث t الزمن بالثواني، و a تسارعه بالمتر لكل ثانية تربيع. إذا كان الموقع الابتدائي للجسيم هو 3 m، وكانت سرعته المتجهة هي 1 m/s بعد ثانية واحدة من بدء حركته، فأجد موقع الجسيم بعد ثانيتين من بدء الحركة.

$$v(t)=\int a(t)dt=\int t2dt=12t3+C1$$

بما أن السرعة المتجهة بعد ثانية واحدة من بدء الحركة هي 1 m/s ، فإن $v(1) = 1$ ، وهذا يُعدّ شرطاً أولياً لإيجاد قيمة ثابت التكامل C_1 .

$$1=12(1)3+C1C1=12v(t)=12t3+12s(t)=\int v(t)dt=\int(12t3+12)dt=18t4+12t+C2$$

بما أن الموقع الابتدائي للجُسيم هو 3 m ، فإن $s(0) = 3$ ، وهذا يُعدّ شرطاً أولياً لإيجاد قيمة ثابت التكامل C_2 .

$$s(t)=18t4+12t+C23=18(0)4+12(0)+C2C2=3s(t)=18t4+12t+3s(2)=18(2)4+12(2)+3=5$$

إذن موقع الجُسيم بعد ثانيتين من بدء الحركة هو: 5 m

(15) يتحرك جُسيم من السكون، ويعطى تسارعه بالاقتران: $a(t) = 9 - 2t$ ، حيث t

الزمن بالثواني، و a تسارعه بالمتر لكل ثانية تربيع. إذا بدأ الجسيم حركته من نقطة الأصل بسرعة متجهة هي 2 m/s ، فأجد موقعه بعد ثانيتين من بدء الحركة.

$$v(t)=\int a(t)dt=\int(9-2t)dt=9t-t2+C1$$

بما أن السرعة المتجهة الابتدائية هي 2 m/s ، فإن $v(0) = 2$ ، وهذا يُعدّ شرطاً أولياً لإيجاد قيمة ثابت التكامل C_1 .

$$v(t)=9t-t2+C12=9(0)-(0)2+C1C1=2v(t)=9t-t2+2s(t)=\int v(t)dt=\int(9t-t2+2)dt=12t2-13t3+2t+C2$$

بما أن الحركة من نقطة الأصل، فإن $s(0) = 0$ ، وهذا يُعدّ شرطاً أولياً لإيجاد قيمة ثابت التكامل C_2 .

$$s(t)=12t2-13t3+2t+C20=12(0)2-13(0)3+2(0)+C2C2=0s(t)=12t2-13t3+2ts(2)=12(2)2-13(2)3+2(2)=583$$

إذن موقع الجُسيم بعد ثانيتين من بدء الحركة هو: 583 m