أتحقق من فهمي

الضرب القياسي

الضرب القياسي للمتجهات في الفضاء

أتحقق من فهمي صفحة (144):

أجد ناتج الضرب القياسي للمتجهين في كل مما يأتي:

(a $\vec{v}=\langle 4,8,-3\rangle, \vec{w}=\langle -3,7,2\rangle$

$\vec{v}\cdot\vec{w}=4(-3)+8(7)-3(2)=-12+56-6=38$

(b $\vec{m}=-3\hat{i}+5\hat{j}-\hat{k}, \vec{n}=-12\hat{i}+6\hat{j}-8\hat{k}$

$\vec{m}\cdot\vec{n}=-3(-12)+5(6)-1(-8)=36+30+8=74$

الزاوية بين متجهين في الفضاء

أتحقق من فهمي صفحة (146):

أجد قياس الزاوية θ بين المتجه $\vec{u}$ والمتجه $\vec{W}$ في كل مما يأتي، مقرباً الناتج إلى أقرب عشـر درجة:

(a $\vec{u}=-3\hat{i}+5\hat{j}-4\hat{k}, \vec{w}=4\hat{i}+2\hat{j}-3\hat{k}$

$(\vec{u}\cdot bbb|\vec{u}|=9+25+16=50|\vec{w}|=16+4+9=29\vec{u}\cdot\vec{w}=-3(4)+5(2)-4(-3)=-12+10+12=10\theta=\cos-1$
$\circ(101450)\approx 74.8(1050\times 29)=\cos-1\vec{w}|\vec{u}||\vec{w}|)=\cos-1$

(b $\vec{u}=\langle 2,-10,6\rangle, \vec{w}=\langle -3,15,-9\rangle$

$\vec{u}|=4+100+36=140|\vec{w}|=9+225+81=315\vec{u}\cdot\vec{w}=2(-3)-10(15)+6(9)=-6-150-54=-210\theta=\cos|$
$\circ(-1)=180(-21044100)=\cos-1(-210140\times 315)=\cos-1(\vec{u}\cdot\vec{w}|\vec{u}||\vec{w}|)=\cos-1-1$

الزاوية بين مستقيمين في الفضاء

أتحقق من فهمي صفحة (147):

إذا كانت: r→=(3−21)+t(2−5−1) معادلة متجهة للمستقيم l1، وكانت: r→=(530)+u(10−3) معادلة متجهة للمستقيم l2، فأجد قياس الزاوية الحادة بين المستقيم l1 والمستقيم l2 إلى أقرب درجة.

اتجاه المستقيم l1 هو v→=⟨2,−5,−1⟩ واتجاه المستقيم l2 هو u→=⟨1,0,−3⟩

v→|=4+25+1=30|u→|=1+0+9=10v→·u→=1(2)+0(−5)−3(−1)=2+|
∘(5300)≈73(510×30)=cos−1(u→·v→|u→||v→|)=cos−13=5θ=cos−1

إذن، قياس الزاوية الحادة بين المستقيمين l1,l2 هو 73∘ تقريباً.

إيجاد مساحة المثلث باستعمال المتجهات

أتحقق من فهمي صفحة (149):

أجد مساحة المثلث EFG الذي إحداثيات رؤوسه هي:

.(E(2,1,−1),F(5,1,7),G(6,−3,1

GF→=⟨−1,4,6⟩|GF→|=1+16+36=53GE→=⟨−4,4,−2⟩|GE→|=16+16+
4=6GF→·GE→=−1(−4)+4(4)+6(−2)=4+16−12=8

ليكن قياس الزاوية EGF هو θ، إذن:

(8653)≈79.4∘A=12|GF→|×|(GF→·GE→|GF→||GE→|)=cos−1θ=cos−1
79.4∘≈21.5θ≈12×653sinGE→|sin

ويمكن إيجاد θsin من معرفتنا بقيمة θcos من دون أيجاد زاوية θ كما يأتي:

θ=1−(4353)2=477−16477=461353⇒A=12×653×4θ=4353⇒sincos
61353=461≈21.5

مسقط العمود على مستقيم من نقطة خارجه

أتحقق من فهمي صفحة (151):

إذا كانت: ^r→=16i^+11j^−3k^+t(5i^+7j^−3k) معادلة متجهة للمستقيم ا، والنقطة P(2,0,103) غير واقعة على المستقيم ا، فأجيب عن السؤالين الآتيين:

(a) أحدد مسقط العمود من النقطة P على المستقيم ا.

اتجاه المستقيم ا المعطى هو: v→=⟨5,7,−3⟩

افرض أن مسقط النقطة P على ا النقطة F، فيكون متجه موقعها هو:

^OF→=(16+5t)ı^+(11+7t)ȷ^−(3+3t)k

ويكون العمود من P على ا هو ¯PF حيث:

PF→=OF→−OP→=(16+5t)1^+(11+7t)ȷ^−(3+3t)k^−(2i^+103k^)⇒
^PF→=(14+5t)i^+(11+7t)ȷ^−(193+3t)k

ولأن المتجهين PF→,v→ متعامدان فإن PF→·v→=0

14+5t)+7(11+7t)−3(−193−3t)=0⇒t=−2⇒OF→=(16+5(−2))i^+)5⇒
^(11+7(−2))j^−(3+3(−2))k^=6i^−3j^+3k

إذن مسقط العمود من النقطة P على المستقيم ا هو النقطة F(6,−3,3)

(b) أجد البعد بين النقطة P والمستقيم ا.

PF=(6−2)2+(−3−0)2+(3−103)2=2263

استعمال المتجهات لتحديد قياسات في أشكال ثلاثية الأبعاد

أتحقق من فهمي صفحة (154):

(a) أجد قياس ∠EDB في الهرم المبين في المثال السابق.

DE→=⟨7,8,2⟩|DE→|=49+64+4=117DB→=⟨8,4,−8⟩|DB→|=64+16+64=12DE→·DB→=7(8)+8(4)+2(−8)
∘(6117)≈56.3(7212117)=cos−1(DE→·DB→|DE→||DB→|)=cos−1=72θ=cos−1

(b) أجد حجم الهرم.

AB=82+(−2)2+(−2)2=72

ارتفاع الهرم هو طول العمود المرسوم من الرأس E إلى قاعدته وهو EM،
حيث M هي نقطة منتصف أحد قطري الفاعدة
المربعة: (M=(1+92,1−72,−1+32)=(5,−3,1

EM=(−3)2+(−6)2+(−6)2=9

حجم الهرم يساوي ثلث مساحة قاعدته في ارتفاعه.

V=13(72)2(9)=72(3)=216

إذن، حجم الهرم يساوي 216 وحدة مربعة.