

## أتحقق من فهمي

### التكامل بالتعويض

التكاملات بالتعويض للتكاملات غير المحدودة

أتحقق من فهمي من فهمي صفة (32):

أجد كلاً من التكاملات الآتية:

$$(4x^2x^3 - 5dx) \quad (a)$$

$$\begin{aligned} u = x^3 - 5 \Rightarrow du/dx = 3x^2 \Rightarrow dx = du/3x^2 \int 4x^2x^3 - 5dx = \int 4x^2u \times du/3x^2 = \int 4/3u^1 \\ 2du = 8/3u^2 + C = 8/3(x^3 - 5)^2 + C \end{aligned}$$

$$(12xexdx) \quad (b)$$

$$\begin{aligned} u = x \Rightarrow du/dx = 12x \Rightarrow dx = du/12x \int 12xexdx = \int 12xeu \times du/12x = \int eu du = eu + C \\ = ex + C \end{aligned}$$

$$(x^3xdx) \quad (c)$$

$$\begin{aligned} x^3xdx = \int u^3x \times xdu = \int u^3du = 1/4u^4 + C = x \Rightarrow du/dx = 1/x \Rightarrow dx = xdu \int (\ln u = \ln \\ x) 4 + C/4 (\ln x) + C \end{aligned}$$

$$(x)xdx \quad (d)$$

$$\begin{aligned} uu du = \sin u x \times xdu = \int \cos x xdx = \int \cos(\ln x) du \Rightarrow du/dx = 1/x \Rightarrow dx = xdu \int \cos u = \ln \\ x + C (\ln x + C = \sin x) \end{aligned}$$

$$(5xdx) \quad (e)$$

$$\begin{aligned} 5x^5xdx = \int u^4 \sin 5x \sin 5x \int \cos 5x dx \Rightarrow du = 5x^4 dx \Rightarrow du/dx = 5x^3 \Rightarrow dx = du/5x^3 \int \cos u = \cos \\ 5x + C/5 x = -1/5 \sin 5x + C = -1/5 \sin 5x + C \end{aligned}$$

$$(x^2x^2dx) \quad (f)$$

$$\begin{aligned} 2u = x^2 \Rightarrow du/dx = 2x \Rightarrow dx = du/2x \int x^2x^2dx = \int x^2u \times du/2x = \int 1/2u du = 1/2u \ln \\ 22x^2 - 1 + C + C = 1 \ln 22x^2 - 1 + C \end{aligned}$$

## اتحقق من فهمي من فهمي صفحة (34):

أجد كلاً من التكاملات الآتية:

$$(x_1+2x)dx \quad (a)$$

$$\begin{aligned} u &= 1+2x \Rightarrow du/dx = 2 \Rightarrow dx = du/2, x = u - 12 \int x^2 + 2x \, dx &= \int 12(u-1)u^2 \times du/2 = \\ &= 14 \int (u^2 - u - 12) \, du = 14(23u^3/3 - u^2/2) + C = 16(1+2x)^{3/2} - 12(1+2x)^2/2 + C \\ &= 16(1+2x)^{3/2} - 12(1+2x)^2/2 + C \end{aligned}$$

$$(x^7(x^4-8)^3)dx$$

$$\begin{aligned} u &= x^4 - 8 \Rightarrow du/dx = 4x^3 \Rightarrow dx = du/4x^3, x^4 = u + 8 \int x^7(x^4 - 8)^3 dx = \int x^7 u^3 du \\ 4x^3 &= 14 \int x^4 u^3 du = 14 \int (u+8) u^3 du = 14 \int (u^4 + 8u^3) du = 14(15u^5/5 + 2u^4) + C = 120(u^5) + 12(u^4) + C \end{aligned}$$

$$(e^{3x}(1-e^x)2dx \text{ (c)}$$

$$\begin{aligned} u &= 1 - ex \Rightarrow du/dx = -ex \Rightarrow dx = du/ex, ex = 1 - u \Rightarrow e^{3x}(1-ex)^2 dx = e^{3x}u^2 x \\ du - ex &= -e^2 x u^2 du = -(1-u)^2 u^2 du = -1 + 2u - u^2 u^2 du = (-u^2 + 2u - 1) du \\ |1-ex| - 1 + ex + C|u| - u &+ C = 11 - ex + 2\ln|u-1| du = (u-1+2\ln|u-1|) du \end{aligned}$$

**التكاملات بالتعويض** للتكاملات تحوي المقدار  $ax+bn$

## أتحقق من فهمي من فهمي صفحة (35):

## أحد كلاً من التكاملين الآتيين:

(dxx+x3 (a[

$$\begin{aligned} u = x^3 \Rightarrow du/dx = 3x^2 \Rightarrow dx = \frac{1}{3x^2} du, & x = u^{1/3} \Rightarrow dx = \frac{1}{3u^{2/3}} du \\ \int 3x^2 dx + x^3 = \int 3u^2 \cdot \frac{1}{3u^{2/3}} du + u^{1/3} = & (x^3(u^2+1)) + C = 32 \ln 3u^2 u^{1/3} + \frac{1}{3} du = \int 3u^2 + 1 du = 32 \int 2u^2 + 1 du = 32 \ln(u^2+1) + C \end{aligned}$$

$$(x(1-x)^{23}dx)$$

$$u=1-x \Rightarrow du/dx = -1 \Rightarrow dx = -du, x=1-u \int x(1-x)^{2/3} dx = \int x u^{2/3} (-du) = \int -$$

$$\begin{aligned} 1-u)uu^23du &= \int -(1-u)u^23du = \int (-u^23+u^53)du = -35u^53 + 38u^83 + C \\ &= -35(1-x)^53 + 38(1-x)^83 + C = -35(1-x)^53 + 38(1-x)^83 + C \end{aligned}$$

**أتحقق من فهمي من فهمي صفحة (37)**

أسعار: يمثل الاقتران  $x(p)$  سعر قطعة (بالدينار) تستعمل في أجهزة الحاسوب، حيث  $x$  عدد القطع المباعة منها بالمئات. إذا كان:  $p(x) = -135x^9 + x^2$  هو معدل تغير سعر هذه القطعة، فأجد  $x(p)$ ، علماً بأن سعر القطعة الواحدة هو 30 JD عندما يكون عدد القطع المباعة منها 400 قطعة.

$$\begin{aligned} p(x) &= -135x^9 + x^2 dx \\ du &= -135 \cdot 9x^8 dx + 2x dx = -135x^8 dx + 2x dx \\ du &= -1352x^7 dx = -135u^{12} + C \\ p(x) &= -1359 + x^2 + C \\ &= -135(5) + C \\ &= -675 + C \\ C &= 705 \end{aligned}$$

التكامل بالتعويض لاقترانات تتضمن اقتران الجيب وجيب التمام المرفوعين إلى أس فردي

**أتحقق من فهمي من فهمي صفحة (39)**

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

$$\int x dx (\sin 3)$$

$$\begin{aligned} x &\Rightarrow dx = du \\ u &= \int (u^2 - 1) du = \frac{1}{3}u^3 - u + C = x(1 - u^2) du \\ &= \int \sin x \sin 3 du = -\cos x \sin 3 + C \\ &= -\cos x \sin 3 + C \end{aligned}$$

$$\int x dx (\sin 2 \cos 5)$$

$$\begin{aligned} x &= \int x u^2 du \cos x dx = \int \cos 5 x \sin 2 x \cos 5 x dx = \int \cos x \sin 2 x \cos 5 x dx \\ &= \int (1 - u^2) 2 u du = \int (u^2 - 2u^4 + u^6) du = \frac{1}{3}u^3 - u^5 + \frac{1}{7}u^7 + C = \frac{1}{3}\sin^3 x - \sin^5 x + \frac{1}{7}\sin^7 x + C \end{aligned}$$

التكامل بالتعويض لاقترانات تتضمن الظل أو ظل التمام، أو القاطع، أو قاطع التمام

**أتحقق من فهمي من فهمي صفحة (41):**

**أجد كلاً من التكاملات الآتية:**

$$(x \int dx (\tan 4)^{-1})$$

$$\begin{aligned} x - \tan^2 x \sec^2 x - 1) dx &= \int \tan^2 x (\sec^2 x dx = \int \tan^2 x \tan^2 x dx = \int \tan^2 \tan 4^{-1} \\ x - 1) dx u &= \tan x dx - \int (\sec^2 x \sec^2 x dx = \int \tan^2 x dx - \int \tan^2 x \sec^2 x dx = \int \tan^2 \\ x - \int (\sec^2 x \times d \sec^2 x dx &= \int u^2 \sec^2 x \Rightarrow \tan x \Rightarrow dx = d \sec^2 x \Rightarrow du = \sec^2 n \\ x + x x - \tan x + x + C &= 13 \tan^3 x - 1) dx = 13 u^3 - \tan x - 1) dx = \int u^2 du - \int (\sec^2 \\ + C &+ C \end{aligned}$$

$$(x \int dx (\cot 5)^{-1})$$

$$\begin{aligned} x - 1)^2 dx u &= \csc x (\csc 2 x)^2 dx = \int \cot x (\cot 2 x dx = \int \cot x \cot 4 x dx = \int \cot \cot 5 \\ x(u^2 - 1)^2 x dx &= \int \cot x \Rightarrow \int \cot 5 x \cot x \Rightarrow dx = du - \csc x \cot x \Rightarrow du = -\csc x \\ x = \int (u^2 - 1)^2 du - u &= \int u^4 - 2u^2 + 1 - u du = \int (-u^3 + 2u - 1) du \cot du - \csc x \\ | + C | \csc x - \ln x + \csc 2 | u | + C &= -14 \csc 4 = -14 u^4 + u^2 - \ln \end{aligned}$$

$$(x \int dx (\csc 6 \sec 4)^{-1})$$

$$\begin{aligned} xu^6 \times d \sec x dx &= \int \sec 4 x \tan 6 x \int \sec 4 x \Rightarrow dx = d \sec 2 x \Rightarrow du = \sec 2 u = \tan x \\ x)u^6 du &= \int (1+u^2)u^6 du = \int (u^6 + u^8) du = 17xu^6 du = \int (1+\tan 2 x = \int \sec 2 c^2 \\ x + C x + 19 \tan 9 u^7 + 19 u^9 + C &= 17 \tan 7 \end{aligned}$$

**التكامل بالتعويض للتكاملات المحدودة**

**أتحقق من فهمي من فهمي صفحة (43):**

**أجد قيمة كل من التكاملين الآتيين:**

$$(0 \int 2x(x+1)^3 dx (a))$$

$$\begin{aligned} u = x + 1 \Rightarrow du &= dx, x = u - 1 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow u = 1, x = 2 \Rightarrow u = 3 \int 0 \int 2x(x+1)^3 dx = \int \\ 13(u-1)u^3 du &= \int 13(u^4 - u^3) du = (15u^5 - 14u^4) \Big|_{13} = 15(3)^5 - 14(3)^4 - (1 \\ 5(1)^5 - 14(1)^4) = 1425 &= 28.4 \end{aligned}$$

$$(x+2dx) (bxsecxtan0\pi/3sec\int$$

$$xx=0 \Rightarrow u=3x=\pi/3 \Rightarrow u=4\int x\tan x dx = dusecxtanx + 2 \Rightarrow dudx = secu = sec x = \int 34udu = 23u^3/2 | x\tan x du = dusecxtanx + 2dx = \int 34secxsecxtan0\pi/3sec 34 = 23(8-33) \approx 1.87$$