مهارات التفكير العليا

التكامل بالتعويض

(29) أكتشف المختلف: التكاملات الآتية مختلف، مبرراً إجابتي؟

$$\int \frac{2x+3}{(x^2+3x)^2} dx$$

$$\int 3x^2 e^{1+x^3} dx$$

$$\int x \cos x^2 dx$$

$$\int x(x^3+1) dx$$

المختلف هو $\int x(x^3+1)dx$ لأنه الوحيد الذي لا يحل بطريقة التكامل بالتعويض.

(30) أكتشف الخطأ: أوجدت سعاد ناتج التكامل: $\int_0^1 8x(x^2+1)^3 dx = 0$ ، وكان حلها على النحو الآتي:

$$\begin{aligned} \int_0^1 8x(x^2+1)^3 dx &= \int_0^1 8x \times u^3 \times \frac{du}{2x} \\ &= \int_0^1 4u^3 du \\ &= u^4 \Big|_0^1 \\ &= 1 \end{aligned}$$

أكتشف الخطأ في حل سعاد، ثم أصححه.

الخطأ الذي ارتكبته سعاد هو أنها لم تغير حدود التكامل.

$$\begin{aligned} \int_0^1 8x(x^2+1)^3 dx &= \int_{u=1}^{u=2} 4u^3 du \\ &= \left[u^4 \right]_{u=1}^{u=2} \\ &= 2^4 - 1^4 = 16 - 1 = 15 \end{aligned}$$

(31) تحد: إذ كان: $\int_0^k kx^2 e^{x^3} dx = 23(e^8 - 1)$ ، فأوجد قيمة الثابت k .

$$\int_0^k kx^2 e^{x^3} dx = \int_{u=0}^{u=k^3} u e^u du = \left[u e^u - e^u \right]_0^{k^3} = k^3 e^{k^3} - e^{k^3} + 1 = 23(e^8 - 1)$$

$$\int_0^3 kx^2 e^{3x} dx = \int_0^3 k \cdot 3x^2 e^{3x} \cdot \frac{1}{3} dx = \frac{1}{3} \int_0^3 kx^2 e^{3x} dx = \frac{1}{3} (e^8 - 1) \Rightarrow k^3 e^3 - k^3 = \frac{1}{3} (e^8 - 1) = \int_0^3 k^3 k^3 e^{3x} dx = k^3 e^3 - k^3 e^0 = k^3 e^3 - k^3$$