

إجابات كتاب التمارين

التكامل بالتعويض

أحد كلاً من التكاملات الآتية:

$$(x^2 + 3x) \int$$

$$x^2 + 3x \, du = x^2 + 3 \Rightarrow du/dx = 2x \Rightarrow dx = du/(2x) \int x^2 + 3 \, dx = \int x u^2 du / 2x = \frac{1}{2} \int u^2 du \\ 12u^2 du = 13u^3 + C = 13(x^2 + 3)^{3/2} + C$$

$$(x^4 e^{x^5} + 2x) \int$$

$$x^4 e^{x^5} + 2x \, du = x^5 + 2 \Rightarrow du/dx = 5x^4 \Rightarrow dx = du/(5x^4) \int x^4 e^{x^5} + 2 \, dx = \int e^u du / 5x^4 \\ 5x^4 = \int 0.2e^u du = 0.2e^u + C = 0.2e^{x^5} + 2 + C$$

$$(x+1)(x^2 + 2x + 5) \int 4 \, dx$$

$$(x+1)(x^2 + 2x + 5) \int 4 \, dx \, du = x^2 + 2x + 5 \Rightarrow du/dx = 2x + 2 \Rightarrow dx = du/(2x + 2) \int (x+1) \, dx \\ (x^2 + 2x + 5) \int 4 \, dx = \int (x+1) u^4 du / 2x + 2 = \int 2u^4 du = 10u^5 + C = 10(x^2 + 2x + 5)^5 + C$$

$$(x) \int 3x \, dx$$

$$(x) \int 3x \, dx = \int u^3 x \, du = \int 0u^3 du = x \Rightarrow du/dx = 1/x \Rightarrow dx = x \, du \int (\ln x) 3x \, dx \, du = \ln(\ln x) \int \\ x \, du + C = 14u^4 + C = 14(\ln x)^4 + C$$

$$(x \, dx) \int 5x \sin 4 \cos \int$$

$$x \, dx \int \cos x \sin 4x \int \cos x \, dx \Rightarrow dx = du \cos x \Rightarrow du/dx = \cos x \, dx \, du = \sin x \sin 4 \cos x \int \\ x \, du - 3 + C = \int u - 4 \, du = -13u^4 - 3 + C = -13(\sin 4x \cos x) + C$$

$$(x \, dx) \int 6x^2 + 3 \cos x \, dx$$

$$x^2 + 3x \int \sin x \, dx \Rightarrow dx = du \sin x \Rightarrow du/dx = \sin x \, dx \, du = -\cos x \, dx \int x^2 + 3x \, dx \, du = 1 + 3 \cos x \int \\ x^2 \, du - 13u^2 du = -29u^3 + C = -29(1 + 3 \cos x)u^2 - 3 \sin x \, dx \int \cos x \, dx + C$$

أجد قيمة كل من التكاملات الآتية:

$$(12x^2(x^3+1)^2 dx) \quad (7)$$

$$12x^2(x^3+1)^2 dx u = x^3 + 1 \Rightarrow du/dx = 3x^2 \Rightarrow dx = du/3x^2 \Rightarrow x = u^{1/3} \Rightarrow u = 9x^3 \Rightarrow u = 9 \cdot 1^3 = 9$$

$$2 \int 12x^2(x^3+1)^2 dx = \int 29x^2 u^2 du = \int 2913u - 2du = -13u|_{29} = -13 \cdot 29 = -127 + 16 = 21162$$

$$(01x^3x^2+2dx) \quad (8)$$

$$01x^3x^2+2dx u = 3x^2 + 2 \Rightarrow du/dx = 6x \Rightarrow dx = du/6x \Rightarrow x = u^{1/3} \Rightarrow u = 5x^3 \Rightarrow u = 5 \cdot 0^3 = 0$$

$$x^3x^2+2dx = \int 25xu^{12} du = \int 2516u^{12} du = 19u^{32}|_{25} = 19 \cdot 25^{32} - 198$$

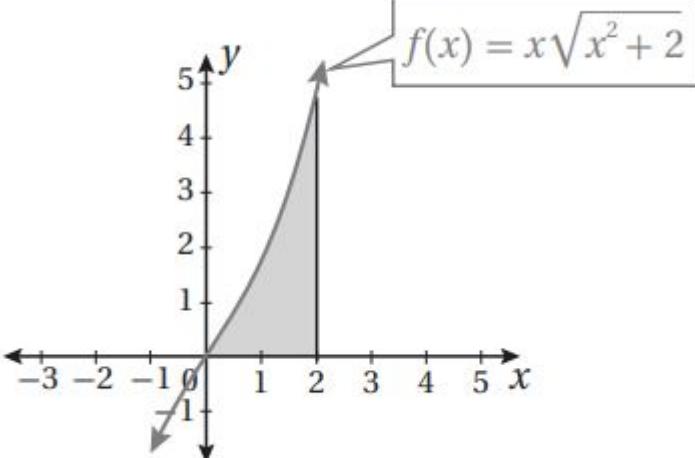
$$(x^2xdx) \quad (9)$$

$$x \Rightarrow du/dx = 1 \Rightarrow dx = x du \Rightarrow e \Rightarrow u = 1 \Rightarrow x = e^2 \Rightarrow u = 2 \int ee^2(\ln x) 2xdx u = \ln e^2(\ln x) 2xdx = \int 12u^2 x du = \int 12u^2 du = 13u^3|_{12} = 83 - 13 = 73n$$

$$(x+1)(x^2+2x)^5 dx) \quad (10)$$

$$x+1)(x^2+2x)^5 dx u = x^2 + 2x \Rightarrow du/dx = 2x + 2 \Rightarrow dx = du/2x + 2 \Rightarrow x = u/2 - 1 \Rightarrow u = 3 \int_0^1 (x+1)(x^2+2x)^5 dx = \int_0^3 (x+1)u^5 du/2 - 1 = 12u^6|_0^3 = 72912$$

(11) أجد مساحة المنطقة المظللة في التمثيل البياني المجاور.



$$A = \int 02xx^2+2dx u = x^2 + 2 \Rightarrow du/dx = 2x \Rightarrow dx = du/2x \Rightarrow x = u/2 \Rightarrow u = 6x = 0 \Rightarrow u = 2 \int 02xx^2+2dx = \int 26xu^{12} du/2 = \int 2612u^{12} du = 13u^{32}|_{26} = 13 \cdot 26^{32} - 138$$

(12) الإيراد الحدي: يمثل الاقتران: $R'(x)=50+3.5xe-0.1x^2$ الإيراد الحدي (بالدينار) لكل قطعة تباع من إنتاج إحدى الشركات، حيث x عدد القطع المبيعة، و $R(0)=0$ إيراد بيع x قطعة بالدينار. أجد اقتران الإيراد $R(x)$ ، علماً بأن

$$\begin{aligned} R(x) &= \int (50 + 3.5xe - 0.1x^2) dx = \int 50dx + \int 3.5xe dx - \int 0.1x^2 dx \\ &= 50x + \int 3.5xe du - 0.2x^2 = 50x + \int -17.5e du = 50x - 17.5e - 0.1x^2 + C \\ R(0) &= 0 \Rightarrow 0 - 17.5 + C = 0 \Rightarrow C = 17.5 \end{aligned}$$

يمثل الاقتران $x(f')$ في كل مما يأتي ميل المماس لمنحنى الاقتران $x(f)$ المار بالنقطة المعطاة، أستعمل المعلومات المعطاة لإيجاد قاعدة الاقتران $x(f)$:

$$(f'(x)=2x(4x^2-10);(2,10)) \quad (13)$$

$$\begin{aligned} f(x) &= \int 2x(4x^2-10) dx = 4x^2 - 10 \Rightarrow du = 8x dx \Rightarrow dx = du/8x \quad \text{and} \quad \int 2x du = 112u^3 + C \\ &= \int 2x du = 112u^3 + C \quad \text{at } x=2 \Rightarrow 10 = 112(2)^3 + C \Rightarrow C = -8 \Rightarrow f(x) = 112(4x^2-10) - 8 \end{aligned}$$

$$(f'(x)=x^2e-0.2x^3,(0,32)) \quad (14)$$

$$\begin{aligned} f(x) &= \int x^2e-0.2x^3 dx = -0.2x^3 \Rightarrow du = -0.6x^2 dx \Rightarrow dx = du/-0.6x^2 \quad \text{and} \quad \int x^2 du = 14u^2 + C \\ &= \int x^2 du = 14u^2 + C \quad \text{at } x=0 \Rightarrow 32 = 14(0)^2 + C \Rightarrow C = 32 \Rightarrow f(x) = -53e-0.2x^3 + 32 \end{aligned}$$

(15) يتحرك جسيم في مسار مستقيم، وتعطى سرعته المتجهة بالاقتران: $v(t)=tt^2+1$ ، حيث t الزمن بالثواني، و v سرعته المتجهة بالمتر لكل ثانية. إذا بدأ الجسيم حركته من نقطة الأصل، فأجد موقعه بعد t ثانية من بدء الحركة.

$$\begin{aligned} s(t) &= \int tt^2+1 dt = t^2+1 \Rightarrow du = 2t dt \Rightarrow dt = du/2t \quad \text{and} \quad \int t^2 dt = \frac{1}{3}t^3 + C \\ &= \int t^2 dt = \frac{1}{3}t^3 + C \quad \text{at } t=0 \Rightarrow 0 = \frac{1}{3}(0)^3 + C \Rightarrow C = 0 \Rightarrow s(t) = \frac{1}{3}t^3 + 1 \end{aligned}$$