إجابات كتاب التمارين

تكامل اقترانات خاصة

أجد كلاً من التكاملات الآتية:

(x25xdx (1−1∫

|x|−110x2+Cx25xdx=∫(15x−x25x)dx=∫(15x−15x)dx=15ln−1∫

(5ex+4)dx (2)∫

5ex+4)dx=5ex+4x+C)∫

(e2x−3)dx (3−1)∫

e2x−3)dx=x−12e2x−3+C−1)∫

(2x)dx (42x−cossin)∫

2x+C2x−12sin2x)dx=−12cos2x−cossin)∫

(32x−1dx (5∫

|2x−1|+C32x−1dx=32ln∫

((5−5x))dx (6sin−5)∫

(5−5x)+C(5−5x))dx=5x−15cossin−5)∫

(113x−2dx (7∫

|13x−2|+C113x−2dx=3ln∫

(2x−1+85x+4)dx (8)∫

|5x+4|+C2x−1+85x+4)dx=x2−x+85ln)∫

(x+5x+4x2)dx (93cos)∫

|x|−4x+Cx+5lnx+5x+4x2)dx=3sin3cos)∫

(3x+2)5dx (10)∫

3x+2)5dx=118(3x+2)6+C)∫

(x+1x2+2x+5dx (11∫

|x2+2x+5|+Cx+1x2+2x+5dx=12∫2x+2x2+2x+5dx=12ln∫

((2x−1))dx (12e2x−12sin)∫

(2x−1)+C(2x−1))dx=12e2x+14cose2x−12sin)∫

((3x+2))dx (13(2x+3)+cossin)∫

(3x+2)+C(2x+3)+13sin(3x+2))dx=−12cos(2x+3)+cossin)∫

(18x3/2−4x)dx (14)∫

|x|+C18x32−4x)dx=120x52−4ln)∫

(1x−1dx (15∫

1x−1dx=∫(x−1)−12dx=2(x−1)12+C=2x−1+C∫

أجد قيمة كل من التكاملات الآتية:

(011+7xdx (16∫

011+7xdx=∫01(1+7x)12dx=221(1+7x)32|01=221(1+7(1))32−22∫1(1+7(0))32=221512−221

(01ex(4−ex)dx (17∫

01ex(4−ex)dx=∫01(4ex−e2x)dx=(4ex−12e2x)|01=4e−12e2−72∫

(1+1x)dx (18)13∫

3|x|)|13=2+ln1+1x)dx=(x+ln)13∫

(19) إذا كان ميل المماس لمحنى العلاقة هوbbb :y، فأجد قاعدة العلاقة dydx=6e2x+2e−x، علماً بأن منحناها يمر بالنقطة (0,2).

y=f(x)=∫(6e2x+2e−x)dx=3e2x−2e−x+Cy=f(x)=3e2x−2e−x+Cf(0)=2⇒3−2+C=2⇒C=1⇒y=3e2x−2e−x+1

في كل مما يأتي المشتقة الأولى للاقتران f(x)، ونقطة يمر بها منحنى y=f(x). أستعمل المعلومات المعطاة لإيجاد قاعدة الاقتران f(x):

(f′(x)=e−x;(0,3) (20

f(x)=∫e−xdx=−e−x+Cf(0)=3⇒−1+C=3⇒C=4⇒f(x)=−e−x+4

(f′(x)=3x−4;(1,0) (21

|x|−4|x|−4x+Cf(1)=0⇒−4+C=0⇒C=4⇒f(x)=3lnf(x)=∫(3x−4)dx=3lnx+4

(f′(x)=4ex−2;(0,1) (22

f(x)=∫(4ex−2)dx=4ex−2x+Cf(0)=1⇒4+C=1⇒C=−3⇒f(x)=4ex−2x−3

(23) تلوث: يعالج التلوث في بحيرة باستعمال مضاد للبكتيريا. إذا كان عـدد الخلايا البكتيرية الضارة لكل مليلتر من الماء في البحيرة يتغير بمعدل: N′(t)=−2000t1+t2، حيث N(t) عدد الخلايا البكتيرية لكل مليلتر من الماء بعد t يوماً من استعمال المضاد، فأجد N(t)، علماً بأن العدد الابتدائي للخلايا هو 5000 خلية لكل مليلتر.

|1+t2|+CN(0)=5N(t)=∫−2000t1+t2dt=∫−1000(2t)1+t2dt=−1000ln|1+t2|+500|1+0|+C=5000⇒C=5000⇒N(t)=−1000ln000⟹−1000ln0

(24) أحدد أوجه الاختلاف بين التكاملين الآتيين من دون إيجاد التكامل:

$$\int (3 \sin 3x + 1)\, dx$$

$$\int \left(3 \sin (3x + 1)\right) dx$$

التكامل الأيسر هو مجموع تكاملين لاقترانين، أحدهما مثلثي هو 3xf(x)=3sin والآخر ثابت هو g(x)=1.

بينما التكامل الأيمن هو اتقتران مثلثي واحد فقط هو ((3x+1h(x)=3sin