أتدرب وأحل المسائل

تكامل اقترانات خاصة

أجد كلاً من التكاملات الآتية:

(12ex+3x)dx (1)∫

12ex+3x)dx=12ex+32x2+C)∫

(x2+2x+1x2)dx (2)∫

|x|x2+2x+1x2dx=∫(x2x2+2xx2+1x2)dx=∫(1+2x+x−2)dx=x+2ln∫
−x−1+C

(ex+1)2dx (3)∫

ex+1)2dx=∫(e2x+2ex+1)dx=12e2x+2ex+x+C)∫

(1x(x+2)dx (4∫

|x|+C4x3+5x)dx=∫(4x−3+5x)dx=−2x−2+5ln)∫

(4x3+5x)dx (5)∫

|x|+C4x3+5x)dx=∫(4x−3+5x)dx=−2x−2+5ln)∫

(x+3e6x−7x)dx (6)∫

|x|+Cx+3e6x−7x)dx=∫(x12+3e6x−7x)dx=23x32+12e6x−7ln)∫

(3x+1−5e−2x)dx (7)∫

|x+1|+52e−2x+C3x+1−5e−2x)dx=3ln)∫

(12x−3dx (8∫

12x−3dx=∫(2x−3)−12dx=(2x−3)12+C∫

((2x−3)+e6x−4)dx (9sin)∫

(2x−3)+16e6x−4+C(2x−3)+e6x−4)dx=−12cossin)∫

((6x+1)dx (104cos∫

(6x+1)+C(6x+1)dx=23sin4cos∫

(x4dx (11x+3cossin∫

x)dx=−14cosx+34cosx4)dx=∫(14sinx4+3cosx4dx=∫(sinx+3cossin∫
x+Cx+34sin

(e6x+(1−2x)6)dx (12)∫

e6x−4+(1−2x)6)dx=16e6x−4−114(1−2x)7+C)∫

(xx2+1dx (13∫

|x2+1|+Cxx2+1dx=∫12(2x)x2+1dx=12∫2xx2+1dx=12ln∫

(x2x3−3dx (14∫

|x3−3|+Cx2x3−3dx=∫13(3x2)x3−3dx=13∫3x2x3−3dx=13ln∫

(x2−x2x3−3x2+12dx (15∫

x2−x2x3−3x2+12dx=∫16(6x2−6x)2x3−3x2+12dx=16∫6x2−6x2x∫
|2x3−3x2+12|+C3−3x2+12dx=16ln

(ex+7exdx (16∫

ex+7exdx=∫(exex+7ex)dx=∫(1+7e−x)dx=x−7e−x+C∫

(15−14xdx (17∫

|5−14x|+C15−14xdx=∫−4(−14)5−14xdx=−4ln∫

((5−3x))dx (184x3+2+3sin)∫

(5−3x)+C(5−3x))dx=x4+2x+cos4x3+2+3sin)∫

(e2xe2x+3dx (19∫

|e2x+3|+Ce2xe2x+3dx=∫12(2e2x)e2x+3dx=12ln∫

(1−4x)2dx (20)3∫

1−4x)2dx=∫3(1−4x)−2dx=34(1−4x)−1+C=34(1−4x)+C)3∫

(xexxdx (21+1∫

|x|+ex+Cxexxdx=∫(1x+xexx)dx=∫(1x+ex)dx=ln+1∫

أجد قيمة كل من التكاملات الآتية:

(2x+3ex−4x)dx (22)12∫

|2|)−((1)2|x|)|12=((2)2+3e2−4ln2x+3ex−4x)dx=(x2+3ex−4ln)12∫
2−3e|1|)=3+3e2−4ln+3e1−4ln

(05xx2+10dx (23∫

|x2+10|05xx2+10dx=∫0512(2x)x2+10dx=12∫052xx2+10dx=12ln∫
1114−12ln|(1)2+10|=12ln|(2)2+10|−12ln|12=12ln

(2x−6)4dx (24)34∫

2x−6)4dx=110(2x−6)5|34=110(2(4)−6)5−110(2(3)−6)5=3210)34∫

(25) يتحرك جسيم في مسار مستقيم، وتعطى سرعته المتجهة بالاقتران:
v(t)=e−2t، حيث t الزمن بالثواني، وv سرعته المتجهة بالمتر لكل ثانية. إذا كان الموقع الابتدائي للجسيم 2 m، فأجد موقع الجسيم بعد 4 ثانية من بدء الحركة.

v(t)=e−2ts(t)=∫e−2tdt=−12e−2t+Cs(t)=−12e−2t+C

بما أن الموقع الابتدائي للجسيم 2 m إذن s(0)=2:

s(0)=−12e0+C2=−12e0+C2=−12+CC=52⇒s(t)=−12e−2t+52

في كل مما يأتي المشتقة الأولى للاقتران f(x)، ونقطة يمر بها منحنى y=f(x) أستعمل المعلومات المعطاة لإيجاد قاعدة الاقتران f(x):

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(f′(x)=5ex;(0,12) **(26**

f(x)=∫5exdx=5ex+C

لإثبات ثابت التكامل، نعوض النقطة (0,12):

f(x)=5ex+C⇒f(0)=5e0+C⇒12=5+C⇒C=−92f(x)=5ex−92

(f′(x)=2x−1x2;(1,−1) **(27**

|x|+1x+C|x|+x−1+C=2lnf(x)=∫(2x−1x2)dx=∫(2x−x−2)dx=2ln

لإثبات ثابت التكامل، نعوض النقطة (1-,1):

|x|+1x−21+1+C⇒−1=1+C⇒C=−2f(x)=2ln|x|+1x+C⇒f(1)=2lnf(x)=2ln

(f′(x)=e−x+x2;(0,4) **(28**

f(x)=∫(e−x+x2)dx=−e−x+13x3+C

لإثبات ثابت التكامل، نعوض النقطة (0,4):

f(x)=−e−x+13x3+C⇒f(0)=−e0+13(0)3+C⇒4=−1+C⇒C=5f(x)=−e−x+13x3+5

(29) إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة y هو: dydx=2x+3x+e، فأجد قاعدة العلاقة y، علماً بأن منحناها يمرّ بالنقطة (e,e2).

|x+e|+Cy=∫(2x+3x+e)dx=x2+3ln

لإثبات ثابت التكامل، نعوض النقطة (e,e2):

2e|x+e|−3ln2ef(x)=x2+3ln2e+C⇒C=−3ln|e+e|+C⇒e2=e2+3ln|x+e|+C⇒f(e)=e2+3lnf(x)=x2+3ln

بيئة: في دراسة تناولت أسماكاً في بحيرة، تبين أن عدد الأسماك P(t) يتغير بمعدل: $P'(t)=-0.51e-0.03t$، حيث t الزمن بالسنوات بعد بدء الدراسة:

(30) أجد قاعدة الاقتران P(t) عند أي زمن t، علماً بأن عدد الأسماك عند بدء الدراسة هو 1000 سمكة.

$P(t)=\int 0.51e-0.03tdt=-0.510.03e-0.03t+C=-17e-0.03t+C$

بما أن عدد الأسماك عند بدء الدراسة هو 1000 سمكة، إذن $P(0)=1000$ ومنه:

$P(0)=-17e-0.03(0)+C1000=-17+CC=1017P(t)=-17e-0.03t+1017$

(31) أجد عدد الأسماك بعد 10 سنوات من بدء الدراسة.

$P(10)=-17e-0.03(10)+1017\approx 1004$

عدد الأسماك بعد 10 سنوات من بدء الدراسة هو 1004 سمكة تقريباً.

طب: يلتئم جرح جلدي بمعدل يمكن نمذجته بالاقتران: $A'(t)=-0.9e-0.1t$، حيث t عدد الأيام بعد الإصابة بالجرح، و A(t) مساحة سطح الجرح بالسنتيمتر المربع:

(32) أجد قاعدة الاقتران A(t)، عند أي زمن t، علماً بأن مساحة سطح الجرح عند الإصابة هي 9 cm2.

$A(t)=\int -0.9e-0.1tdt=0.90.1e-0.1t+C=9e-0.1t+C$

بما أن مساحة سطح الجرح عند الإصابة هي 9 cm2، إذن $A(0)=9$ ومنه:

$A(0)=9e-0.1(0)+C9=9+CC=0A(t)=9e-0.1t$

(33) أجد مساحة سطح الجرح بعد 5 أيام من الإصابة.

$A(5)=9e^{-0.1(5)}\approx 5.5 cm^2$

مساحة سطح الجرح بعد 5 أيام من الإصابة هي $5.5\ cm^2$ تقريباً.