إجابات كتاب التمارين

التكامل بالتعويض

أجد كلاً من التكاملات الآتية:

(1) $\int xx2+4\ dx$

$u=x2+4 \Rightarrow dudx=2x \Rightarrow dx=du2x \int xx2+4dx=\int xudu2x=\int 12u-12du$
$=u12+C=x2+4+C$

(2) $\int (1-\cos\ x2)2\sin\ x2\ dx$

$u=1-\cos x2 \Rightarrow dudx=12\sin x2 \Rightarrow dx=2\sin x2du \int (1-\cos x2)2\sin x2dx$
$=\int u2\sin x22\sin x2du=\int 2u2du=23u3+C=23(1-\cos x2)3+C$

(3) $\int \csc 5\ x\cos 3\ x\ dx$

$\int \csc 5x\cos 3xdx=\int \cos 3\sin 5xxdx=\int \cot 3x\csc 2xdxu=\cot x \Rightarrow dudx=$
$-\csc 2x \Rightarrow dx=du-\csc 2x \int \csc 5x\cos 3xdx=\int \cot 3x\csc 2xdx=\int u3\csc 2$
$du-\csc 2x=\int -u3du=-14u4+C=-14\cot 4x+C$

(4) $\int x\sin\ x2\ dx$

$u=x2 \Rightarrow dx=du2x \int x\sin x2dx=\int 12\sin udu=-12\cos u+C=-12\cos x2$
$+C$

(5) $\int x3(x+2)7\ dx$

$u=x+2 \Rightarrow dx=du,x=u-2 \int x3(x+2)7dx=\int (u-2)3u7du=\int (u10-6u9$
$+12u8-8u7)du=111u11-35u10+43u9-u8+C=111(x+2)11-3$
$5(x+2)10+43(x+2)9-(x+2)8+C$

(6) $\int \ln xx\ dx$

$\int \ln xxdx=\int 12\ln xxdxu=\ln x \Rightarrow dudx=1x \Rightarrow dx=xdu \int \ln xxdx=\int 12\ln xxd$
$x=\int 12udu=14u2+C=14(\ln x)2+C$

(7) ∫exx dx

u=x⇒dudx=12x⇒dx=2xdu∫exxdx=∫eux×2xdu=2∫eudu=2eu+C=2ex+C

(8) ∫sin (ln 4x2)x dx

∫sin(ln4x2)xdx=∫sin(2ln2x)xdxu=2ln2x⇒dudx=2x⇒dx=x2du∫sin(ln4x2)xdx=∫sinux×x2du=12∫sinudu=−12cosu+C=−12cos(2ln2x)+C=−12cos(ln4x2)+C

(9) ∫sec2 x cos3 (tan x) dx

u=tanx⇒dudx=sec2x⇒sec2xdx=du∫sec2xcos3(tanx)dx=∫cos3udu=∫cosucos2udu=∫cosu(1−sin2u)duv=sinu⇒dvdx=cosu⇒cosudx=dv∫cosu(1−sin2u)du=∫(1−v2)dv=v−13v3+C=sinu−13sin3u+C=sin(tanx)−13sin3(tanx)+C

ملحوظة: يمكن إيجاد هذا التكامل بإعادة كتابته على الصورة:

∫sec2 xcos (tan x)(1−sin2 (tan x)) dx

وبتعويض واحد فقط هو $u = \sin(\tan x)$.

أجد قيمة كل من التكاملات الآتية:

(6208x4x+1dx (10∫

(x−1dx (11+2511∫

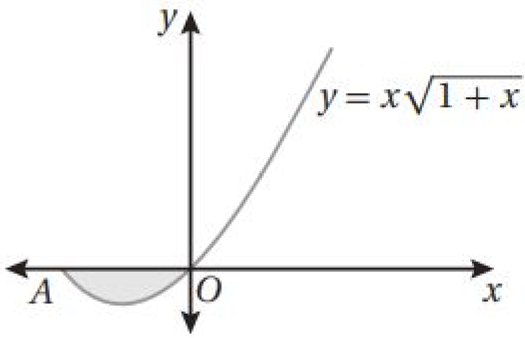
(xdx (122x1+cos0π/2sin∫

(x)3xdx (13+1)14∫

(xdx (14xcos20π/4etan∫

(xdx (15xsin30π/3cos2∫

(16) يـــبين الشكـــل المجـــاور جـــزءاً مـــن منحنى الاقتران: f(x)=xx+1.



أجد مساحة المنطقة المظللة في هذا الشكل.

في كل مما يأتي المشتقة الأولى للاقتران f(x)، ونقطة يمر بها منحنى y=f(x) أستعمل المعلومات المعطاة لإيجاد قاعدة الاقتران f(x):

(x;(π4,0) (17xcos3f′(x)=16sin

(f′(x)=xx2+5;(2,1) (18

(19) يتحرك جسيم في مسار مستقيم، وتعطى سرعته المتجهة بالاقتران:v(t)=−2t(1+t2)3/2، حيث t الزمن بالثواني، وv سرعته المتجهة بالمتر لكل ثانية. إذا كان الموقع الابتدائي للجسيم هو 4 m، فأجد موقع الجسيم بعد t ثانية.