

أتدرب وأحل المسائل

مشتقنا الاقتران الأسني الطبيعي والاقتران اللوغاريتمي الطبيعي



أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي:

(1) $f(x)=2ex+1$

$$f'(x)=2ex$$

(2) $f(x)=e^{3x}+9$

$$f'(x)=3e^{3x}+9$$

(3) $f(x)=(x^2+3x-9)ex$

$$f'(x)=(x^2+3x-9)(ex)+(ex)(2x+3)=ex(x^2+5x-6)$$

(4) $f(x)=exx^4$

$$f'(x)=x^4ex-ex(4x^3)x^8=xex-4exx^5$$

(5) $f(x)=6ex$

$$f'(x)=6\times 12xex=3xex$$

(6) $f(x)=ex^1+ex$

$$f'(x)=(1+ex)(ex)-ex(ex)(1+ex)2=ex(1+ex)2$$

(7) $f(x)=(ex+2)(ex-1)$

$$f'(x)=(ex+2)(ex)+(ex-1)(ex)=2e^2x+ex$$

(8) $f(x)=e^{-2x}(2x-1)^5$

$$f'(x)=(e^{-2x})\times 5(2x-1)^4\times 2+(2x-1)^5(-2e^{-2x})=2e^{-2x}(2x-1)^4(6-2x)$$

$$(9) f(x) = x^3 - 5e^{2x}$$

$$f'(x) = 3x^2 - 5 \times 2e^{2x} = 3x^2 - 10e^{2x}$$

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي:

$$(10) f(x) = 3\ln x$$

$$f'(x) = 3x^{-1}$$

$$(11) f(x) = x^3 \ln x$$

$$f'(x) = (x^3)(1/x) + (\ln x)(3x^2) = x^2 + 3x^2 \ln x$$

$$(12) f(x) = \ln x x^2$$

$$f'(x) = x^2(1/x) - (\ln x)(2x)x^4 = x - 2x \ln x x^4 = 1 - 2 \ln x x^3$$

$$(13) f(x) = x^2 \ln(4x)$$

$$f'(x) = (x^2)(4/x) + (\ln(4x))(2x) = x + 2x \ln(4x)$$

$$(14) f(x) = \ln(x+1)$$

$$f'(x) = (1/(x+1)) - (x+1)(1)x^2 x + 1 = -1x^2 x + 1 = -1x^2 \times x + 1 = -1x(x+1)$$

$$(15) f(x) = \ln x^2 - 1$$

$$f'(x) = 2x^2 x^2 - 1x^2 - 1 = 2x^2 x^2 - 1 \times 1x^2 - 1 = xx^2 - 1$$

$$(16) f'(x) = (\ln x)^4$$

$$f'(x) = 4(\ln x)3 \times 1x = 4(\ln x)3x$$

$$(17) f(x) = \ln(x^2 - 5)$$

$$f'(x) = 2x x^2 - 5$$

$$(18) f(x) = x^4 \ln x - 12ex$$

$$f(x) = (x^4)(1x) + (\ln x)(4x^3) - 12ex = x^3 + 4x^3 \ln x - 12ex$$

$$(19) f(x) = e^{2x} \ln x$$

$$f(x) = (e^{2x})(1x) + (\ln x)(2e^{2x}) = e^{2x}(1 + x \ln x)x$$

$$(20) f(x) = (\ln 3x)(\ln 7x)$$

$$f(x) = (\ln 3x)(77x) + (\ln 7x)(33x) = \ln 3x + \ln 7xx$$

$$(21) f(x) = \ln(ex - 2)$$

$$f(x) = exex - 2$$

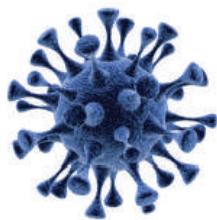
أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي عند قيمة المعطاة:

$$(22) f(x) = e^{2x} - 1 \ln(2x - 1), x = 1$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (e^{2x} - 1)(22x - 1) + (\ln(2x - 1))(2e^{2x} - 1) \\ f'(1) &= (e^{2-1})(22-1) + (\ln(2-1))(2e^{2-1}) = 2e + 0 = 2e \end{aligned}$$

$$(23) f(x) = \ln x^2, x = 4$$

$$f(x) = x(2x^2) - (\ln x^2)(1)x^2 = 2 - \ln x^2 x^2 f(4) = 2 - \ln 1616$$



(24) **فيروسات:** يمكن نمذجة انتشار الإنفلونزا في إحدى المدارس باستعمال الاقتران: $P(t) = 1001 + e^{3-t}$ ، حيث $P(t)$ عدد السنوات بعد t يوماً من ملاحظة الإنفلونزا لأول مرة في المدرسة. أجد سرعة انتشار الإنفلونزا في المدرسة بعد 3 أيام.

$$P'(t) = -100 \times -e^{3-t}(1+e^{3-t})^2 = 100e^{3-t}(1+e^{3-t})^2 P'(3) = 100e^{3-3}(1+e^{3-3})^2 = 1004 = 25$$



(25) **ذاكرة:** يُستعمل الاقتران: $m(t) = t \ln t + 1$ لقياس قدرة الأطفال على التذكر، حيث m مقاييس من 1 إلى 7 ، و t عمر الطفل بالسنوات. أجد معدل تغير قدرة الأطفال على التذكر بالنسبة إلى عمر الطفل t .

$$m'(t) = (t)(1) + (\ln t)(1) = 1 + \ln t$$

أستعمل قاعدة السلسلة في إيجاد dy/dx لكل مما يأتي:

$$(26) y = e^{2u+3}, u = x^2 + 1$$

$$\begin{aligned} dy/du &= 2e^{2u} \cdot 2u \\ dy/du &= 2x \cdot dy/dx \\ dy/dx &= 2e^{2u} \times 2x = 4xe^{2u} = 4xe^2 \\ &\quad (x^2 + 1) \end{aligned}$$

$$(27) y = \ln(u+1), u = ex$$

$$\begin{aligned} dy/du &= 1/(u+1) \\ dy/du &= 1/u \cdot du/dx \\ dy/du &= ex \cdot dy/dx \\ dy/dx &= 1/u + 1 \times ex = ex/e + 1 \end{aligned}$$