

أدرب وأحل المسائل

المعادلات الأسية



أستعمل الآلة الحاسبة لإيجاد كلِّ ممَّا يأتي، مقرباً إلى أقرب جزء من عشرة:

(1) $\log 19$

$$\log 19 \approx 1.3$$

(2) $\log (2.5 \times 10^{-3})$

$$\log (2.5 \times 10^{-3}) \approx -2.6$$

(3) $\ln 3.1$

$$\ln 3.1 \approx 1.1$$

(4) $\log_2 10$

$$\log_2 10 = \frac{\log 10}{\log 2} \approx 3.3$$

(5) $\log_3 e^2$

$$\log_3 e^2 = \frac{\ln e^2}{\ln 3} = \frac{2 \ln e}{\ln 3} = \frac{2}{\ln 3} \approx 1.8$$

(6) $\ln 5$

$$\ln 5 \approx 1.6$$

أجد قيمة كلِّ ممَّا يأتي، مقرباً إلى أقرب جزء من مئة (إن لزم):

(7) $\log_3 33$

$$\log_3 33 = \frac{\log 33}{\log 3} \approx 3.18$$

(8) $\log_{13} 17$

$$\log_{13} 17 = \log 17 \log 13 = \log 17 \log 1 - \log 3 \approx -2.58$$

(9) $\log_6 5$

$$\log_6 5 = \log 5 \log 6 \approx 0.90$$

(10) $\log_7 17$

$$\log_7 17 = \log_7 1 - \log_7 7 = 0 - 1 = -1$$

(11) $\log 1000$

$$\log 1000 = 3$$

(12) $\log_3 15$

$$\log_3 15 = \log 15 \log 3 \approx 2.46$$

أحل المعادلات الأسية الآتية، مُقَرَّباً إيجابتي إلى أقرب 4 منازل عشرية:

(13) $6^x = 121$

$$\log 6^x = \log 121 \rightarrow x \log 6 = \log 121$$

$$\rightarrow x = \log 121 \log 6 \approx 2.6766$$

(14) $-3e^{4x} = -27$

$$e^{4x} = 9$$

$$4^x = \ln 9$$

$$x = 14 \ln 9 \approx 0.5493$$

(15) $5^{7x-2} = 3^{2x}$

$$\log 5^{7x-2} = \log 3^{2x}$$

$$(7x - 2) \log 5 = (2x) \log 3$$

$$7x \log 5 - 2 \log 5 = 2x \log 3$$

$$7x \log 5 - 2x \log 3 = 2 \log 5$$

$$x (7 \log 5 - 2 \log 3) = 2 \log 5$$

$$x = \frac{2 \log 5}{7 \log 5 - 2 \log 3} \approx 0.3549$$

$$(16) 25^x + 5^x - 42 = 0$$

$$(5^x)^2 + 5^x - 42 = 0$$

$$u^2 + u - 42 = 0$$

$$(u + 7)(u - 6) = 0$$

$$u = -7 \text{ or } u = 6$$

$$5^x = -7 \text{ or } 5^x = 6$$

$5^x = -7$ المعادلة 5 ليس لها حل؛ لأن $5^x > 0$ لكل قيم المتغير x

$$5^x = 6 \rightarrow x \log 5 = \log 6 \rightarrow x = \frac{\log 6}{\log 5} \approx 1.1133$$

$$(17) 2(9)^x = 32$$

$$2(9)^x = 32 \rightarrow 9^x = 16 \rightarrow x \log 9 = \log 16$$

$$x = \frac{\log 16}{\log 9} \approx 1.2619$$

$$(18) 27^{2x+3} = 2^{x-5}$$

$$\log 27^{2x+3} = \log 2^{x-5}$$

$$(2x + 3) \log 27 = (x - 5) \log 2$$

$$2x \log 27 + 3 \log 27 = x \log 2 - 5 \log 2$$

$$2x \log 27 - x \log 2 = -3 \log 27 - 5 \log 2$$

$$x (2 \log 27 - \log 2) = -3 \log 27 - 5 \log 2$$

$$x = -3 \log 27 - 5 \log 2 \quad 2 \log 27 - \log 2 \approx -2.2638$$

P أُودعت سميرة مبلغ في حساب بنكي، بنسبة ربح مُركب مستمر مقدارها 5%:
(19) بعد كم سنة تصبح جملة المبلغ مثلي المبلغ الأصلي؟

$$2P = Pe^{0.05t}$$

$$2 = e^{0.05t}$$

$$0.05t = \ln 2$$

$$t = 10.05 \ln 2 = 20 \ln 2 \approx 14$$

بعد 14 سنة تقريباً تصبح جملة المبلغ مثلي المبلغ الأصلي.

(20) بعد كم سنة تصبح جملة المبلغ 3 أمثال المبلغ الأصلي؟

$$3P = Pe^{0.05t}$$

$$3 = e^{0.05t}$$

$$0.05t = \ln 3$$

$$t = 20 \ln 3 \approx 22$$

بعد 22 سنة تقريباً تصبح جملة المبلغ 3 أمثال المبلغ الأصلي.



(21) كوالا: تناقصت أعداد حيوان الكوالا في إحدى الغابات وفق الاقتران: $N = 873e^{-0.078t}$ ، حيث N العدد المتبقي من هذا الحيوان في الغابة بعد t سنة. بعد كم سنة يصبح في الغابة 97 حيواناً من الكوالا؟

$$97 = 873e^{-0.078t}$$

$$97873 = e^{-0.078t}$$

$$19 = e^{-0.078t}$$

$$-0.078t = \ln 19$$

$$-0.078t = \ln 1 - \ln 9$$

$$-0.078t = 0 - \ln 9$$

$$-0.078t = -\ln 9$$

$$t = \ln 90.078 \approx 28$$

بعد 28 سنة تقريباً يصبح في الغابة 3 حيواناً من الكوالا.