إجابات كتاب التمارين

مشتقتا الضرب والقسمة والمشتقات العليا

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

(1) $f(x) = \sin x\, x$

$f'(x) = x \cos x - \sin x\, x2$

(2) $f(x) = -\cos x - \sin x$

$f'(x) = \csc x \cot x - \cos x$

(3) $f(x) = x + cx + cx$

$f(x) = x2 + cxx2 + c\ ,\ x \neq 0$

$f'(x) = (2x + c)(x2 + c) - 2x(x2 + cx)(x2 + c)2 = 2cx - cx2 + c2(x2 + c)2\ ,\ x \neq 0$

(4) $f(x) = x \cos x$

$f'(x) = -x \csc^2 x + \cot x$

(5) $f(x) = 4x - x^2 \tan x$

$f'(x) = 4 - x^2 \sec^2 x - 2x \tan x$

(6) $f(x) = \cos x\, x2$

$f'(x) = -x2 \sin x - 2x \cos xx4 = -x \sin x - 2 \cos xx3$

(7) $f(x) = x(1 - 4x + 3)$

$f(x) = x - 4xx + 3$

$f'(x) = 1 - 4(x + 3) - 4x(x + 3)2 = 1 - 12(x + 3)2$

(8) $f(x) = 3(1 - \sin x)\, 2 \cos x$

$f'(x) = -6\cos 2x - (3 - 3\sin x)(-2\sin x)(2\cos x)2 = -6 + 6\sin x4\cos 2x$

(9) $f(x) = (x + 1)e^x$

$f'(x) = (x + 1)e^x + e^x = (x + 2)e^x$

أجد معادلة المماس لكل اقتران ممّا يأتي عند النقطة المعطاة:

(10) $f(x) = x^2\cos x$, $(\pi 2 , 0)$

$f'(x) = -x^2\sin x + 2x\cos x$

ميل المماس:

$f'(\pi 2) = -\pi 24$

معادلة المماس:

$y - 0 = -\pi 24(x - \pi 2) \rightarrow y = -\pi 24x + \pi 38$

(11) $f(x) = 1 + \sin x\cos x$, $(\pi , -1)$

$f'(x) = (\cos x)(\cos x) + \sin x(1 + \sin x)\cos 2x = 1 + \sin x\cos 2x$

ميل المماس:

$f'(\pi) = 11 = 1$

معادلة المماس:

$y + 1 = 1(x - \pi) \rightarrow y = x - \pi - 1$

أجد إحداثيي النقطة (النقاط) التي يكون عندها لمنحنى كل اقتران ممّا يأتي مماس أفقي:

(12) $f(x) = 2x - 1x2$

$f'(x) = 2x2 - 4x2 + 2xx4 = -2x + 2x3 = 0 \rightarrow x = 1$

النقطة المطلوبة هي:

$(1, f(1)) = (1, 1)$

(13) $h(x) = x2\ x2 + 1$

$h'(x) = 2x(x2 + 1) - 2x3\ (x2 + 1)2 = 2x\ (x2 + 1)2 = 0 \rightarrow x = 0$

النقطة المطلوبة هي:

$(0, h(0)) = (0, 0)$

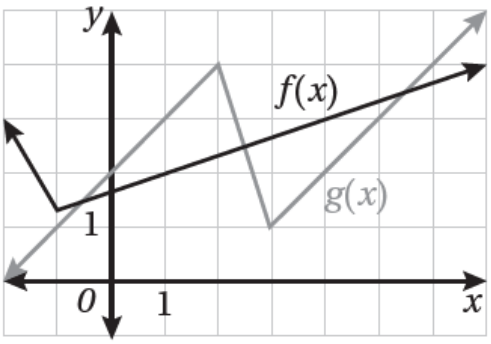
(14) $g(x) = 8(x - 2)\ ex$

$g'(x) = 8ex - 8ex(x - 2)\ e2x = 8ex\ (3 - x)\ e2x = 8(3 - x)\ ex = 0 \rightarrow x = 3$

النقطة المطلوبة هي:

$(3, g(3)) = (3,8e3)$

$f(x)$يبين الشكل المجاور منحنيي الاقترانين: ، و $g(x)$. إذا كان: $u(x) = f(x)g(x)$ ، وكان: $v(x) = f(x)g(x)$ ، فأجد كلاً ممّا يأتي:



(15) $u'(1)$

$u'(1) = f(1)g'(1) + g(1)f'(1) = 2 \times 1 + 3 \times 13 = 3$

(16) $v'(4)$

$v'(4) = g(4)f'(4) - f(4)g'(4)(g(4))2 = 2 \text{ x } 13 - 3 \text{ x } 1(2)2 = - 2712$

(17) إذا كان: $f(x) = x \sec x$ ، فأثبت أنّ $(f'(x) = \sec x (1 + x \tan x$.

$f'(x) = x \sec x \tan x + \sec x = \sec x (1 + x \tan x)$

(18) إذا كان: $f(x) = \ln xx$ ، حيث: $x > 0$ فأجد $f'(x)$ ، و $f''(x)$.

$f'(x) = \text{ x x } 1x - \ln xx2 = 1 - \ln xx2 = 1x2 - \ln xx2$

$f''(x) = - 2x3 - \text{ x2 x } 1x - 2x \ln xx4 = -3 + 2 \ln xx3$

$v(t) = 102t + 15 \text{ , } t \geq 0$ يمثل الاقتران: السرعة المتجهة لسيّارة بدأت الحركة في مسار مستقيم، حيث تقاس v بالقدم لكل ثانية:

(19) أجد تسارع السيّارة عندما $t = 5$.

$a(t) = -20(2t + 15)2$

$a(5) = -20(10 + 15)2 = -0.032 \text{ ft/s}^2$

(20) أجد تسارع السيّارة عندما $t = 20$.

$a(20) = -20(40 + 15)2 \approx -0.007 \text{ ft/s}^2$

(21) يعطى طول مستطيل بالمقدار $6t + 5$ ، ويعطى عرضه بالمقدار t ، حيث t الزمن بالثواني، والأبعاد بالسنتمترات. أجد معدل تغيّر مساحة المستطيل بالنسبة إلى الزمن.

$A = \text{t } (6t + 5) = 6t32 + 5t12$

$dAdt = \text{ } 9t32 + 52 \text{ t-12 } = 9\text{t} + 52t \text{ } \text{cm}^2/\text{s}$