أتحقق من فهمي

مشتقتا الضرب والقسمة والمشتقات العليا

أتحقق من فهمي صفحة 30

مشتقة ضرب اقترانين

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

(a) $f(x) = (x^3 - 2x^2 + 3)(7x^2 - 4x)$

$f'(x) = (x^3 - 2x^2 + 3)(14x - 4) + (7x^2 - 4x)(3x^2 - 4x)$

$f'(x) = 14x^4 - 4x^3 - 28x^3 + 8x^2 + 42x - 12 + 21x^4 - 12x^3 + 16x^2$

$f'(x) = 35x^4 - 72x^3 + 24x^2 + 42x - 12$

(b) $f(x) = \ln x \cos x$

$f'(x) = (\ln x)(-\sin x) + (\cos x)(1x) = - \ln x \sin x + \cos xx$

أتحقق من فهمي صفحة 32

مشتقة قسمة اقترانين

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

(a) $f(x) = x + 12x + 1$

$f'(x) = (2x + 1)(1) - (x + 1)(2)(2x + 1)2 = -1(2x + 1)2$

(b) $f(x) = \sin xex$

$f'(x) = ex(\cos x) - (\sin x)exe2x = \cos x - \sin x\, ex$

أتحقق من فهمي صفحة 34

مشتقة قسمة اقترانين

سكان: يعطى عدد سكان مدينة صغيرة بالاقتران: $P(t) = 500t22t + 9$، حيث t الزمن بالسنوات، و P عدد السكان بالآلاف:

(a) أجد معدل تغير عدد السكان في المدينة بالنسبة إلى الزمن.

$P'(t) = (2t + 9)(1000t) - (500t2)(2)(2t + 9)2 = 9000t + 1000t2(2t + 9)2$

(b) أجد معدل تغير عدد السكان في المدينة عندما $t = 12$ مفسراً معنى الناتج.

$P'(12) = 9000(12) + 1000(12)2(24 + 9)2 \approx 231.405$

إذن في السنة 12 يتزايد عدد سكان هذه المدينة بمعدل 231 ألف نسمة سنوياً تقريباً.

أتحقق من فهمي صفحة 35

مشتقة المقلوب

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

(a) $f(x) = 15x - x2$

$f'(x) = -(5 - 2x)(5x - x2)2 = 2x - 5(5x - x2)2$

(b) $f(x) = 1ex - x$

$f'(x) = -(ex + 12x)(ex + x)2 = -2x\ ex + 12x\ (ex + x)2$

أتحقق من فهمي صفحة 37

مشتقة الاقترانات المثلثية

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

(a) $f(x) = x \cot x$

$f'(x) = (x)(-\csc^2 x) + (\cot x)(1) = -x \csc^2 x + \cot x$

(b) $f(x)$ = tan x1 + sin x

$f'(x)$ = (1 + sin x) (sec2 x) - (tan x) (cos x)(1 + sin x)2

$f'(x)$ = sec2 x + sin x sec2 x - sin x(1 + sin x)2

أتحقق من فهمي صفحة 38

المشتقة العليا

أجد المشتقات الثلاث الأولى للاقتران: sin xx = $f(x)$

$f'(x)$ = (x) (cos x) - (sin x) (1)x2 = x cos x - sin xx2 = cos x x - sin x x2

$f''(x)$ = (x) (-sin x) - (-cos x) (1)x2 - (x2) (cos x) - (sin x) (2x)x4

$f''(x)$ = -x sin x - cos xx2 - x2 cos x - 2x sin xx4

$f''(x)$ = -x2 sin x - 2x cos x + 2 sin xx3

$f'''(x)$ = -x3 cos x - 3x2 sin x + 6 x cos x - 6 sin xx4

$f(x) = x^{-1} \sin x$ ويمكن التوصل إلى الإجابة نفسها بتحويل الاقتران إلى وتطبيق قاعدة مشتقة ضرب اقترانين.