أتحقق من فهمي

مشتقتا الضرب والقسمة والمشتقات العليا

أتحقق من فهمي صفحة 30

مشتقة ضرب اقترانين

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي:

$$(a) f(x) = (x^3 - 2x^2 + 3)(7x^2 - 4x)$$

$$f'(x) = (x^3 - 2x^2 + 3)(14x - 4) + (7x^2 - 4x)(3x^2 - 4x)$$

$$f'(x) = 14x^4 - 4x^3 - 28x^3 + 8x^2 + 42x - 12 + 21x^4 - 12x^3 + 16x^2$$

$$f'(x) = 35x^4 - 72x^3 + 24x^2 + 42x - 12$$

$$(b) f(x) = \ln x \cos x$$

$$f'(x) = (\ln x)(-\sin x) + (\cos x)(1x) = -\ln x \sin x + \cos xx$$

أتحقق من فهمي صفحة 32

مشتقة قسمة اقترانين

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي:

$$(a) f(x) = x + 12x + 1$$

$$f'(x) = (2x + 1)(1) - (x + 1)(2)(2x + 1)^2 = -1(2x + 1)^2$$

$$(b) f(x) = \sin x e^x$$

$$f'(x) = e^x (\cos x) - (\sin x) e^x e^{2x} = \cos x - \sin x e^x$$

أتحقق من فهمي صفحة 34

مشتقة قسمة اقترانين

سكان: يعطى عدد سكان مدينة صغيرة بالاقتران: $P(t) = 500t^2 + 9$, حيث t الزمن بالسنوات، و P عدد السكان بالآلاف:

(a) أجد معدل تغير عدد السكان في المدينة بالنسبة إلى الزمن.

$$P'(t) = (2t + 9) (1000t) - (500t^2) (2) = 9000t + 1000t^2(2t + 9)$$

(b) أجد معدل تغير عدد السكان في المدينة عندما $t = 12$ مفسراً معنى الناتج.

$$P'(12) = 9000(12) + 1000(12)^2(24 + 9) \approx 231.405$$

إذن في السنة 12 يتزايد عدد سكان هذه المدينة بمعدل 231 ألف نسمة سنوياً تقريباً.

أتحقق من فهمي صفحة 35

مشتقة المقلوب

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي:

(a) $f(x) = 15x - x^2$

$$f'(x) = -(5 - 2x)(5x - x^2)^2 = 2x - 5(5x - x^2)^2$$

(b) $f(x) = 1e^x - x$

$$f'(x) = -(e^x + 12x)(e^x + x)^2 = -2x e^x + 12x (e^x + x)^2$$

أتحقق من فهمي صفحة 37

مشتقة الاقترانات المثلثية

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي:

(a) $f(x) = x \cot x$

$$f'(x) = (x) (-\csc^2 x) + (\cot x) (1) = -x \csc^2 x + \cot x$$

$$(b) f(x) = \tan x + \sin x$$

$$f'(x) = (1 + \sin x) \sec^2 x - (\tan x) (\cos x)(1 + \sin x)^2$$

$$f'(x) = \sec^2 x + \sin x \sec^2 x - \sin x(1 + \sin x)^2$$

أتحقق من فهمي صفحة 38

المشتقة العليا

$f(x) = \sin x$ أجد المشتقات الثلاث الأولى للاقتران: $\sin x$

$$f'(x) = (x) (\cos x) - (\sin x) (1)x^2 = x \cos x - \sin x x^2 = \cos x x - \sin x x^2$$

$$f''(x) = (x) (-\sin x) - (-\cos x) (1)x^2 - (x^2) (\cos x) - (\sin x) (2x)x^4$$

$$f''(x) = -x \sin x - \cos x x^2 - x^2 \cos x - 2x \sin x x^4$$

$$f''(x) = -x^2 \sin x - 2x \cos x + 2 \sin x x^3$$

$$f'''(x) = -x^3 \cos x - 3x^2 \sin x + 6 x \cos x - 6 \sin x x^4$$

$f(x) = x^{-1} \sin x$ ويمكن التوصل إلى الإجابة نفسها بتحويل الاقتران إلى وتطبيق قاعدة مشتقة ضرب اقترانين.