إجابات تمارين ومسائل الدرس

القطع المكافىء - إجابات دليل المعلم

١) جد معادلة القطع الناقص في كل مما يأتي، ثم ارسم منحناه بشكل تقريبي:

أ) رأساه النقطتان (٤ ، ١)، (−٢ ، ١) وطول محوره الأصغر ٤ وحدات.

ب) بؤرتاه النقطتان (٠ ، ∓ ٢) ، ورأساه النقطتان (٠ ، ∓ ٥).

جـ) مركزه نقطة الأصل، وبؤرتاه تقعان على محور السينات، وبعده البؤري ٦ وحدات، والفرق بين طولَيْ محورَيْه يساوي ٢ وحدة.

د) مركزه نقطة الأصل، ومحوره الأكبر يوازي محور السينات، ويمر منحناه بالنقطة (١ ، ٣)، واختلافه المركزي ٠,٥

هـ) يمر بالنقطة (−٨ ، ٣)، ويقع مركزه على المستقيم س=٢، وبؤرتاه تقعان على المستقيم الذي معادلته ص= ٣ واختلافه المركزي ٠,٦.

و) رأساه النقطتان (٢ ، ٠)، (−٨ ، ٠)، وطول محوره الأصغر يساوي أربعة أمثال المسافة بين أحد رأسيه والبؤرة القريبة من ذلك الرأس.

ز) نهايتا محوره الأصغر النقطتان (∓ ٣ ، ٠) ويمر بالنقطة (٢ ، ٣).

الحل

أ) $\frac{(س-١)^{٢}}{٩} + \frac{(ص-١)^{٢}}{٤} = ١$

ب) $\frac{ص^{٢}}{٢٥} + \frac{س^{٢}}{٢١} = ١$

جـ) $\frac{س^{٢}}{٢٥} + \frac{ص^{٢}}{١٦} = ١$

د) $\frac{(س)^{٢}}{١٣} + \frac{٤ص^{٢}}{٣٩} = ١$

هـ) $\frac{(س-٢)^{٢}}{١٠٠} + \frac{(ص-٣)^{٢}}{٦٤} = ١$

و) $\frac{(س+٣)^{٢}}{٢٥} + \frac{ص^{٢}}{١٦} = ١$

ز) $\frac{٥ص^{٢}}{٨١} + \frac{س^{٢}}{٩} = ١$

٢) جد عناصر القطع الناقص المعطاة معادلته في كلٍّ مما يأتي:

أ) $\frac{س^٢}{١٤٤} + \frac{ص^٢}{٢٥} = ١$

ب) $\frac{(س-٤)^٢}{٢٥} + \frac{(ص+١)^٢}{٨١} = ١$

جـ) $س^٢ + ٤ص^٢ = ١٠٠$

د) $س^٢ + ٢ص^٢ + ٤ص = ٦س - ٧$

هـ) $(٢ص+٤)^٢ + (٣-س)^٢ = ٦٤$

و) $٤س^٢ + ٣ص^٢ = \frac{٤}{٣}$

فرع	المركز	البؤرتان	الرأسان	المحور الأكبر	المحور الأصغر
أ	(٠، ٠)	$(٠، \sqrt{١١٩})$ $(٠، -\sqrt{١١٩})$	(٠، ١٢) (٠، -١٢)	منطبق على محور السينات ومعادلته ص = ٠، وطوله ٢٤	منطبق على محور الصادات ومعادلته س = ٠، وطوله ١٠
ب	(-١، ٤)	$(-١+\sqrt{٥٦}، ٤)$ $(-١-\sqrt{٥٦}، ٤)$	(٤، ٨) (٤، -١٠)	يُوازي محور الصادات ومعادلته س = ٤، وطوله ١٨	يُوازي محور السينات ومعادلته ص = -١، وطوله ١٠
جـ	(٠، ٠)	$(٠، \sqrt{٧٥})$ $(٠، -\sqrt{٧٥})$	(٠، ١٠) (٠، -١٠)	منطبق على محور السينات ومعادلته ص = ٠، وطوله ٢٠	منطبق على محور الصادات ومعادلته س = ٠، وطوله ١٠
د	(-١، ٣)	$(-١، \sqrt{٢}+٣)$ $(-١، -\sqrt{٢}-٣)$	(-١، ٥) (-١، ١)	يُوازي محور السينات ومعادلته ص = -١، وطوله ٤	يُوازي محور الصادات ومعادلته س = ٣، وطوله $٢\sqrt{٢}$
هـ	(-٢، ٣)	$(-٢، \sqrt{٤٨}+٣)$ $(-٢، -\sqrt{٤٨}-٣)$	(-٢، ١١) (-٢، -٥)	يُوازي محور السينات ومعادلته ص = -٢، وطوله ١٦	يُوازي محور الصادات ومعادلته س = ٣، وطوله ٨
و	(٠، ٠)	$(٠، \frac{١}{٣})$ $(٠، -\frac{١}{٣})$	$(٠، \frac{٢}{٣})$ $(٠، -\frac{٢}{٣})$	منطبق على محور الصادات ومعادلته س = ٠، وطوله $\frac{٤}{٣}$	منطبق على محور السينات ومعادلته ص = ٠، وطوله $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$

٣) جد معادلة القطع الناقص الذي إحدى بؤرتيه مركز الدائرة التي معادلتها
$(٢س - ٦)^{٢} + (٢ص - ٤)^{٢} = ٣٦$ ، وطول محوره الأصغر يساوي طول قطر هذه الدائرة، ومعادلة محوره الأصغر هي س = −١ .

$$\frac{(س - ١)^{٢}}{٢٩} + \frac{(ص - ١)^{٢}}{٢٥} = ١$$

٤) جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه النقطة (١ ، ١)، وإحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ $(ص - ١)^{٢} - ١٢س = ٠$ ، وطول محوره الأصغر يساوي (١٠)وحدات.

$$\frac{س^{٢}}{٦٤} + \frac{ص^{٢}}{٤٨} = ١$$

٥) قطع ناقص بؤرتاه النقطتان $ب_{١}$(٤ ، ٠) ، $ب_{٢}$(−٤ ، ٠) والنقطة ن(س ، ص) تقع على منحنى القطع حيث إنَّ محيط المثلث ن $ب_{١}$ $ب_{٢}$ يساوي ٢٤سم، جد معادلته.

$$\frac{(س + ١)^{٢}}{٢٥} + \frac{(ص - ٢)^{٢}}{٩} = ١$$

٦) تتحرك النقطة و(س ، ص) حيث يتحدد موقعها بالمعادلتين س = ٥ + ٣جاهـ ،
ص = ٢ + ٢جتاهـ ، حيث هـ زاوية متغيرة، بيِّن أنَّ النقطة (و) تتحرك على منحنى قطع ناقص، ثم جد بعده البؤري.

$$\frac{(س - ٥)^{٢}}{٩} + \frac{(ص - ٢)^{٢}}{٤} = ١$$

٧) قطع ناقص مساحته(٤٠ π) وحدة مربعة، ورأساه النقطتان (∓ ٨ ، ٠) ، جد معادلته.

$$\frac{س^{٢}}{٦٤} + \frac{ص^{٢}}{٢٥} = ١$$

٨) جد طول نصف قطر الدائرة التي مساحتها تساوي مساحة القطع الناقص الذي معادلته

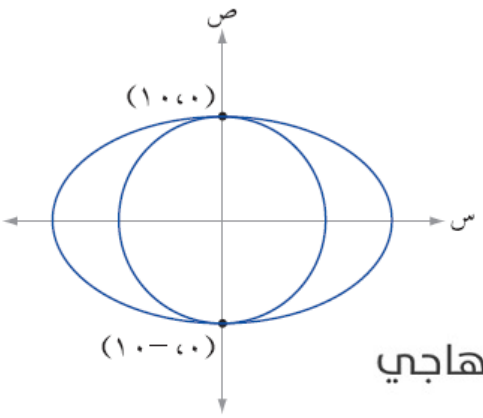
$$\frac{س^{٢}}{٨١} + \frac{ص^{٢}}{١٦} = ١$$

نق = ٦

٩) يمثل الشكل (٥–٣٥) دائرة وقطع ناقص مشتركين في المركز (٠ ، ٠)، إذا كانت مساحة القطع الناقص تساوي مثلَيْ مساحة الدائرة المرسومة داخله، فجد كلًّا مما يأتي:

أ) الاختلاف المركزي للقطع الناقص.

ب) معادلة القطع الناقص.



الشكل (٥–٣٥)

أ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ب) $\frac{س^٢}{٤٠٠} + \frac{ص^٢}{١٠٠} = ١$

١٠) لمعادلة القطع الناقص $\frac{(س - ل)^٢}{أ^٢} + \frac{(ص - ك)^٢}{ب^٢} = ١$

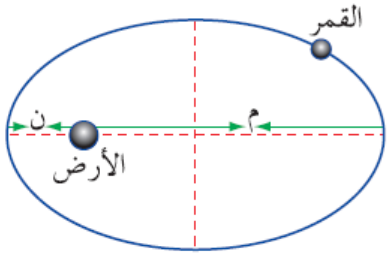
أثبت أنَّ $ب^٢ = أ^٢ (١ - هـ^٢)$ حيث هـ: الاختلاف المركزي للقطع الناقص.

$جـ^٢ = أ^٢ - ب^٢$

$ب^٢ = أ^٢ - جـ^٢$

$= أ^٢ (١ - هـ^٢)$

١١) يدور القمر حول الأرض في مدار على شكل قطع ناقص ، حيث تقع الأرض في إحدى بؤرتي المدار، فإذا كانت أطول مسافة بين الأرض والقمر تساوي (م) كم، وأقصر مسافة بينهما تساوي (ن) كم، كما في الشكل (٥–٣٦)، فأثبت أنَّ الاختلاف المركزي لهذا القطع الناقص يساوي $\frac{م - ن}{م + ن}$



الشكل (٥–٣٦)

٢أ = م + ن، ٢جـ = م − ن

$هـ = \frac{جـ}{أ} = \frac{م - ن}{م + ن}$