إجابات تمارين ومسائل الدرس

نهايات اقترانات مثلثية – إجابات دليل المعلم

جد النهاية المطلوبة في كلٍّ من التمارين من (١) إلى (٢١) :

١) $\lim_{\text{س} \to ٠} \frac{\text{حا ٨س}}{\text{٦ س}}$

٢) $\lim_{\text{س} \to ٠} \frac{\text{س + ظا٢س − جا س}}{\text{س}}$

٣) $\lim_{\text{س} \to ٠} (\text{قاس + ظا ٥س})$

٤) $\lim_{\text{س} \to ٠} \left(\text{٧ س}^{٣}\ \text{ظتا}^{٢}\ (\text{٢س})\ \text{قتا}\ (\text{٥س})\right)$

٥) $\lim_{\text{س} \to ٠} \frac{\text{١+ جتا ٤س − ٢ جتا}^{٢}\text{س}}{\text{س}^{٢}}$

٦) $\lim_{\text{س} \to ٠} \frac{\text{١ − جتاس}}{\text{س جا س}}$

٧) $\lim_{\text{س} \to ٠} \frac{\text{جتاس}}{\text{٢س} - \pi}$

٨) $\lim_{\text{س} \to ٠} \frac{\text{ظا س − جا س}}{\text{س}}$

٩) $\lim_{\text{س} \to \frac{\pi}{٢}} \frac{\text{١ − جا س}}{(\pi - \text{٢س})^{٢}}$

١٠) $\lim_{\text{س} \to ٠} \frac{\text{قا(٢س) − ١}}{\text{س}^{٢}}$

١١) $\lim_{\text{س} \to ٠} \frac{\text{٢س}^{٢} + \text{س ظا٢س}}{\text{جا}^{٢}\text{س}}$

١٢) $\lim_{\text{س} \to \frac{\pi}{٤}} \frac{\text{حتا}^{٢}\text{س} - \text{جا}^{٢}\text{س}}{\text{س} - \frac{\pi}{٤}}$

١٣) $\lim_{\text{س} \to ٠} \frac{\text{١− جتا ٦س}}{\text{جتا ٨س − ١}}$

١٤) $\lim_{\text{س} \to ٠} \text{٣س(ظتا ٢س + قتا ٣س)}$

١٥) $\lim_{\text{س} \to \frac{\pi}{٢}} \frac{\text{ظتا س}}{\pi - \text{٢س}}$

١٦) $\lim_{\text{س} \to ١} \frac{\text{س جا}\frac{\pi}{\text{س}}}{\text{س − ١}}$

١٧) $\lim_{\text{س} \to -٤} \frac{\text{جا (س + ٤)}}{\text{س}^{٢} - ١٦}$

١٨) $\lim_{\text{س} \to ٠} \frac{\text{٢س − جا س}}{\sqrt{\text{١− جتا ٢س}}}$

١٩) $\lim_{س \to ٣\pi} \dfrac{جا س}{\frac{س}{٣} - \pi}$ ٢٠) $\lim_{س \to ٢} \dfrac{س - ٢}{ظا \pi س}$

٢١) $\lim_{س \to -أ} \dfrac{جا س + جا أ}{س + أ}$ (إرشاد: جاس + جا ص = ٢ جا$\left(\dfrac{س + ص}{٢}\right)$ جتا$\left(\dfrac{س - ص}{٢}\right)$)

٢٢) إذا كانت $\lim_{س \to ٠} \dfrac{جا أ س}{٢ س} = \lim_{س \to ٠} \dfrac{ظا ٣ س}{ب س - س} = ٦$ فجد قيمة كل من الثابتين أ ، ب .

٢٣) إذا كان ق(س) = $\dfrac{جا (٢\pi - ٢ س)}{-٥ س}$ ، فجد $\lim_{س \to ٠}$ ق(س)

الحل

١) $\frac{٤}{٣}$ استخدام مباشر للنظرية.

٢) ٢ توزيع س في المقام ثم توزيع النهاية.

٣) ١ توزيع النهاية.

٤) $\frac{٧}{٢٠}$ تحويل ظتا^{٢} ٢س في البسط إلى ظـا^{٢} ٢س في المقام وقتا٥س في البسط إلى جا٥س في المقام، ثم توزيع النهاية واستخدام النظرية.

٥) -٦ تعويض قيمة ٢ جتا^{٢} س بـ (جتا ٢س + ١)، استخدام المتطابقة.

$$جتاأ - جتاب = -٢ جا \dfrac{أ + ب}{٢} جا \dfrac{أ - ب}{٢}$$

٦) $\frac{١}{٢}$ الضرب في مرافق البسط.

٧) $\frac{-١}{\pi}$ تعويض مباشر.

٨) صفر توزيع س في المقام ثم توزيع النهاية واستخدام النظرية.

٩) $\frac{١}{٨}$ الضرب في مرافق البسط، استخدام المتطابقتين ١ - جا^{٢}س = جتا^{٢} س ،جا $\left(\frac{\pi}{٢} - س\right)$= جتا س

١٠) ٢ الضرب في مرافق البسط ، استخدام المتطابقة ١ + ظا^{٢}س = قا^{٢} س

١١) ٤ قسمة جميع الحدود على س^{٢} ، ثم توزيع النهاية.

١٢) −٢ استخدام المتطابقتين جتا^{٢}س − حا^{٢} س = جتا٢س ، جتا ($\frac{\pi}{٢}$ − س)= جا س

١٣) $\frac{-٩}{١٦}$ الضرب في مرافق البسط ومرافق المقام، ثم توزيع النهاية.

١٤) $\frac{٥}{٢}$ توزيع النهاية.

١٥) $\frac{١}{٢}$ استخدام المتطابقة ظتاس = ظا ($\frac{\pi}{٢}$ − س)

١٦) π قسمة البسط والمقام على س ، ثم استخدام المتطابقة جاس = جا(π − س)

١٧) $\frac{-١}{٨}$ تحليل المقام ثم توزيع النهاية.

١٨) غير موجودة، استخدام المتطابقة جتا٢س = ١−٢ جا^{٢} س وحساب النهاية عن يمين العدد صفر ويساره.

١٩) −٣ استخدام المتطابقة جاس = جا(٣ π − س) ، إخراج $\frac{١}{٣}$ بوصفه عاملاً مشتركًا من المقام.

٢٠) $\frac{١}{\pi}$ استخدام المتطابقة ظاس = − ظا(٢ π − س)

٢٢) أ= ١٢ ب= ١,٥

٢٣) $\frac{٢}{٥}$ استخدام المتطابقة جاس = جا(π − س)