إجابات تمارين ومسائل الدرس

نظريات النهايات – إجابات دليل المعلم

١) إذا كان ق(س) = $س^{٢} - س - ٦$ ، ل(س) = $س^{٢} - ٢\,س - ٣$ ، فجد كلًّا مما يأتي:

أ) $\lim\limits_{س \leftarrow ١} \left(ق(س) + ل(س)\right)$

ب) $\lim\limits_{س \leftarrow ١} ق(س) \times ل(س)$

جـ) $\lim\limits_{س \leftarrow ١} \dfrac{ل(س)}{ق(س)}$

د) $\lim\limits_{س \leftarrow ٢} \left(ل(س)\right)^{٤}$

هـ) $\lim\limits_{س \leftarrow ٢} \sqrt[٣]{١ - ل(س)}$

و) $\lim\limits_{س \leftarrow -١} \dfrac{ل(س)}{ق(س)}$

الحل

أ	ب	جـ	د	هـ	و
−١٠	٢٤	$\dfrac{٢}{٣}$	٨١	$\sqrt[٣]{٤}$	صفر

٢)إذا كانت $\lim\limits_{س \leftarrow ٢} ٢\,ع(س) = ١٠$ ، $\lim\limits_{س \leftarrow ٢} ٣\,ل(س) + ١ = ٧$ ، فجد كلًّا مما يأتي:

أ) $\lim\limits_{س \leftarrow ٢} \left(٢\,ع(س) + ل(س)\right)$

ب) $\lim\limits_{س \leftarrow ٢} \left(ع^{٣}(س) - ل^{٢}(س)\right)$

جـ) $\lim\limits_{س \leftarrow ٢} \dfrac{\sqrt{ل(س)}}{ع(س)}$

د) $\lim\limits_{س \leftarrow ٢} \left(ع^{٢}(س) - ل^{٢}(س)\right)$

الحل

أ	ب	جـ	د
١٢	١٢١	$\dfrac{\sqrt{٢}}{٥}$	٢١

٣) جد كلًّا مما يأتي:

أ) $\lim_{س \to ٥^+} |س^٢ - ٢٥|$

ب) $\lim_{س \to ٥^-} |س^٢ - ٢٥|$

جـ) $\lim_{س \to ٢^-} |س - ٢|$

د) $\lim_{س \to ٨} |س^٢ - ٦٤|$

هـ) $\lim_{س \to ٤^-} [س - ٢]$

و) $\lim_{س \to ١} \left(س [س] + |س|\right)$

ز) $\lim_{س \to ٥^-} \sqrt{٥ - س}$

ح) $\lim_{س \to ١} \sqrt{١ - س^٢}$

ط) $\lim_{س \to -٢} \sqrt{س^٢ + ٤س + ٤}$

الحل

أ	ب	جـ	د	هـ	و	ز	ح	ط
صفر	صفر	صفر	صفر	غير موجودة	غير موجودة	صفر	غير موجودة	صفر

---

٤) جد قيم جـ التي تجعل $\lim_{س \to جـ} \sqrt{٦ - س}$ غير موجودة.

الحل

قيم جـ $\in$ $[٦ ، \infty)$

---

٥) إذا كان ق(س)= $[٢,٠س]$، فجد قيم جـ التي تجعل $\lim_{س \to جـ} [٢,٠س] = -١$

الحل

جـ $\in$ $(-٥ ، ٠)$

---

٦) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^٢ - ٤أ & ، \quad س \geq ٣ \\ [٦ - س] & ، \quad س < ٣ \end{cases}$

وكانت $\lim_{س \to ٣}$ ق(س) موجودة ، فجد قيمة الثابت أ.

الحل

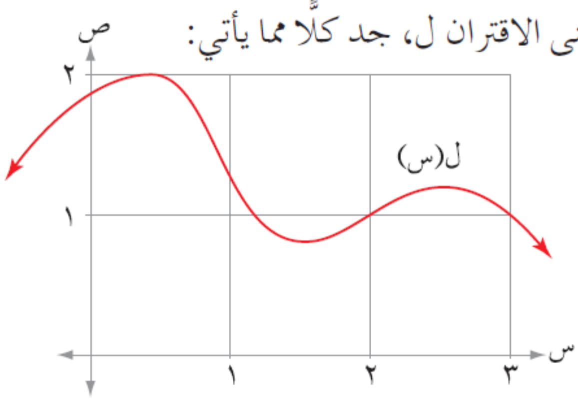
بما أنَّ النهاية موجودة إذن ٩ – ٤أ = ٣ ومنه أ = $\frac{٣}{٢}$

٧) معتمدًا الشكل (١–١٥) الذي يمثل منحنى الاقتران ل، جد كلًّا مما يأتي:

أ) $\lim_{س \to ٢}$ ل(٣ س – ٣)

(إرشاد: افرض ص = ٣س – ٣)

ب) $\lim_{س \to ٢}$ (س + ل (س))



الشكل (١–١٥)

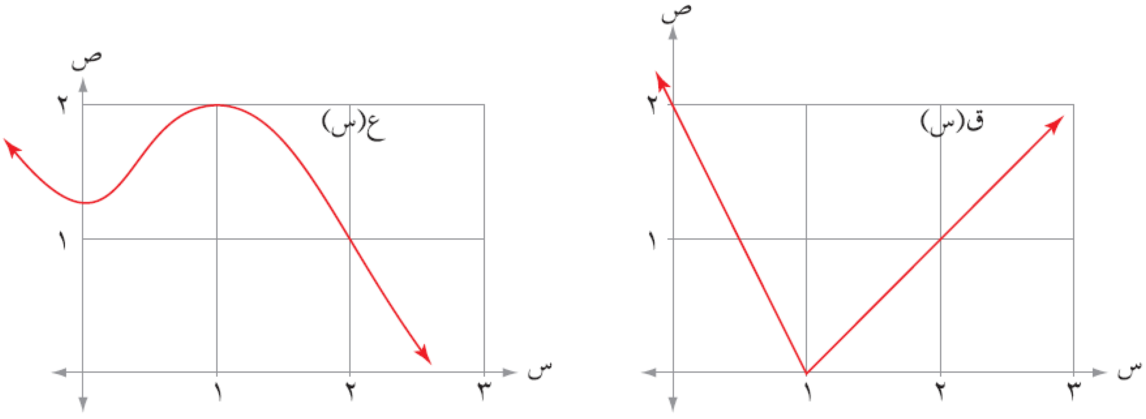
الحل

أ) بفرض ص = ٣س–٣ ، عندما تقترب س من العدد ٢ تقترب ص من العدد ٣

ومنه $\lim_{ص \to ٣}$ ل(ص) = ١

ب) بتوزيع النهاية ينتج أن $\lim_{س \to ٢}$ (س + ل(س)) = ٢+١ = ٣

٨) معتمدًا الشكل (١–١٦)، الذي يمثل منحنيي الاقترانين ق، ع ،جد كلًّا مما يأتي:



الشكل (١–١٦)

أ) $\lim_{س \leftarrow ١}$ (ق(س) + ع(س))

ب) $\lim_{س \leftarrow ٢}$ (ق(س) × ع(س))

جـ) $\lim_{س \leftarrow ١}$ (٢ ق(س – ١) + ع(س))

الحل

أ) بما أنَّ الاقترانين متصلان؛ إذًا يمكن توزيع النهاية، ومنه $\lim_{س \leftarrow ١}$ (ق+ع) = ٢

ب) $\lim_{س \leftarrow ٢}$ (ق×ع) = ١

جـ) $\lim_{س \leftarrow ١}$ (٢ ق(س – ١) + ع(س)) = ٦ (افرض ص= س – ١)

---

٩) إذا كان ق كثير حدود يمر بالنقطة (–٣ ، ٤)، وكانت $\lim_{س \leftarrow -٣}$ (س – ل(س)) = –١٠

فجد $\lim_{س \leftarrow -٣}$ (ق٢ (س) – ٢ ل(س))

الحل

بتوزيع النهاية ينتج أنَّ: $\lim_{س \leftarrow -٣}$ ل(س)=٧

ومنه $\lim_{س \leftarrow -٣}$ (ق٢ (س) –٢ل(س)) = ١٦–١٤ = ٢

---

١٠) إذا كان ع كثير حدود باقي قسمته على (س−٢) يساوي ٥ ، فجد $\lim_{س \to ٢}$ (٣ع(س) + ٤ س^٢)

الحل

ع(٢)= ٥ (نظرية الباقي)

$\lim_{س \to ٢}$ (٣ع(س) + ٤س^٢) = ٣×٥ + ١٦ = ٣١