

إجابات تمارين ومسائل الدرس

المشتقات العليا - إجابات دليل المعلم

١) جد المشتقة الثانية لكُل من الاقترانات الآتية :

$$ب) ص = \frac{s^2 + 1}{s} \quad أ) ص = s^3 - \frac{7}{2}s^2 - 6s$$

$$ج) ص = |s| (s^2 + s)$$



الحل

$$\cdot , s >$$

$$\cdot , s =$$

$$\cdot , s >$$

$$\left. \begin{array}{l} 2s \\ 6s \end{array} \right\}$$

ج) $ق(s) =$

$$\left. \begin{array}{l} \text{غير موجودة} \\ -6s - 2 \end{array} \right\}$$

$$ب) \frac{2}{s^3}$$

$$أ) 24s - 7$$

٢) إذا كان $ق(s) = (s^2 + 4s)(s^2 + 1)$ ، فجد قيمة $ق(-1) \times ق(-1)$



الحل

٢٧٠ -

٣) إذا كان $ق(s) = s^n$ ، ن عدد صحيح موجب وكانت $ق'(s) = As$ فجد قيمة الثابت A .



الحل
إيجاد n أولا ثم A ،



٤) إذا كان $ص = \frac{2}{s}$ ، $s \neq 0$ ، فأثبت أن $ص' = \frac{1}{s^2}$

الحل

تطبيق قواعد الاشتقاق مرتين.

٥) إذا كان $Q(s) = s^4 + 3s^3 - 6s^2 - s$ ، فجد قيم s التي تتحقق ما يأتي :

- أ) $Q(s) = 0$
الحل
 أ) $s = 2$ ، $\frac{1}{2}$
 ب) الفترتين $(-\infty, -\frac{1}{2}]$ ، $[-2, \infty)$
 ج) $(-\frac{1}{2}, 2)$

٦) جد المشتقة الثالثة لـ π من الاقرارات الآتية :

- أ) $s = s^4 - 3s^0$
 ب) $s = As^3 + Bs^2 + Cs$ ، حيث A, B, C ثوابت.
الحل
 أ) $s^2 + 6s^0 + 24$

٧) جد قيمة كلٌّ مما يأتي :

- أ) $Q(\pi)$ حيث $Q(s) = s^2 - 6s$
 ب) $Q(-1)$ حيث $Q(s) = \frac{1}{2}s^0 - \frac{1}{3}s^2$
 ج) $Q^{(4)}(1)$ حيث $Q(s) = \frac{1}{s}$
الحل
 أ) صفر
 ب) ١
 ج) ٢٤

٨) إذا كان كلٌّ من L ، \bar{L} ، L قابلاً للاشتقاق عند s ، وكان $Q(s) = s^2 L(s)$ فجد $Q'(s)$ ، $Q''(s)$.

الحل

$$Q(s) = s^2 L(s) + 4s \bar{L}(s) + 2L(s)$$

$$Q''(s) = s^2 L''(s) + 6s \bar{L}''(s) + 6L''(s)$$

٩) إذا كان كل من الاقترانين L ، H قابلاً للاشتغال مرتين ، فأثبت أنَّ :
 $(L \times H)(S) = (L \times H)(S) + 2(L \times H)(S) + (L \times H)(S)$



الحل

استخدام قواعد الاشتغال مرتين.

١٠) جد قاعدة اقتران كثير الحدود Q من الدرجة الثانية الذي فيه $Q(1) = 3$ ، $Q(2) = 2$ ، $Q(3) = 4$.



الحل

$$Q(S) = AS^2 + BS + C . \quad \text{جد } Q(S) , \quad Q(S).$$

طبق المعلومات المعطاة لتحصل على $Q(S) = 2S^2 - 6S + 7$

١١) إذا كان كل من الاقترانين L ، H قابلاً للاشتغال مرتين فأثبت أنَّ :

$$L(S)H(S) - L(H)(S) = \frac{1}{2}(L(S)H(S) - L(H)(S))$$



الحل

اشتق الطرف الأيسر لتحصل على الطرف الأيمن.

١٢) إذا كانت L ، Q ، H اقترانات قابلة للاشتغال حتى المشتقة الثالثة وكان
 $H(S) = L(S) \times Q(S)$ ، $L(Q) \times Q(S) = J$ ، حيث ج عدد ثابت فأثبت أنَّ :



الحل

جد $H(S)$ ، استخدم العلاقة $L(Q) \times Q(S) = J$ ثم اشتقها.

جد $H'''(S)$ وعرض لتحصل على المطلوب.

١٣) إذا كان $Q(S) = AS^4 + \frac{1}{S}$ ، ثابت ، وكان $Q''(2) = 90$ فجد قيمة الثابت A .



الحل

٢

٤) إذا كان $q(s) = 8s - 4(m - 3)s^2$ ، فجد قيمة الثابت m التي تجعل $q(s) > 0$

الحل
 $m < 3$