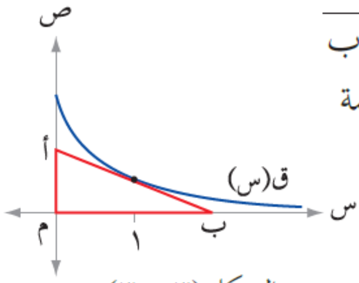
إجابات أسئلة الوحدة

تطبيقات القيم القصوى - إجابات دليل المعلم

١) معتمدًا الشكل (٣-٣٠)، الذي فيه المثلث أ م ب الذي ضلعه $\overline{\text{أب}}$ يمس منحنى الاقتران ق(س) = $\frac{\text{جـ}}{\text{س}+1}$ عند (١، ق(١))، جد قيمة الثابت جـ التي تجعل مساحة المثلث تساوي $\frac{9}{4}$ وحدة مربعة.



الشكل (٣-٣٠)

الحل

جـ = ٢

---

٢) يتحرك جُسيم على خط مستقيم بحيث إنَّ بُعده عن نقطة الأصل بالأمتار بَعد ن ثانية معطى بالعلاقة ف(ن) = $\frac{\text{ن}}{2}$ − جا٢ ن، ن ∈ [٠، π]، جد تسارع الجُسيم في اللحظة التي تنعدم فيها سرعته.

الحل

ت = $\sqrt{3}$ م/ث٢

---

٣) إذا كان ق(س) = $\sqrt[3]{\text{س}^3 - 27\text{س}}$ ، س ∈ ح، فجد كلًّا مما يأتي:

أ) قيم س التي يكون عندها للاقتران ق نقط حرجة.

ب) فترات التزايد وفترات التناقص للاقتران ق.

جـ) قيم س التي يكون عندها للاقتران قيم قصوى مبينًا نوعها.

الحل

أ) س = ± ٣ ، س = ± ٣ ($\sqrt{3}$)

ب) الاقتران ق متزايد في الفترتين (−∞ ، −٣]، [٣ ، ∞)

الاقتران ق متناقص في الفترة [−٣ ، ٣]

جـ) للاقتران ق قيمة عظمى محلية عند س = −٣

للاقتران ق قيمة صغرى محلية عند س = ٣

للاقتران ق قيمة صغرى مطلقة عند س = −٣ $\sqrt{3}$

---

٤) عيِّن قاعدة الاقتران ق(س) = أ س^{٣} + ب س^{٢} + جـ س + د ، حيث:

أ ، ب ، جـ ، د أعداد حقيقية ثابتة، ويمر منحنى الاقتران ق بالنقطة (٠،٥) ومعادلة المماس لمنحناه عند النقطة (١،ق(١)) هي: ٩س + ص − ٩ = ٠، ولمنحناه نقطة انعطاف هي (٢، −١١).

الحل

ق (س) = أ س^{٣} + ب س^{٢} + جـ س + د = س^{٣} − ٦ س^{٢} + ٥

٥) يمثل الشكل (٣−٣١) منحنى المشتقة الأولى لكثير الحدود ق(س) جد:

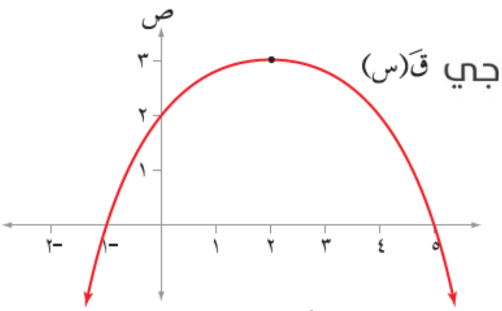
أ) النقط الحرجة للاقتران ق.

ب) فترات التزايد وفترات التناقص للاقتران ق.

جـ) قيم س التي يكون عندها للاقتران قيم قصوى محلية.

د) فترات التقعر لمنحنى ق.

هـ) قيم س التي يكون عندها للاقتران نقطة انعطاف.



الشكل (٣−٣١)

الحل

أ) للاقتران ق نقطة حرجة عند س = −١ ، س= ٥

ب) الاقتران ق متزايد في الفترة [−١ ، ٥]

الاقتران ق متناقص في الفترتين (− ∞ ، −١] ، [٥ ، ∞)

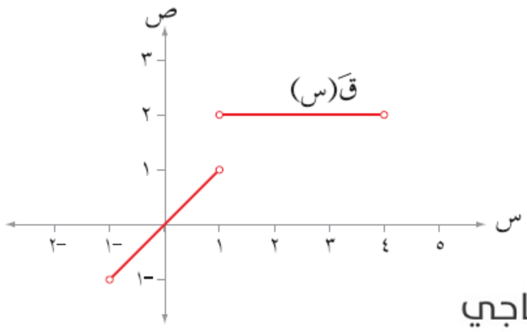
جـ) للاقتران ق قيمة عظمى محلية عند س = ٥

للاقتران ق قيمة صغرى محلية عند س = −١

د) الاقتران ق مقعر للأعلى في الفترة (− ∞ ، ٢]

الاقتران ق مقعر للأسفل في الفترة [٢ ، ∞)

هـ) للاقتران ق نقطة انعطاف عند س = ٢



الشكل (٣–٣٢)

٦) إذا كان الاقتران ق(س) متصل على [−١ ، ٤] ،

وكان ق(س) = $\begin{cases} \text{جـ س}^{٢} + \text{ء س} + \text{هـ} \text{ ، } -١ \leq \text{س} < ١ \\ \text{أ س} + \text{ب} \text{ ، } ١ \leq \text{س} \leq ٤ \end{cases}$

ومُثِّلَ منحنى المشتقة الأولى للاقتران ق كما في الشكل (٣–٣٢)، فجد كلًّا مما يلي:

أ) مجموعة قيم س الحرجة للاقتران ق.

ب) فترات التزايد، وفترات التناقص للاقتران ق.

جـ) قيم س التي يكون عندها للاقتران ق قيم قصوى محلية.

د) قيم كلٍّ من الثوابت أ، ب، جـ ، د، هـ ، علمًا بأنَّ ق(−١)=٢ ، ق(٤)=٨

الحل

أ) للاقتران ق نقط حرجة عند س = −١ ، س = ٠ ، س = ١ ، س = ٤

ب) الاقتران ق متزايد في الفترة [٠ ، ٤]

الاقتران ق متناقص في الفترة [−١ ، ٠]

جـ) للاقتران ق قيمة صغرى محلية عند س = ٠

د) أ = ٢ ، ب = ٠ ، جـ = $\frac{١}{٢}$ ، د = ٠ ، هـ = $\frac{٣}{٢}$

الشكل (٣–٣٣)

٧) يمثل الشكل (٣–٣٣) مثلث أ ب جـ قائم الزاوية في ب فيه أ ب= ٦ سم، ب جـ= ٨سم، وبداخله مستطيل يقع رأسان من من رؤوسه على وتر المثلث والرأسان الآخران يقع كلّ منهما على ضلعي القائمة. جد أبعاد المستطيل التي تجعل مساحته أكبر ما يمكن.

الحل

أبعاد المستطيل هي ل = ٥سم ، ع = ٣,٢ سم

---

٨) يتكون هذا السؤال من (١١) فقرة من نوع الاختيار من متعدد، يلي كل فقرة (٤) بدائل، واحد منها فقط صحيح، ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح:

(١) تتحرك نقطة على خط مستقيم بحيث إنَّ المسافة (ف) بالأمتار التي تقطعها في زمن قدره (ن) ثانية هي: ف(ن) $=٦ن^٢ - ن^٣ + ١٣$، المسافة ف عندما يصبح التسارع صفرًا هي:

أ) ١٤م　　ب) ١٨ م

جـ) ٢٩ م ✓　　د) ٣٤ م

(٢) معدل تغير حجم كرة بالنسبة إلى طول نصف قطرها عندما يكون طول نصف قطرها ٥سم يساوي:

أ) ١٠٠سم^٣/سم　　ب) ٤ π سم^٣/سم

جـ) ٢٠ π سم^٣/سم　　د) ١٠٠πسم^٣/سم ✓

(٣) وعاء على شكل مخروط دائري قائم رأسه إلى أسفل، ارتفاعه ١٦سم، وطول نصف قطر قاعدته ٤سم، صُبَّ الماء فيه بمعدل ٢ πسم^٣/ث، فإنَّ معدل تغير ارتفاع الماء فيه في اللحظة التي يكون ارتفاع الماء ٨سم يساوي:

أ) $\frac{١}{٢}$ سم/ث ✓　　ب) ٢ سم/ث

جـ) $\frac{١}{٨}$ سم/ث　　د) $\frac{١}{٢\pi}$ سم/ث

(٤) إذا كان ق(س) = ١٢س + ٦(م – ٢)س^٢ فإنَّ قيم م التي تجعل منحنى الاقتران ق مقعرًا للأسفل:

أ) [٢ ، ∞)　　ب) (– ∞ ، ٢]

جـ) (٢ ، ∞)　　د) (– ∞ ، ٢) ✓

(٥) إذا كان لمنحنى الاقتران ق(س) = جا ٤س نقطة انعطاف عند س = $\frac{\pi}{٤}$ فإنَّ ميل المماس عندها يساوي:

أ) –٤ ✓　　ب) ٤

جـ) –٢　　د) –١

(٦) إذا كان ق(س) = $\frac{س^٢ - ٢س + ١}{س^٢}$ فإنَّ منحنى الاقتران ق متناقص على الفترة:

أ) (– ∞ ، ٠)　　ب) (١ ، ∞)

جـ) [٠ ، ١]　　د) (٠ ، ١] ✓

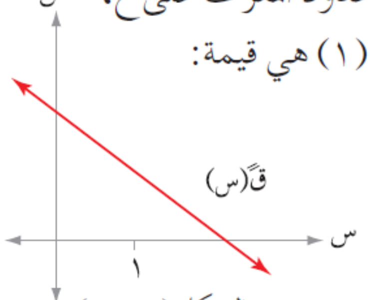
(٧) الشكل (٣-٣٤) يمثل منحنى قً(س) للاقتران ق كثير الحدود المعرف على ح، إذا كان للاقتران ق نقطة حرجة عند (١ ، ق(١))، فإنَّ ق(١) هي قيمة:

أ) عظمى محلية

ب) عظمى مطلقة

جـ) صغرى مطلقة

د) صغرى محلية ✓



الشكل (٣-٣٤)

(٨) إذا كان ق(س) = $\sqrt[٣]{س^٢}$: س ∈ [–١ ، ١] ، فإنَّ للاقتران ق قيمة صغرى مطلقة عند النقطة:

أ) (–١ ، ١)　　ب) (١ ، ١)

جـ) (٠ ، ٠) ✓　　د) (٠ ، ١)

(٩) يُراد صنع علبة مفتوحة من الأعلى من قطعة كرتون مستطيلة الشكل أبعادها ١٦سم، ٣٠سم وذلك بقص مربعات متساوية من زواياها الأربع طول كلٍّ منها (س) وحدة ، ثم طيّ الجوانب للأعلى، ما قيمة س التي تجعل حجم العلبة أكبر ما يمكن؟

أ) ١٢سم　　ب) $\frac{١٠}{٣}$ سم ✓

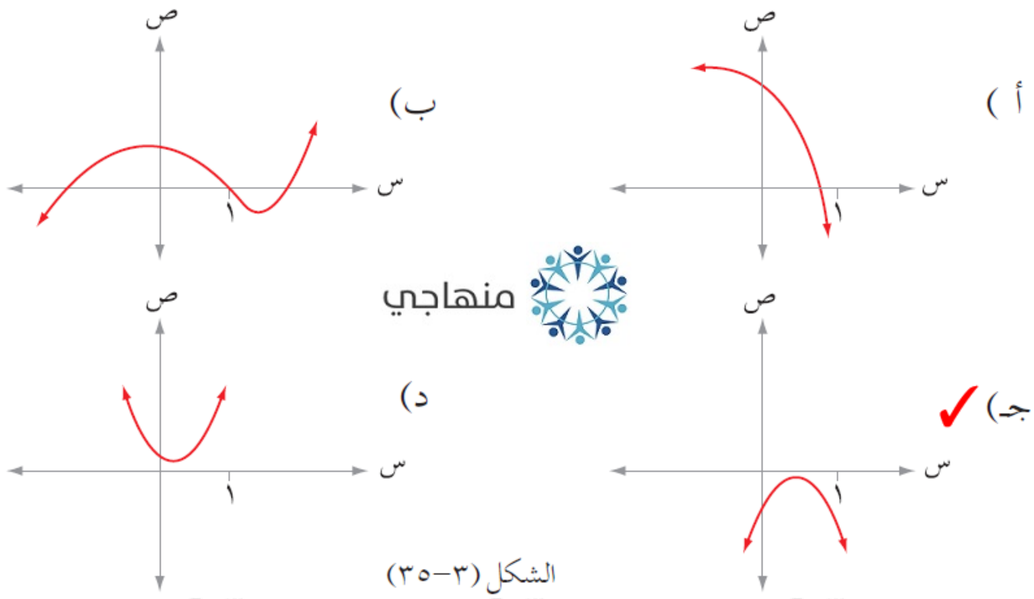
جـ) ١٠ سم　　د) ٨سم

(١٠) إذا كان ق(س) = جتاس – جاس : س ∈ [٠ ، π] فإنَّ قيمة س التي يكون للاقتران عندها قيمة صغرى مطلقة هي:

أ) ٠　　ب) $\frac{\pi}{٤}$

جـ) $\frac{\pi}{٢}$　　د) $\frac{٣\pi}{٤}$ ✓

(١١) أي المنحنيات في الشكل (٣-٣٥) يمثل رسم الاقتران ق الذي فيه قَ (٠) > ٠، قَ (١) < ٠ ، قً(س) سالبة دائمًا:



الشكل (٣-٣٥)