

إجابات تمارين ومسائل الدرس

القيم القصوى - إجابات دليل المعلم

١) جد القيم القصوى المحلية والمطلقة (إن وُجدت)، لـكل من الاقترانات الآتية:



أ) $Q(s) = s^2 - 6s + 9$ ، س ∈ [٥ ، ٠]

ب) $Q(s) = s^3 - 12s$ ، س ∈ [٤ ، ٤]

ج) $Q(s) = (2-s)^3$ ، س ∈ [٤ ، ٠]

د) $Q(s) = \begin{cases} s^2 + 1 \\ 3s + 1 \end{cases}$ ، $s \geq 3$ ، $s \leq 0$ ، $2 < s \leq 3$

ه) $Q(s) = |(s-1)^3|$ ، س ∈ [٣ ، ١]

و) $Q(s) = \frac{1}{4}s^4 - \frac{1}{3}s^3$ ، س ∈ [٣ ، ٠]

ز) $Q(s) = \sqrt[3]{s^2}$ ، س ∈ [١ ، ٨]

ح) $Q(s) = s + \text{ Jas}$ ، س ∈ [٠ ، ٢]

ط) $Q(s) = (1-s)^3$ ، س ∈ [٢ ، ٢]

ي) $Q(s) = (1-s)^4$ ، س ∈ [٣ ، ٣]

الحل

أ) للاقتران $Q(S)$:

قيمة صغرى محلية عند $S = 3$ هي $Q(3) = 0$

قيمة صغرى مطلقة عند $S = 3$ هي $Q(3) = 0$

قيمة عظمى مطلقة عند $S = 0$ هي $Q(0) = 9$

ب) للاقتران $Q(S)$:

قيمة صغرى محلية عند $S = 2$ هي $Q(2) = 16 -$

قيمة عظمى محلية عند $S = 2$ هي $Q(2) = 16 -$

قيمة صغرى مطلقة هي $Q(-4) = Q(2) = 16 -$

قيمة عظمى مطلقة هي $Q(-2) = Q(4) = 16$

ج) للاقتران $Q(S)$:

قيمة عظمى مطلقة عند $S = 0$ ، هي $Q(0) = 8$

قيمة صغرى مطلقة عند $S = 4$ ، هي $Q(4) = 8 -$

د) للاقتران $Q(S)$:

قيمة صغرى محلية عند $S = 0$ ، هي $Q(0) = 1$

قيمة صغرى مطلقة عند $S = 0$ ، هي $Q(0) = 1$

قيمة عظمى مطلقة عند $S = 5$ ، هي $Q(5) = 16$

هـ) للاقتران $Q(s)$:

قيمة صغرى محلية عند $s = 1$ ، هي $Q(1) = 0$.

قيمة صغرى مطلقة عند $s = 1$ ، هي $Q(1) = 0$.

قيمة عظمى مطلقة هي $Q(-1) = Q(3) = 8$

و) للاقتران $Q(s)$:

قيمة صغرى محلية عند $s = 1$ هي $Q(1) = \frac{1}{12}$

قيمة صغرى مطلقة عند $s = 1$ هي $Q(1) = \frac{1}{12}$

قيمة عظمى مطلقة عند $s = 3$ هي $Q(3) = \frac{45}{4}$

ز) للاقتران $Q(s)$:

قيمة صغرى محلية عند $s = 0$ هي $Q(0) = 0$.

قيمة صغرى مطلقة عند $s = 0$ هي $Q(0) = 0$.

قيمة عظمى مطلقة عند $s = -8$ هي $Q(-8) = 4$

ح) للاقتران $Q(s)$:

قيمة صغرى مطلقة عند $s = 0$ هي $Q(0) = 0$.

قيمة عظمى مطلقة عند $s = 2\pi$ هي $Q(2\pi) = \pi^2$

ط) للاقتران $Q(s)$:

قيمة صغرى مطلقة عند $s = -2$ هي $Q(-2) = 1$

قيمة عظمى مطلقة عند $s = -2$ هي $Q(-2) = 27$

ي) للاقتران $Q(s)$:

قيمة صغرى محلية عند $s = 1$ ، هي $Q(1) = 0$.

قيمة صغرى مطلقة عند $s = 1$ ، هي $Q(1) = 0$.

قيمة عظمى مطلقة عند $s = -3$ ، هي $Q(-3) = 256$

٢) إذا كان لاقتران كثير الحدود $Q(s)$ قيمة عظمى محلية عند النقطة $(2, 3)$ ، بُين أنَّ للاقتران

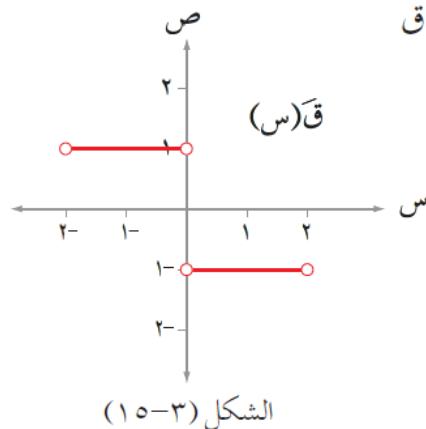
$h(s) = (1 - Q(s))^3$ قيمة صغرى محلية عند النقطة $(2, -8)$.

الحل

بما أنَّ للاقتران $Q(s)$ قيمة عظمى محلية عند $s = 2 \Leftrightarrow Q(s) > 0, s < 2$
 $Q(s) > 0, s < 2$

$h(s) = -3(1 - Q(s))^2 \times Q(s) > 0, s > 2$
 $h(s) > 0, s < 2$

للاقتران $h(s)$ قيمة صغرى محلية عند $s = 2$ ، هي النقطة $(2, h(2)) = (2, -8)$



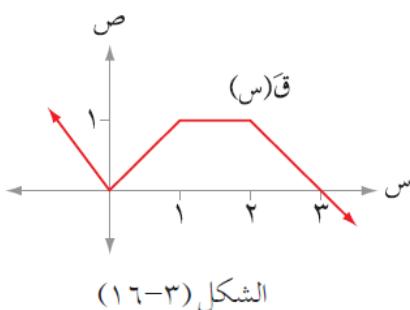
٣) معتمداً الشكل (١٥-٣) الذي يمثل منحنى المشتقه الأولى للاقتران Q المتصل على الفترة $[0, 2]$ جد كلاً ما يأتي:

- مجموعه قيم س الحرجة للاقتران Q .
- مجالات التزايد والتناقص للاقتران Q .
- قيم س التي يكون للاقتران عندها قيم قصوى محلية.

الحل

- مجموعه قيم س الحرجة للاقتران Q هي $\{0, 1\}$.
- منحنى Q متزايد في الفترة $[0, 1]$ ومتناقص في الفترة $[1, 2]$.
- للاقتران Q قيمة عظمى محلية عند $s = 1$.

٤) يمثل الشكل (١٦-٣) منحنى المشتقه الأولى للاقتران Q المعريف على \mathbb{R} .



اعتمد على ذلك في إيجاد كلاً ما يأتي:

- النقط حرجة للاقتران Q .
- مجالات التزايد والتناقص للاقتران Q .
- قيم س التي يكون للاقتران عندها قيم قصوى محلية.

الحل

- للاقتران Q نقط حرجة عند $s = 0$ ، $s = 3$.
- الاقتران متزايد في الفترة $(-\infty, 3]$ ومتناقص في الفترة $[3, \infty)$.
- للاقتران Q قيمة عظمى محلية عند $s = 3$.