# إجابات تمارين ومسائل الدرس

## الاقتران الأسي الطبيعي - إجابات دليل المعلم

١) جد $\frac{د ص}{د س}$ لكلٍّ من الاقترانات الآتية:

أ ) $ص = س + هـ^{٩س}$

ب) $ص = س^{٣} + هـ^{٦-٥س^{٤}}$

جـ) $ص = جاهـ^{٢س}$

د ) $ص = \sqrt{١ + هـ^{٢س}}$

هـ) $ص = هـ^{\frac{١}{س}} + لو_{هـ}\sqrt{س}$

و ) $ص = هـ^{٥} + لو_{هـ} قاس$

ز ) $ص = هـ^{٤لو_{هـ}س^{٣}+٢}$

ح ) $ص = \frac{١ + هـ^{٢س}}{هـ^{٥س}}$

ط) $ص = هـ^{٢} + س^{٣} هـ^{جاس}$

ي ) $ص = (هـ^{٤س^{٥}+٥})^{٦}$

**الحل**

أ ) $\frac{د ص}{د س} = ١ + ٩ هـ^{٩س}$

ب) $\frac{د ص}{د س} = ٣س^{٢} - ٢٠ س^{٣} هـ^{٦-٥س^{٤}}$

جـ) $\frac{د ص}{د س} = ٢هـ^{٢س} جتاهـ^{٢س}$

د ) $\frac{د ص}{د س} = \frac{هـ^{٢س}}{\sqrt{١ + هـ^{٢س}}}$

هـ) $\frac{د ص}{د س} = \frac{-١}{س^{٢}} هـ^{\frac{١}{س}} + \frac{١}{٢س}$

و ) $\frac{د ص}{د س} = ظاس$

ز ) $\frac{د ص}{د س} = ١٢س^{٢} (س^{٣} + ٢)^{٣}$

ح ) $\frac{د ص}{د س} = -٥هـ^{-٥س} - ٣هـ^{-٣س}$

ط) $\frac{د ص}{د س} = س^{٢} هـ^{جاس} (س جتاس + ٣)$

ي ) $\frac{د ص}{د س} = ٢٤ هـ^{٢٤س+٣٠}$

---

٢) إذا كان $ص = هـ^{ظاس} + أ لو_{هـ} جتاس + \int_{١ + ظا^{٢}س}^{\frac{\pi}{٣}} د س$ وكان $\left| \frac{د ص}{د س} \right|_{س = \frac{\pi}{٤}} = ٢هـ + ١$، فجد قيمة الثابت أ .

**الحل**

أ = -١

---

٣) إذا كان قً (س) = جاس + $هـ^{٢س}$ ، ق(٠) = $\frac{١}{٤}$ ، قَ(٠) = $\frac{١}{٢}$ ، فجد قاعدة الاقتران ق.

**الحل**

ق(س) = $-جاس + \frac{هـ^{٢س}}{٤} + س$

٤) إذا كان $هـ^{ص س} = س - ص$، فأثبت أن $\frac{د ص}{د س} = \frac{ص^{٢} - ص س + ١}{س^{٢} - س ص + ١}$

**الحل**

$هـ^{ص س} = س - ص$ . نشتق الطرفين

ملاحظة: الحل غير موجود في الدليل

$هـ^{ص س}(س ص' + ص) = ١ - ص'$ .

$س هـ^{ص س} ص' + هـ^{ص س} = ١ - ص'$ .

$س هـ^{ص س} ص' + ص' = ١ - هـ^{ص س}$

$ص'(س هـ^{ص س} + ١) = ١ - هـ^{ص س}$

$ص' = \frac{١ - هـ^{ص س}}{س هـ^{ص س} + ١}$ .

$= \frac{١ - (س - ص) ص}{س(س - ص) + ١}$ .

$= \frac{١ - س ص + ص^{٢}}{س^{٢} - س ص + ١}$ وهو المطلوب

---

٥) إذا كان $ص = هـ^{أس}$ ، فجد قيمة (قيم) الثابت أ التي تحقق المعادلة الآتية: $ص'' - ٥ ص' + ٦ ص = صفرًا$

**الحل**

أ = ٢، ٣

٦) إذا كان ق(س) = ٣^ل(س)، حيث ل(س) قابل للاشتقاق؛ فأثبت أنَّ: قَ(س) = ٣^ل(س) × لَ(س) لـو ٣

الحل

ملاحظة: الحل غير موجود في دليل المعلم

هـ(س) = ٣^ل(س) . (نأخذ اللوغاريتم)

لو_هـ هـ(س) = لو_هـ ٣^ل(س)

لو_هـ هـ(س) = ل(س) × لو_هـ ٣ . نشتق

هـَ(س) / هـ(س) = لو_هـ ٣ × لَ(س)

هـَ(س) = هـ(س) × لو_هـ ٣ × لَ(س)

هـَ(س) = ٣^ل(س) × لو_هـ ٣ × لَ(س) .

---

٧) إذا كان | قَ(س) وس = هـ^(١−س٢) + ٤ هـ ، قَ(ب) = −٢ب ، ب ≠ صفرًا فجد قيمة (قيم) الثابت ب.

الحل

ب = ١، −١

---

٨) جد كلاً من التكاملات الآتية:

أ) $\int هـ^{٧س}\ ؤس$

ب) $\int_{١}^{} ٣هـ^{٣س}\ ؤس$

جـ) $\int_{١}^{٣} هـ^{٤س}\ ؤس$

د) $\int \frac{٤هـ^{٤س} - ٣}{هـ^{٤س} - ٣س}\ ؤس$

هـ) $\int \frac{هـ^{٣س} - ٢٧}{هـ^{س} - ٣}\ ؤس$

و) $\int هـ^{٥+لو_{هـ} جتاس}\ ؤس$

ز) $\int_{١}^{هـ^{٢}} \frac{١}{هـ - ١}\ ؤس$

ح) $\int ٣س\ هـ^{٢+لو_{هـ} س^{٢}}\ ؤس$

ط) $\int هـ^{٥س} \sqrt{هـ^{٢س} + ٤هـ^{س} + ٤}\ ؤس$

ي) $\int (هـ^{٢س+٥})^{٢}\ ؤس$

**الحل**

أ) $\frac{هـ^{٧س}}{٧} + جـ$

ب) $هـ^{٣} - ١$

جـ) $٢\ هـ^{٤}$

د) $لـو_{هـ} |هـ^{٤س} - ٣س| + جـ$

هـ) $\frac{هـ^{٢س}}{٢} + ٣\ هـ^{س} + ٩س + جـ$

و) $هـ^{٥}$ جاس$+$جـ

ز) $هـ + ١$

ح) $\frac{٣هـ^{٢}س^{٤}}{٤} + جـ$

ط) $\frac{هـ^{٦س}}{٦} + \frac{٢هـ^{٥س}}{٥} + جـ$

ي) $\frac{هـ^{٤س+١٠}}{٤} + جـ$