

إجابات تمارين ومسائل الدرس

اقتران اللوغاريتم الطبيعي - إجابات دليل المعلم

(١) جد المشتقة الأولى لكل من الاقتران الآتية:

أ) $q(s) = \ln s^2$	ب) $q(s) = \ln 5s^2$
ج) $q(s) = \ln s^2 + 4s - 5 $	د) $q(s) = \ln (s^2 + 5s + 3)$
هـ) $q(s) = \ln s^2$	و) $q(s) = \ln (s^2 + 2)$
ز) $q(s) = \ln s^3 \ln s$	ح) $q(s) = \ln \left(\frac{s}{s^2 + 1} \right)$
ط) $q(s) = \ln (s^2)$	ي) $q(s) = \ln \frac{(s^2 + 5)^2}{(s^2 - 7)^2}$
ك) $q(s) = \ln (s^2 + 5s^3 + 4s)$	ل) $q(s) = \ln (s^2 \ln s)$

الحل

أ) $\frac{d}{ds} \ln s^2 = \frac{2s}{s^2} = \frac{2}{s}$	ب) $\frac{d}{ds} \ln 5s^2 = \frac{2s}{s^2} = \frac{2}{s}$
ج) $\frac{d}{ds} \ln s^2 + 4s - 5 = \frac{2s + 4}{s^2 + 4s - 5}$	د) $\frac{d}{ds} \ln (s^2 + 5s + 3) = \frac{2s + 5}{s^2 + 5s + 3}$
هـ) $\frac{d}{ds} \ln s^2 = \frac{2s}{s^2} = \frac{2}{s}$	و) $\frac{d}{ds} \ln (s^2 + 2) = \frac{2s}{s^2 + 2}$
ز) $\frac{d}{ds} \ln s^3 \ln s = \frac{3s^2}{s^3} + \frac{1}{s} = \frac{3}{s} + \frac{1}{s}$	ح) $\frac{d}{ds} \ln \left(\frac{s}{s^2 + 1} \right) = \frac{1}{s} - \frac{2s}{s^2 + 1}$
ط) $\frac{d}{ds} \ln (s^2) = \frac{2s}{s^2} = \frac{2}{s}$	ي) $\frac{d}{ds} \ln \frac{(s^2 + 5)^2}{(s^2 - 7)^2} = \frac{2(s^2 + 5)}{(s^2 + 5)^2} - \frac{2(s^2 - 7)}{(s^2 - 7)^2}$
ك) $\frac{d}{ds} \ln (s^2 + 5s^3 + 4s) = \frac{2s + 15s^2 + 4}{s^2 + 5s^3 + 4s}$	ل) $\frac{d}{ds} \ln (s^2 \ln s) = \frac{2s}{s^2 \ln s} + \frac{1}{s}$

منهاجي

(٢) إذا كان ق(س) = لوس (س + √(١ - ٢س) + ١) أثبت أن ق(س) = $\frac{1}{1 - 2\sqrt{s}}$

الحل

منهاجي

$$\frac{\frac{s^2}{1 - 2\sqrt{s}} + 1}{1 - 2\sqrt{s} + s} = \frac{ص}{دس}$$

منهاجي

$$\frac{\frac{s}{1 - 2\sqrt{s}} + 1}{1 - 2\sqrt{s} + s} = \frac{ص}{دس}$$

منهاجي

$$\frac{1 - 2\sqrt{s} + s}{1 - 2\sqrt{s}(1 - 2\sqrt{s} + s)} = \frac{ص}{دس}$$

$$\frac{1}{1 - 2\sqrt{s}} = \frac{ص}{دس}$$

(٣) إذا كان [ق(س) - (س)] لوس | قاس + ظاس | + س٢ فأثبت أن: ق(س) = س٣ + قاس

الحل

منهاجي

$$\text{باشتقاق الطرفين: } ق(س) - (س) = س - \frac{\text{قاس ظاس} + \text{قاس}^2}{\text{قاس} + \text{ظاس}} + س٢$$

منهاجي

$$ق(س) = س + س٢ + \frac{\text{قاس}(\text{ظاس} + \text{قاس})}{\text{قاس} + \text{ظاس}}$$

$$ق(س) = س٣ + \text{قاس}$$

(٤) بين أن الاقتران م(س) = لوس جاس هو معكوس لمشتقة الاقتران ق(س) = ظتاس.

الحل

منهاجي

ق(س) متصل على مجاله

$$م(س) = \frac{\text{جتاس}}{\text{جاس}} = \text{ظتاس} = \text{ق(س)}, \text{ إذن م(س) هو معكوس لمشتقة الاقتران ق.}$$

٥) جد كلاً من التكاملات الآتية:

ب) $\int \frac{1 + 3s}{s + 5} ds$

منهاجي

أ) $\int \frac{s^2}{s^2 + 3} ds$

د) $\int \frac{3s^2}{s^2 + 5} ds$

ج) $\int \frac{5 + 5\cos s}{\cos s} ds$

و) $\int \frac{s - 2}{s^2 - 4} ds$

منهاجي

هـ) $\int \frac{s + 5}{s} ds$

ح) $\int \frac{3s}{s^2 + 1} ds$

ز) $\int \frac{|2s|}{s^2 + 1} ds$

ي) $\int \frac{1}{s} ds$

ط) $\int \frac{s^2 - 1}{s(s - 1)} ds$

منهاجي

الحل

ب) $\int \frac{1 + 3s}{s + 5} ds = \int \frac{3s + 5 - 4}{s + 5} ds = \int \frac{3s + 5}{s + 5} ds - \int \frac{4}{s + 5} ds$

أ) $\int \frac{s^2}{s^2 + 3} ds = \int \frac{s^2 + 3 - 3}{s^2 + 3} ds = \int \frac{s^2 + 3}{s^2 + 3} ds - \int \frac{3}{s^2 + 3} ds$

د) $\int \frac{3s^2}{s^2 + 5} ds = \int \frac{3s^2 + 15 - 10}{s^2 + 5} ds = \int \frac{3s^2 + 15}{s^2 + 5} ds - \int \frac{10}{s^2 + 5} ds$

ج) $\int \frac{5 + 5\cos s}{\cos s} ds = \int \frac{5(1 + \cos s)}{\cos s} ds = 5 \int \frac{1 + \cos s}{\cos s} ds = 5 \int \frac{1}{\cos s} ds + 5 \int \frac{\cos s}{\cos s} ds$

و) $\int \frac{s - 2}{s^2 - 4} ds = \int \frac{s - 2}{(s - 2)(s + 2)} ds = \int \frac{1}{s + 2} ds$

هـ) $\int \frac{s + 5}{s} ds = \int \frac{s}{s} ds + \int \frac{5}{s} ds = \int 1 ds + 5 \int \frac{1}{s} ds$

ح) $\int \frac{3s}{s^2 + 1} ds = \int \frac{3}{2} \frac{2s}{s^2 + 1} ds = \frac{3}{2} \int \frac{2s}{s^2 + 1} ds = \frac{3}{2} \int \frac{1}{u} du$

منهاجي

ز) $\int \frac{|2s|}{s^2 + 1} ds = \int \frac{2|s|}{s^2 + 1} ds = \int \frac{2|s|}{s^2 + 1} ds$

ي) $\int \frac{1}{s} ds = \ln |s| + C$

ط) $\int \frac{s^2 - 1}{s(s - 1)} ds = \int \frac{s^2 - 1}{s(s - 1)} ds = \int \frac{(s - 1)(s + 1)}{s(s - 1)} ds = \int \frac{s + 1}{s} ds = \int \frac{s}{s} ds + \int \frac{1}{s} ds = \int 1 ds + \int \frac{1}{s} ds$

٦) جد معكوساً لمشتقة كلٍّ من الاقتارات الآتية:

ب) ق(س) = $\frac{3 + 3s}{5 + 3s}$

منهاجي

أ) ق(س) = $\frac{s^2}{s^2 + 4}$

الحل

ب) م(س) = $\frac{5 + 3s}{3 + 3s} = \frac{5 + 3s}{3(1 + s)} = \frac{5 + 3s}{3} \cdot \frac{1}{1 + s} = \frac{5 + 3s}{3(1 + s)}$

أ) م(س) = $\frac{s^2 + 4}{s^2} = 1 + \frac{4}{s^2} = 1 + 4s^{-2}$