إجابات تمارين ومسائل الدرس

التكامل المحدود - إجابات دليل المعلم

١) احسب قيمة كلٍّ من التكاملات الآتية:

أ) $\int_{٢}^{٨} \frac{١}{س^{٢}}$ وس

ب) $\int_{٠}^{٣} (س^{٢} - |س - ١|)$ وس

جـ) $\int_{\frac{\pi}{٤}}^{\frac{\pi}{٢}}$ جا٢س وس

د) $\int_{\frac{\pi}{٢}}^{٠} (س + جتاس)$ وس

هـ) $\int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}} \frac{\sqrt{١ + جا٢س}}{جاس + جتاس}$ وس

و) $\int_{٠}^{٢} (٩س - ٧)^{°}$ وس

ز) $\int_{-١}^{٣} (س - ١)(س^{٢} + س + ١)$ وس

ح) $\int_{٠}^{١} \sqrt{س}\,(\sqrt{س} + ٢)^{٢}$ وس

ط) $\int_{٢}^{٤} \frac{١}{(س - ١)^{٢}}$ وس

ي) $\int_{١}^{٣} \frac{٢س^{٣} - ٤س^{٢} + ٥}{س^{٢}}$ وس

ك) $\int_{٢}^{٣} \sqrt{٩س^{٢} - ١٢س + ٤}$ وس

ل) $\int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}} (جتاس - جاس)$ وس

الحل

أ) $\frac{٣}{٨}$ ب) $\frac{١٣}{٢}$

جـ) $\frac{١}{٢}$

د) $-١ - \frac{-\pi^{٢}}{٨}$

هـ) $\frac{\pi}{٢}$ و) صفر ز) ١٦

ح) $\frac{٧٦}{١٥}$

ط) $\frac{٢}{٣}$ ي) $\frac{١٠}{٣}$ ك) $\frac{١١}{٢}$

ل) صفر

---

٢) إذا كان ق(س) = $\int_{-٢}^{٠} (٤$ وس $- ٣س^{٢})$ وس ، فجد قَ (−١).

الحل

−١١

---

٣) إذا كان $\int_{ب}^{٢} ٢$ب وس = −٣٠، حيث ب ∋ ح ، فجد قيمة الثابت ب .

الحل

ب = ٥ ، −٣

٤) إذا كان $\int_{\text{ب}}^{\text{جـ}} س(١ - س)\,ﻫس = ٠$ ، حيث جـ ∈ ح ، فجد قيمة جـ .

الحل

جـ = صفر، ١,٥

---

٥) إذا كان $\int_{-١}^{٣} (٣س^{٢} - ٢)\,ﻫس = \int_{\text{ب}}^{\text{جـ}} ٣م\,ﻫم = -٢٠$ ، فجد قيمة الثابت جـ.

الحل

جـ = ٢، −٢

---

٦) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} -س & ، \quad -٣ < س \geq ٠ \\ س & ، \quad ٠ < س \geq ٤ \end{cases}$ ، فجد $\int_{-٣}^{٤} ق(س)\,ﻫس$

الحل

١٢,٥

---

٧) إذا كان $\int_{٢}^{\text{ب}} (٢س - ٣)\,ﻫس = ٢٠$، فجد قيمة الثابت ب.

الحل

ب = ٦، −٣

---

٨) إذا كان $\int_{١}^{٣} (٢ق(س) + \frac{١}{س^{٢}} - ٦)\,ﻫس = ١٢$ ، فجد $\int_{١}^{٣} (\frac{ق(س)}{٢} - س^{٢})\,ﻫس$

الحل

$\frac{-١٧}{٦}$

٩) دون حساب تكامل المقدار $\int_{0}^{\pi} \frac{١}{٣جتا^{٢}س + ٢}$ ءس بيّن أنَّ

$$\frac{\pi}{٥} \leq \int_{0}^{\pi} \frac{١}{٣جتا^{٢}س + ٢} ءس \leq \frac{\pi}{٢}$$

الحل

$$-١ \leq جتاس \leq ١$$
$$٠ \leq جتا^{٢}س \leq ١$$
$$٠ \leq ٣جتا^{٢}س \leq ٣$$
$$٢ \leq ٢ + ٣جتا^{٢}س \leq ٥$$
$$\frac{١}{٢} \leq \frac{١}{٢+٣جتا^{٢}س} \leq \frac{١}{٥}$$
$$\frac{١}{٥} \leq \frac{١}{٢+٣جتا^{٢}س} \leq \frac{١}{٢}$$
$$\int_{0}^{\pi} \frac{١}{٥} ءس \leq \int_{0}^{\pi} \frac{١}{٢+٣جتا^{٢}س} ءس \leq \int_{0}^{\pi} \frac{١}{٢} ءس$$
$$\frac{\pi}{٥} \leq \int_{0}^{\pi} \frac{١}{٢+٣جتا^{٢}س} ءس \leq \frac{\pi}{٢}$$

---

١٠) إذا علمت أن م $\leq \int_{-٣}^{٣} \sqrt{٩ - س^{٢}}$ ءس $\leq$ ك ، فجد أكبر قيمة ممكنة للثابت م ، وأصغر قيمة ممكنة للثابت ك تحقق المتباينة دونَ حساب قيمة $\int_{-٣}^{٣} \sqrt{٩ - س^{٢}}$ ءس

الحل

$$-٣ \leq س \leq ٣$$
$$٠ \leq س^{٢} \leq ٩$$
$$٠ \geq -س^{٢} \geq -٩$$
$$٩ \geq ٩ - س^{٢} \geq ٩ - ٩$$
$$٩ \geq ٩ - س^{٢} \geq ٠$$
$$٣ \geq \sqrt{٩ - س^{٢}} \geq ٠$$
$$\int_{-٣}^{٣} ٠ ءس \leq \int_{-٣}^{٣} \sqrt{٩ - س^{٢}} ءس \leq \int_{-٣}^{٣} ٣ ءس$$

م = صفرًا ، ك = ١٨

١١) إذا كان ق اقتران كثير حدود من الدرجة الثانية ، وكان ق(٠) = ٥ ، قً(س) = ٤ ،

$\int_{٠}^{١}$ قَ(س) ءس = ٣ ، فجد قاعدة الاقتران ق.

الحل

ق (س) = ٢س٢ + س + ٥

---

١٢) جد كثير حدود ق(س) من الدرجة الأولى بحيث $\int_{-١}^{١}$ ق(س) ءس = ٤ ، $\int_{١}^{٣}$ ق(س) ءس = ٢

الحل

ق (س) = −٠,٥ س + ٢