إجابات تمارين ومسائل الدرس

التكامل المحدود - إجابات دليل المعلم

١) احسب قيمة كلٍّ من التكاملات الآتية:

أ) $\int_{٢}^{٨} \frac{١}{\text{س}^{٢}} \, \text{ءس}$

ب) $\int_{٠}^{٣} (\text{س}^{٢} - |\text{س} - ١|) \, \text{ءس}$

جـ) $\int_{\frac{\pi}{٤}}^{\frac{\pi}{٢}} \text{جا}٢\text{س} \, \text{ءس}$

د) $\int_{\frac{\pi}{٢}}^{٠} (\text{س} + \text{جتاس}) \, \text{ءس}$

هـ) $\int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}} \frac{\sqrt{١ + \text{جا}٢\text{س}}}{\text{جاس} + \text{جتاس}} \, \text{ءس}$

و) $\int_{٢}^{٢} (٩\text{س} - ٧)^{٥} \, \text{ءس}$

ز) $\int_{-١}^{٣} (\text{س} - ١)(\text{س}^{٢} + \text{س} + ١) \, \text{ءس}$

ح) $\int_{٠}^{١} \sqrt{\text{س}} \, (\sqrt{\text{س}} + ٢)^{٢} \, \text{ءس}$

ط) $\int_{٢}^{٤} \frac{١}{(\text{س} - ١)^{٢}} \, \text{ءس}$

ي) $\int_{١}^{٣} \frac{٢\text{س}^{٣} - ٤\text{س}^{٢} + ٥}{\text{س}^{٢}} \, \text{ءس}$

ك) $\int_{٢}^{٣} \sqrt{٩\text{س}^{٢} - ١٢\text{س} + ٤} \, \text{ءس}$

ل) $\int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}} (\text{جتاس} - \text{جاس}) \, \text{ءس}$

الحل

أ) $\frac{٣}{٨}$ ب) $\frac{١٣}{٢}$ جـ) $\frac{١}{٢}$ د) $\frac{-\pi^{٢}}{٨} - ١$

هـ) $\frac{\pi}{٢}$ و) صفر ز) ١٦ ح) $\frac{٧٦}{١٥}$

ط) $\frac{٢}{٣}$ ي) $\frac{١٠}{٣}$ ك) $\frac{١١}{٢}$ ل) صفر

---

٢) إذا كان $\text{ق(س)} = \int_{٠}^{-٢} (٤ \, \text{ءس} - ٣\text{س}^{٢}) \, \text{ءس}$ ، فجد $\text{قَ}(-١)$.

الحل

-١١

---

٣) إذا كان $\int_{\text{ب}}^{٢} ٢\text{ب} \, \text{ءس} = -٣٠$، حيث ب ∈ ح ، فجد قيمة الثابت ب .

الحل

ب = ٥، -٣

٤) إذا كان $\int_{٠}^{جـ}$ س(١ − س) ءس = ٠ ، حيث جـ ∈ ح ، فجد قيمة جـ .

الحل

جـ = صفر، ١,٥

٥) إذا كان $\int_{-١}^{٣}$ (٣س^{٢} − ٢ $\int_{٠}^{جـ}$ ٣م ءم) ءس = −٢٠ ، فجد قيمة الثابت جـ.

الحل

جـ = ٢، −٢

٦) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} -س &، \quad -٣ < س \leq ٠ \\ س &، \quad ٠ < س \leq ٤ \end{cases}$ ، فجد $\int_{-٣}^{٤}$ ق(س) ءس

الحل

١٢,٥

٧) إذا كان $\int_{٢}^{ب}$ (٢س−٣) ءس = ٢٠، فجد قيمة الثابت ب.

الحل

ب = ٦، −٣

٨) إذا كان $\int_{١}^{٣}$ (٢ق(س) + $\frac{١}{س^{٢}}$ −٦) ءس = ١٢ ، فجد $\int_{١}^{٣}$ ($\frac{ق(س)}{٢}$ − س^{٢}) ءس

الحل

$\frac{-١٧}{٦}$

٩) دون حساب تكامل المقدار $\int_{٠}^{\pi} \frac{١}{٣\text{جتا}^{٢}\text{س} + ٢}\,\text{ءس}$ بيّن أنَّ

$$\frac{\pi}{٥} \le \int_{٠}^{\pi} \frac{١}{٣\text{جتا}^{٢}\text{س} + ٢}\,\text{ءس} \le \frac{\pi}{٢}$$

الحل

$$-١ \le \text{جتاس} \le ١$$

$$٠ \le \text{جتا}^{٢}\text{س} \le ١$$

$$٠ \le ٣\text{جتا}^{٢}\text{س} \le ٣$$

$$٢ \le ٢ + ٣\text{جتا}^{٢}\text{س} \le ٥$$

$$\frac{١}{٢} \ge \frac{١}{٢+٣\text{جتا}^{٢}\text{س}} \ge \frac{١}{٥}$$

$$\frac{١}{٥} \le \frac{١}{٢+٣\text{جتا}^{٢}\text{س}} \le \frac{١}{٢}$$

$$\int_{٠}^{\pi} \frac{١}{٥}\,\text{ءس} \le \int_{٠}^{\pi} \frac{١}{٢+٣\text{جتا}^{٢}\text{س}}\,\text{ءس} \le \int_{٠}^{\pi} \frac{١}{٢}\,\text{ءس}$$

$$\frac{\pi}{٥} \le \int_{٠}^{\pi} \frac{١}{٢+٣\text{جتا}^{٢}\text{س}}\,\text{ءس} \le \frac{\pi}{٢}$$

---

١٠) إذا علمت أن $\text{م} \le \int_{-٣}^{٣} \sqrt{٩-\text{س}^{٢}}\,\text{ءس} \le \text{ك}$ ، فجد أكبر قيمة ممكنة للثابت م ، وأصغر قيمة ممكنة للثابت ك تحقق المتباينة دونَ حساب قيمة $\int_{-٣}^{٣} \sqrt{٩-\text{س}^{٢}}\,\text{ءس}$

الحل

$$-٣ \le \text{س} \le ٣$$

$$٠ \le \text{س}^{٢} \le ٩$$

$$-٩ \le -\text{س}^{٢} \le ٠$$

$$٩-٩ \le ٩-\text{س}^{٢} \le ٩$$

$$٠ \le ٩-\text{س}^{٢} \le ٩$$

$$٠ \le \sqrt{٩-\text{س}^{٢}} \le ٣$$

$$\int_{-٣}^{٣} ٠\,\text{ءس} \le \int_{-٣}^{٣} \sqrt{٩-\text{س}^{٢}}\,\text{ءس} \le \int_{-٣}^{٣} ٣\,\text{ءس}$$

م = صفرًا ، ك = ١٨

١١) إذا كان ق اقتران كثير حدود من الدرجة الثانية ، وكان ق(٠) = ٥ ، قً(س) = ٤،

$\int_{٠}^{١}$ قَ(س) دس = ٣ ، فجد قاعدة الاقتران ق.

الحل

ق (س) = ٢س^{٢} + س + ٥

١٢) جد كثير حدود ق(س) من الدرجة الأولى بحيث $\int_{-١}^{١}$ ق(س) دس = ٤ ، $\int_{١}^{٣}$ ق(س) دس = ٢

الحل

ق (س) = −٠,٥ س + ٢