

حلول التمارين

السؤال الأول :

إذا كان $ق (س) = \frac{3}{س} + س^2$ ، جد :

أ) التغير في الاقتران $ق (س)$ عندما تتغير $س$ من 3 إلى 5 .

ب) متوسط التغير في الاقتران $ق (س)$ عندما تتغير $س$ من 1 إلى 4 .

الحل :

أ) $\Delta ق (س) = ق (س_2) - ق (س_1) = ق (5) - ق (3)$

$$= \left(\frac{3}{5} + 25 \right) - \left(\frac{3}{3} + 9 \right) =$$

$$= \left(\frac{3}{5} + 25 \right) - (10 + 9) =$$

$$= \frac{3}{5} + 25 - 19 = \frac{3}{5} + 6 = \frac{33}{5}$$

ب) متوسط التغير = $\frac{\Delta ق}{\Delta س} = \frac{ق (س_2) - ق (س_1)}{س_2 - س_1} = \frac{ق (4) - ق (1)}{4 - 1}$

$$= \frac{\left(\frac{3}{4} + 16 \right) - (1 + 1)}{4 - 1} = \frac{\left(\frac{3}{4} + 16 \right) - 2}{3} =$$

$$= \frac{\frac{3}{4} + 16 - 2}{3} = \frac{\frac{3}{4} + 14}{3} = \frac{57}{12} = \frac{19}{4}$$

السؤال الثاني :

إذا كان q (س) = جتا ٣ - جتا ٣ جاس جد متوسط التغير في الاقتران q (س) في الفترة $[\frac{\pi}{2}, \pi]$.

الحل :

$$\text{متوسط التغير} = \frac{\Delta v}{\Delta s} = \frac{v(\frac{\pi}{2}) - v(\pi)}{\frac{\pi}{2} - \pi}$$

$$= \frac{(\text{جتا } 3 - \frac{\pi}{2} \text{ جا } 3) - (\pi \text{ جتا } 3 - \pi)}{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{4}{\pi}$$

السؤال الثالث :

$$\left. \begin{array}{l} 6 - s \\ s^2 + 2s \end{array} \right\} = (s) \text{ إذا كان ق (س) ، } \begin{array}{l} s > 2 \\ s \leq 2 \end{array}$$

وكان متوسط التغير للاقتان ق (س) عندما تتغير س من (1) إلى (أ) ، $2 < أ$ ، يساوي 9 ، احسب قيمة أ .

الحل :

$$9 = \frac{v(1) - v(1)}{1 - 1} = \frac{\Delta v}{\Delta s} = \text{متوسط التغير}$$

$$9 = \frac{(1-6) - 2 + 2}{1-1}$$

$$9 = \frac{5 - 22}{1-1}$$

$$\therefore 9 - 22 = 5 - 22 \implies 9 - 22 = 5 - 22$$

$$\therefore (1 - 22) (4 - 2) = 0 \implies \text{إما } 2 = \frac{1}{4} \text{ وهذه قيمة مرفوضة لأن } 2 < 4$$

أو $4 = 2$ وهي القيمة الصحيحة.

∴ قيمة $2 = 4$

السؤال الرابع :

إذا كان متوسط التغير للاقتران ق (س) في الفترة [١ ، ٣] يساوي (٤) ، وكان ك (س) = س^٢ + ٣ ق (س) ، جد متوسط التغير للاقتران ك (س) في نفس الفترة.

الحل :

$$\text{متوسط التغير} = \frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} = \frac{\text{ص} - (٣) - \text{ص} - (١)}{١ - ٣} = \text{ع} \text{ ومنه } ٨ = (١) - (٣)$$

$$\text{متوسط التغير للاقتران ك (س)} = \frac{\text{ك} - (٣) - \text{ك} - (١)}{١ - ٣} = \frac{((١) - (٣) + ٣) - ((٣) - (١) + ٣)}{١ - ٣}$$

$$= \frac{٨ \times ٣ + ٨}{٢} = \frac{((١) - (٣) + ٣) - ((٣) - (١) + ٣)}{٢} = \frac{(١) - (٣) - ١ - (٣) + ٣ + ٩}{٢} = ١٦$$

السؤال الخامس :

إذا قطع المستقيم ل منحنى الاقتران ق (س) في النقطتين (١ ، أ) ، (٣ ، ب) وصنع زاوية قياسها ١٣٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات. احسب متوسط التغير في الاقتران ه (س) = ٣ ق (س) + س^٢ - ١ في الفترة [١ ، ٣].

الحل :

$$\text{ق (١) = أ ، ق (٣) = ب ، } \frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} = \frac{\text{ص} - (٣) - \text{ص} - (١)}{١ - ٣} = \text{ظا } ١٣٥^\circ = -١$$

$$\therefore \frac{\text{ب} - \text{أ}}{٢} = -١ \Rightarrow \text{ب} - \text{أ} = -٢$$

$$\frac{\Delta \text{ه}}{\Delta \text{س}} = \frac{\text{ه} - (٣) - \text{ه} - (١)}{١ - ٣} = \frac{(١ - ١ + (١) - (٣)) - (١ - ٩ + (٣) - (١))}{٢} = \frac{\Delta \text{ه}}{\Delta \text{س}}$$

$$= \frac{(١) - (٣) - ١ - (٣) + ٩ + (١) - (٣)}{٢} = \frac{(١) - (٣) - ١ - (٣) + ٩ + (١) - (٣)}{٢} = ١$$

السؤال السادس :

يتحرك جسم في خط مستقيم بحيث أن بعده ف بالأمتار عن نقطة الانطلاق بعد ن من الثواني يُعطى بالعلاقة ف = ق (ن) = ن² + ب ن ، وكانت السرعة المتوسطة في الفترة [١ ، ٣] تساوي ٦ م/ث. فما قيمة الثابت ب ؟

الحل :

$$٦ = \frac{[٣+١]-ب٣+٩}{٢} \iff ٦ = \frac{(١)٧ - (٣)٧}{١-٣} = \frac{\Delta ف}{\Delta ن}$$

$$٢ = ب \iff ٤ = ب٢ \iff ١٢ = ٨ + ب٢$$

السؤال السابع :

إذا كان ق (س) = أس^٢ + ب س + ج . أثبت أن متوسط التغير للاقتران ق (س) عندما تتغير س من (٢) إلى (ن) يساوي أ (ن + ٢) + ب

الحل :

$$\frac{(ج+ب٢+١٤)- (ج+ب٧+٢٧١)}{٢-٧} = \frac{(٢)٧ - (٧)}{٢-٧} = \frac{\Delta ص}{\Delta س}$$

$$\frac{ب٢-١٤-٢٧١}{٢-٧} = \frac{ب٢-١٤-٢٧١}{٢-٧} =$$

$$ب + (٢+٧)١ = \frac{(ب + (٢+٧)١)(٢-٧)}{٢-٧} = \frac{(٢-٧)ب + (٢+٧)(٢-٧)١}{٢-٧} =$$

السؤال الثامن :

- أ) إذا كان q (س) = $s + h^{s+1}$ ، h (العدد النيبيري)
 جد متوسط التغير في الاقتران q (س) عندما تتغير s من (0) إلى (1)
 ب) إذا كان متوسط التغير للاقتران q (س) = $s + \log_s v$ ، $s < v$.
 عندما تتغير s من 1 إلى h يساوي $\frac{h-3}{h-1}$ ، احسب قيمة v .

الحل :

$$\text{أ) } \frac{\Delta v}{\Delta s} = \frac{v(0) - v(1)}{0 - 1} = \frac{v - (h^{s+1} + s)}{-1} = h^{s+1} + s - 1$$

$$\text{ب) } \frac{\Delta v}{\Delta s} = \frac{v(1) - v(h)}{1 - h} = \frac{1 + \log_1 v - (h + \log_h v)}{1 - h} = \frac{1 - h + \log_1 v - \log_h v}{1 - h}$$

$$\therefore \frac{h-3}{h-1} = \frac{1-h+\log_1 v}{1-h} \quad \text{ومنه } h-3 = 1-h+\log_1 v \quad \text{ومنه } \log_1 v = 2-h$$