

## إجابات تدريبات الدرس

### التكامل بالتعويض

#### تدريب ١

جد قيمة التكامل الآتي:  $\int (2s^3 + 4s^2) ds$

#### الحل

$$\text{نفرض أن } s = u$$

$$3s^2 + 4s = \frac{ds}{du}$$

$$ds = \frac{ds}{du} \cdot du$$

$$\int (2s^3 + 4s^2) ds = \int (2u^3 + 4u^2) \frac{ds}{du} du$$

$$\int (2u^3 + 4u^2) du = \frac{2u^4}{4} + \frac{4u^3}{3} + C$$

$$= \frac{1}{2} u^4 + \frac{4}{3} u^3 + C$$

**تدريب ٢**

حلّ الفرع (٤) من المثال (٢) باستخدام قيم ص بالتعويض في حدود التكامل.  
جد قيمة التكامل الآتي:

$$(٤) \int_1^3 \frac{1}{1+\sqrt{5x}} dx$$

**الحل**

$$0 = \frac{dx}{\sqrt{5x}} \Leftrightarrow 1 + \sqrt{5x} = u$$

$$\cdot \quad dx = \frac{2\sqrt{5x}}{5} du \Leftrightarrow$$

$$\text{عندما } u = 3 \leftarrow x = 1 \Rightarrow 16 = 1 + 2 \times 5 = u^2$$

$$\text{عندما } u = 1 \leftarrow x = 0 \Rightarrow 1 = 1 + 0 \times 5 = u^2$$

$$\int_1^3 \frac{1}{1+\sqrt{5x}} dx = \int_{16}^1 \frac{1}{u} \cdot \frac{2\sqrt{5x}}{5} du$$

$$= \int_{16}^1 \frac{2\sqrt{5x}}{5u} du = \int_{16}^1 \frac{2\sqrt{5x}}{5} \frac{1}{u} du$$

$$\frac{2}{5} = 3 - x \times \frac{2}{5} = (4-1) \times \frac{2}{5} = (16-1) \times \frac{2}{5}$$



(٤)  $\int \frac{2x^2 - 1}{x^2 - 1} dx$

$$\begin{aligned} u &= x^2 - 1 \\ \frac{du}{dx} &= 2x \\ du &= 2x dx \end{aligned}$$

$\int \frac{2x^2 - 1}{x^2 - 1} dx$

$= \int \frac{u + 1}{u} du$

$= \int \left( \frac{u}{u} + \frac{1}{u} \right) du$

$= \int \left( 1 + \frac{1}{u} \right) du$

(٣)  $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$

$$\begin{aligned} u &= 1 - x^2 \\ \frac{du}{dx} &= -2x \\ du &= -2x dx \end{aligned}$$

$= \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \int \frac{1}{\sqrt{u}} \cdot \frac{-1}{2x} dx$

$= -\frac{1}{2} \int \frac{1}{\sqrt{u}} \cdot \frac{du}{-2x} = \frac{1}{4} \int \frac{du}{\sqrt{u}}$

$= \frac{1}{4} \left[ \frac{2}{1} \sqrt{u} \right] = \frac{1}{2} \sqrt{1-x^2} + C$

(٤)  $\int \frac{1}{1+x^2} dx$

$= \int \frac{1}{1+u} du = \ln|1+u| + C$

$= \ln|1+x^2| + C$

$= \ln|1+x^2| + C$

$= \ln|1+x^2| + C$

تدريب ٤

جد قيمة كل تكامل مما يأتي:

$$(1) \int (أس + ب)^\theta دس، حيث أ، ب ثابتان، أ \neq 0، ن \neq 1$$

$$(2) \int جتا(أس + ب) دس، حيث أ، ب ثابتان، أ \neq 0$$

الحل

$$(1) \int (أس + ب)^\theta دس = \frac{(أس + ب)^{\theta+1}}{أ(\theta+1)}$$

$$(2) \int جتا(أس + ب) دس = \frac{سب(أس + ب) - بجا(أس + ب)}{أ}$$

تدريب ٥

جد قيمة كل تكامل مما يأتي:

$$(1) \int (أس^2 - 1) دس$$

$$(2) \int ١٢جا(أس^4 - 1) دس$$

الحل

$$(1) \int (أس^2 - 1) دس = \frac{أس^3}{3} - س$$

$$(2) \int ١٢جا(أس^4 - 1) دس = \frac{١٢س(أس^4 - 1)}{4}$$

$$٣ جتا(أس^4 - 1) دس$$