

## إجابات تدريبات الدرس

### التكامل بالتعويض

#### تدريب ١

جد قيمة التكامل الآتي:  $\int (2s^3 + 4s^2) ds$

#### الحل

$$\text{نفرض أن } s = u \Rightarrow ds = du$$

$$2s^3 + 4s^2 = 2u^3 + 4u^2$$

$$\int (2u^3 + 4u^2) du$$

$$= \frac{2u^4}{4} + \frac{4u^3}{3} + C$$

$$= \frac{1}{2}u^4 + \frac{4}{3}u^3 + C$$

$$= \frac{1}{2}(2s^4 + 4s^3) + C$$

تدريب ٢

حلّ الفرع (٤) من المثال (٢) باستخدام قيم ص بالتعويض في حدود التكامل.  
جد قيمة التكامل الآتي:

$$(٤) \int_1^3 \frac{1}{1+\sqrt{5x}} dx$$

الحل

$$0 = \frac{5x}{5} \Leftrightarrow 1 + \sqrt{5x} = 0$$

$$\cdot \sqrt{5x} = -1$$

$$\text{عندما } \sqrt{5x} = 3 \leftarrow 1 + 3 \times 5 = 16$$

$$\text{عندما } \sqrt{5x} = 1 \leftarrow 1 + 1 \times 5 = 6$$

$$\int_1^3 \frac{1}{1+\sqrt{5x}} dx = \int_6^{16} \frac{1}{u} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} du$$

$$= \frac{1}{\sqrt{5}} \left[ \ln|u| \right]_6^{16} = \frac{1}{\sqrt{5}} (\ln 16 - \ln 6)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{5}} \ln \frac{16}{6} = \frac{1}{\sqrt{5}} \ln \frac{4}{3}$$

**تدريب ٣**

جد قيمة كل من التكاملات الآتية:

$$(1) \int 3s^2(1+s^2)^{-5} ds$$

$$(2) \int 2s \sqrt{s^2-1} ds$$

$$(3) \int (4s-1) \sqrt{s^2-2s-1} ds$$

$$(4) \int \frac{1}{\sqrt{s+1}} ds$$

**الحل**

$$(1) \int 3s^2(1+s^2)^{-5} ds$$

$$= \int 3s^2 \cdot (1+s^2)^{-5} ds$$

$$= \int 3s^2 (1+s^2)^{-5} ds$$

$$= \int 3s^2 (1+s^2)^{-5} ds$$

$$= \int 3s^2 (1+s^2)^{-5} ds$$

$$\begin{aligned} u &= 1+s^2 \\ du &= 2s ds \\ ds &= \frac{du}{2s} \end{aligned}$$

(٤)  $\int \frac{2x^2 - 1}{x^2 - 1} dx$

$\frac{2x^2 - 1}{x^2 - 1} = \frac{2x^2 - 2x^2 + 2x^2 - 1}{x^2 - 1}$

$= \frac{2x^2 - 2x^2 + 2x^2 - 1}{x^2 - 1} = \frac{2x^2 - 1}{x^2 - 1}$

$= 2 + \frac{1}{x^2 - 1}$

$= 2 + \frac{1}{(x-1)(x+1)}$

$u = x^2 - 1$   
 $\frac{du}{dx} = 2x$   
 $dx = \frac{du}{2x}$

(٣)  $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2-4x}} dx$

$u = 1 - x^2 - 4x$   
 $\frac{du}{dx} = -2x - 4$   
 $dx = \frac{du}{-2x - 4}$

$= \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2-4x}} dx = \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2-4x}} dx$

$= \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2-4x}} dx = \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2-4x}} dx$

$= \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2-4x}} dx = \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2-4x}} dx$

$= \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2-4x}} dx$

$= \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2-4x}} dx$

$= \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2-4x}} dx$

$= \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2-4x}} dx$

$= \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2-4x}} dx$

تدريب ٤

جد قيمة كل تكامل مما يأتي:

$$(1) \int (أس + ب)^\theta دس، حيث أ، ب ثابتان، أ \neq 0، ن \neq 1$$

$$(2) \int جتا(أس + ب) دس، حيث أ، ب ثابتان، أ \neq 0$$

الحل

$$(1) \int (أس + ب)^\theta دس = \frac{(أس + ب)^{\theta+1}}{أ(\theta+1)}$$

$$(2) \int جتا(أس + ب) دس = \frac{سب(أس + ب) - سب(أس + ب)}{أ}$$

تدريب ٥

جد قيمة كل تكامل مما يأتي:

$$(1) \int (أس^2 - 1) دس$$

$$(2) \int ١٢جا(أس^4 - 1) دس$$

الحل

$$(1) \int (أس^2 - 1) دس = \frac{أس^3}{3} - س = \frac{أس^3 - 3س}{3}$$

$$(2) \int ١٢جا(أس^4 - 1) دس = \frac{١٢جا(أس^4 - 1)}{4} = ٣جا(أس^4 - 1)$$