

إجابات أسئلة الدرس

القيم القصوى



(١) جد القيم القصوى (العظمى والصغرى) المحلية (إن وجدت) لكل مما يأتي:

أ) ق (س) = $س^3 - 3س + 1$

ب) ل (س) = $س^4 - 2س^2 + 2$

ج) هـ (س) = $س^2 + 4$

د) ك (س) = $س^3 - 2س^2 - 4س + 8$

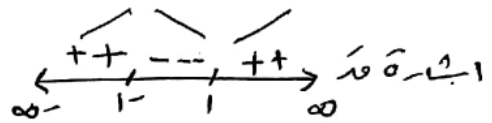
الحل

أ) عند (س) = $س^3 - 3س + 1$

عند (س) = $س^3 - 3س$

$س^3 - 3س = 3 \iff س^3 = 3 \iff س = \sqrt[3]{3}$

$س = 1 \iff س = -1$



عند $س = 1$ فإن عظمى عليه هي

عند $س = 1$ = $(1-1) = 1 + (1-3) = 3$

عند $س = -1$ فإن صغرى محلية هي

عند $س = -1$ = $(-1-1) = 1 + (-1-3) = -1$



(ب) ل (س) = ٤س^٣ - ٦س^٢ + ٢

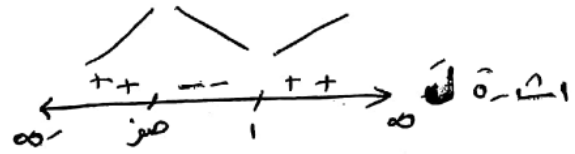
ل' (س) = ١٢س^٢ - ١٢س

١٢س^٢ - ١٢س = ٠

١٢س(س - ١) = ٠

$\frac{١٢س}{١٢} = \frac{١٢(س-١)}{١٢} \Rightarrow \boxed{س = ١}$

س - ١ = ٠ $\Rightarrow \boxed{س = ١}$



عند س = ١ = هنز يتبعه علامة موجبة هي ل(١) = ٢

عند س = ٢ = يتبعه صفرى محلياً هي

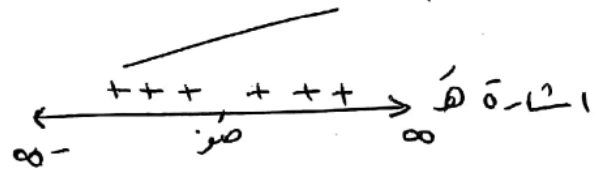
ل(١) = ٢ = ٤(١)^٣ - ٦(١)^٢ + ٢

= ٤ - ٦ + ٢ = ٠ = هنز

(ج) ه (س) = ٤س^٣ + ٤

ه' (س) = ١٢س^٢

$\frac{١٢س^٢}{١٢} = \frac{١٢(س-٢)(س+٢)}{١٢} \Rightarrow \boxed{س = ٢}$



اللاقرانه ه (س) قترابه على (-infinity, infinity) لا يوجد قيم صغرى

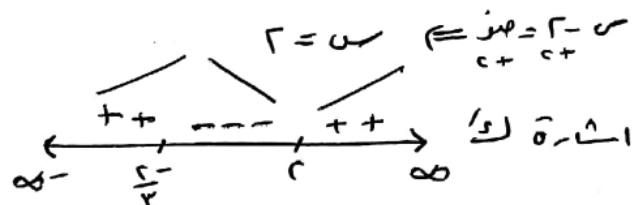
(د) ل (س) = ٣س^٣ - ٤س^٢ + ٨

ل' (س) = ٩س^٢ - ٨س

٩س^٢ - ٨س = ٠

٩س(س - ٨/٩) = ٠

$\frac{٩س}{٩} = \frac{٩(س-٨/٩)}{٩} \Rightarrow \boxed{س = ٨/٩}$



عند $s = \frac{2}{3}$ قيمة c هي

$$8 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^4$$

$$8 + \frac{4}{9} + \frac{4}{9} - \frac{8}{27} =$$

$$\frac{207}{27} = \frac{217}{27} + \frac{10}{27} + \frac{10}{27} - \frac{8}{27} =$$

عند $s = 2$ قيمة c هي (2)

$$8 + 2 \times 4 - 2^3 = (2)^4$$

$$c = 8 + 8 - 8 - 8 =$$

٢) جد القيم القصوى (العظمى والصغرى) المحلية (إن وجدت) لكل مما يأتي باستخدام اختبار المشتقة الثانية:

أ) $c(s) = s^2 - 8$

ب) $c(s) = s^2 + 4$

ج) $c(s) = 2s^2 - 6s$

الحل

أ) $c'(s) = 2s - 8 = 0$

$s = 4$

$c''(s) = 2 > 0$ عند $s = 4$

$c(4) = 16 - 8 = 8$

ب) $c'(s) = 2s = 0$ عند $s = 0$

$c''(s) = 2 > 0$ عند $s = 0$

$c(0) = 0 + 4 = 4$

$c'(s) = 4s - 6 = 0$

$s = \frac{3}{2}$

$c''(s) = 4 > 0$ عند $s = \frac{3}{2}$

$c\left(\frac{3}{2}\right) = 2\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 6\left(\frac{3}{2}\right) = 0$ عند $s = \frac{3}{2}$

ج) عند $s = 6$ ، $v = 6 - 6 = 0$

عند $s = 7$ ، $v = 7 - 6 = 1$

$$\frac{7}{6} = \frac{6 - 6}{6} \Rightarrow \frac{6 - 6}{6} = \frac{6 - 6}{6}$$

عند $s = 1$ ، $v = 1 - 6 = -5$

عند $s = 12$ ، $v = 12 - 6 = 6$

عند $s = 12$ ، $v = 12 - 6 = 6$ ، $v = 12 - 6 = 6$

عند $s = 12$ ، $v = 12 - 6 = 6$ ، $v = 12 - 6 = 6$

عند $s = 12$ ، $v = 12 - 6 = 6$

٣) اعتماداً على الشكل (٣-١٢) الذي يمثل منحنى المشتقة الأولى للاقتزان ق، حيث

ق(٢) = ق(٥) = ٥ صفرًا، جد كلاً مما يأتي:

أ) قيم س الحرجة للاقتزان ق.

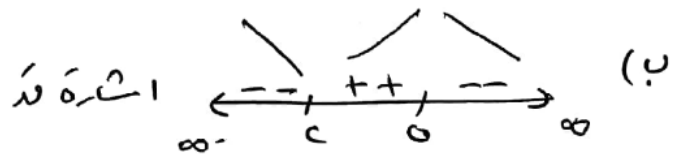
ب) فترات التزايد والتناقص للاقتزان ق.

ج) نقط القيم القصوى المحلية للاقتزان ق مُحدِّدًا نوعها.

الحل

أصفاً المشتقة الأولى

هـ { ٢ ، ٥ } وهي التقاطح الحرجة

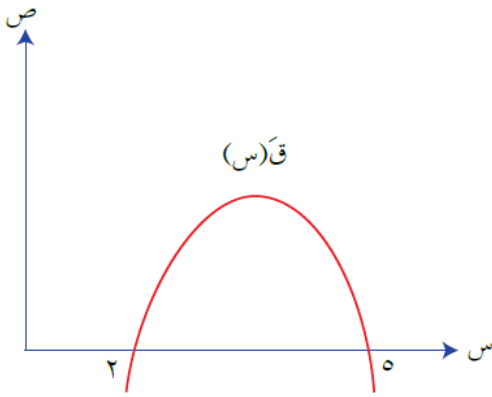


ب) فترات التزايد: $[-2, 5]$ ، فترات التناقص: $[5, \infty)$

ج) عند $s = 2$ ، $v = 2 - 6 = -4$ هي نقطة صغرى محلية.

عند $s = 5$ ، $v = 5 - 6 = -1$ هي نقطة عظمى محلية.

عند $s = 12$ ، $v = 12 - 6 = 6$ هي نقطة عظمى محلية.



الشكل (٣-١٢).

٤) إذا كان للاقتران $Q(s) = 3s^2 - 2s + 4$ قيمة حرجة عندما $s = 2$ ، فجد قيمة الثابت أ.

الحل

$$Q(s) = 3s^2 - 2s + 4$$

$$\text{قيمة حرجة عند } s = 2 \Rightarrow Q'(2) = 0$$

$$Q'(s) = 6s - 2$$

$$Q'(2) = 6 \times 2 - 2$$

$$0 = 12 - 2$$

$$\boxed{12 = 2} \quad 12 - 2 = 10$$