

إجابات تدريبات الدرس

التقعر

تدريب ١

جد فترات التقعر للأسفل وللأعلى لمنحنى الاقتران ق،
حيث ق(س) = س^٤ - ٦س^٣ + ١٢س^٢ - ٥س + ٥.

الحل

$$ق'(س) = 4س^3 - 18س^2 + 24س - 5$$

$$ق'(س) = 0 \Rightarrow 4س^3 - 18س^2 + 24س - 5 = 0 \quad (\text{نقسم على } 12)$$

$$س^3 - ٤.٥س^2 + ٢س - ٠.٤١٦٦٦٦ = 0$$

$$س^3 - ٤(س - ١)(س - ٢) = 0$$

$$س = ١, ٢, ٠.٤١٦٦٦٦$$



مقعر للأعلى في $[0, 2]$ ، $[1, 0.416666]$

مقعر للأسفل في $[0.416666, 1]$

تدريب ٢

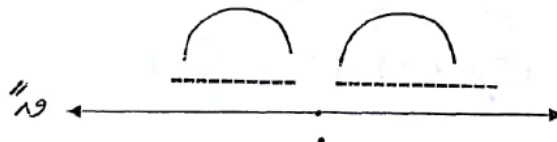
ليكن ق(س) = س^٣، جد مجالات التقعر لمنحنى الاقتران ق.

الحل

$$ق'(س) = 3س^2 = 0$$

$$ق'(س) = 0 \Rightarrow 3س^2 = 0 \Rightarrow س = 0$$

ق غير موجودة عند س = 0



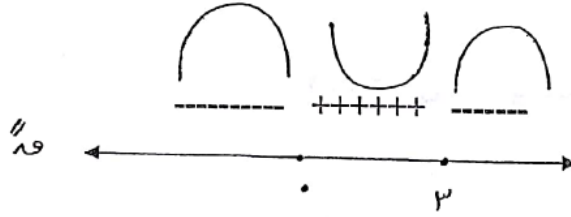
ق مقعر للأسفل على ح

تدريب ٣

إذا كان ق(س) = ٦س^٢ - ٤س^٤، فجد نقط الانعطاف لمنحنى الاقتران ق (إن وُجدت).

الحل

$$\begin{aligned} \text{ق}''(س) &= ١٢س - ١٦س^٣ \\ ٠ &= ١٢س - ١٦س^٣ \\ ١٢س(١ - ٤س^٢) &= ٠ \end{aligned}$$



نقط الانعطاف (٠، ٠) ، (٣، ١٢)

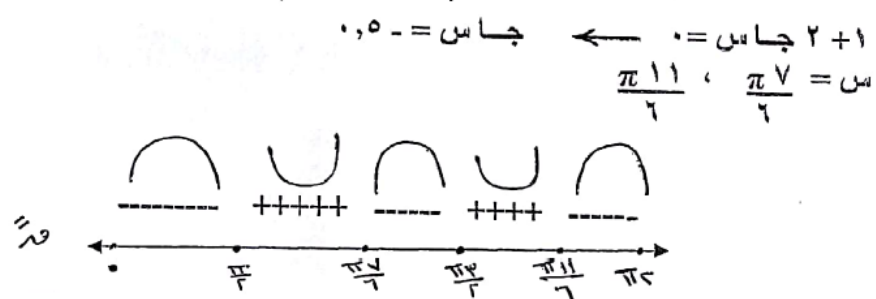
تدريب ٤

حلّ المسألة الواردة في بداية الدرس.

إذا كان ق(س) = ٢جتا س + ١/٢ جا ٢س، فجد نقط الانعطاف لمنحنى الاقتران ق.

الحل

$$\begin{aligned} \text{ق}''(س) &= ٢-٢جتا س \\ ٠ &= ٢-٢جتا س \\ ٢جتا س &= ٢ \\ \text{جتا س} &= ١ \end{aligned}$$



نقط الانعطاف (٠، ٢.٥) ، (٢٠، ٢.٥) ، (١٠، ١) ، (٣٠، ١) ، (٢٠، ٢.٥) ، (٣٠، ١) ، (٤٠، ٢.٥) ، (٤٠، ٢.٥)

تدريب ٥

ليكن ق(س) = $s^3 - 2s + 3$ ، جد نقط القيم القصوى المحلية للاقتزان ق باستخدام اختبار المشتقة الثانية.

الحل

$$\begin{aligned} \text{ق''(س)} &= 3s^2 - 2 = 0 \\ 3s^2 - 2 &= 0 \\ 3s^2 &= 2 \\ s^2 &= \frac{2}{3} \\ s &= \pm \sqrt{\frac{2}{3}} \end{aligned}$$

ق''(٢) = $3 \times 2^2 - 2 = 10 > 0$ ، صغرى محلية للاقتزان ق عند $s = 2$ هي ق(٢) = 13 .

ق''(-٢) = $3 \times (-2)^2 - 2 = 10 > 0$ ، عظمى محلية للاقتزان ق عند $s = -2$ هي ق(-٢) = 19 .