

إجابات أسئلة الدرس

الاشتقاق الضمني

(١) جد $\frac{dy}{dx}$ لكل مما يأتي :

أ) $x^2 + 4y^2 = 16$

ب) $x^2 + 3y^2 = 3$

ج) $x^2 + 3y^2 = 3$

د) $x^2 + 3y^2 = 3$

الحل

أ) $x^2 + 4y^2 = 16$

$$\frac{d}{dx}(x^2 + 4y^2) = \frac{d}{dx}(16)$$

$$2x + 8y \frac{dy}{dx} = 0$$

$$8y \frac{dy}{dx} = -2x$$

ب) $x^2 + 3y^2 = 3$

$$\frac{d}{dx}(x^2 + 3y^2) = \frac{d}{dx}(3)$$

$$2x + 6y \frac{dy}{dx} = 0$$

$$(ج) \quad 1 \times c + c' s = c' c^3 + c^3 c'$$

$$c^3 - c = c' s - c' c^3$$

$$\frac{c^3 - c}{s - c^3} = \frac{(s - c^3) c'}{s - c^3}$$

$$\frac{c^3 - c}{s - c^3} = c'$$

$$(د) \quad \text{حيث } (s) = (s + c) = c^2$$

$$s = c' \text{ حيث } (s) = c + c' \text{ حيث } (s) = c^2$$

$$\frac{s - c' \text{ حيث } (s) = c^2}{s \text{ حيث } (s) = c^2} = c'$$

$$\frac{s - c' \text{ حيث } (s) = c^2}{s \text{ حيث } (s) = c^2} = c'$$

$$\frac{s - c' \text{ حيث } (s) = c^2}{s \text{ حيث } (s) = c^2} = c'$$

(٢) جد $\frac{y^2}{x^2}$ لكل مما يأتي :

(ب) $4x^2 + 3y^2 = 16$
 (د) $\sqrt{y} = x + 2$

أ) $(x^2 - 4)^2 = 4$
 ج) $x = 3y$

الحل

أ) $x^2 - 4 = y^2$
 $\frac{d}{dx}(x^2 - 4) = \frac{d}{dx}(y^2)$
 $2x = 2y \frac{dy}{dx}$
 $x = y \frac{dy}{dx}$
 $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}$
 ج) $x = 3y$
 $\frac{d}{dx}(x) = \frac{d}{dx}(3y)$
 $1 = 3 \frac{dy}{dx}$
 $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{3}$

$$\frac{1}{y^2} + \frac{1}{y} - \frac{2x-1}{y^3} = 0$$

(ب) $0 = 2x - 1 + y^2 + y^3$

$$2x - 1 = -y^2 - y^3$$

$$\frac{2x - 1}{2} = -\frac{y^2 + y^3}{2}$$

$$x - \frac{1}{2} = -\frac{y^2 + y^3}{2}$$

$$\frac{2x - 1}{2} = -\frac{y^2 + y^3}{2}$$

$$\frac{2x - 1}{2} = -\frac{y^2 + y^3}{2}$$

$$(2x - 1)$$

$$\frac{2x - 1}{2} = -\frac{y^2 + y^3}{2}$$

$$\frac{2x - 1}{2} = -\frac{y^2 + y^3}{2}$$

$$\frac{2x - 1}{2} = -\frac{y^2 + y^3}{2}$$

$$\frac{2x - 1}{2} = -\frac{y^2 + y^3}{2}$$

$$\frac{2x - 1}{2} = -\frac{y^2 + y^3}{2}$$

$$\frac{2x - 1}{2} = -\frac{y^2 + y^3}{2}$$

$$\frac{2x - 1}{2} = -\frac{y^2 + y^3}{2}$$

$$(ج) \quad \frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} \Rightarrow x \frac{dy}{dx} = y$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} \Rightarrow x \frac{dy}{dx} = y$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} \Rightarrow x \frac{dy}{dx} = y$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} \Rightarrow x \frac{dy}{dx} = y$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} \Rightarrow x \frac{dy}{dx} = y$$

$$\frac{d(x^2 + y^2)}{dx} = \frac{d(x^2 + y^2)}{dy} \cdot \frac{dy}{dx} \Rightarrow 2x + 2y \frac{dy}{dx} = 2x + 2y \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{d(x^2 + y^2)}{dx} = \frac{d(x^2 + y^2)}{dy} \cdot \frac{dy}{dx} \Rightarrow 2x + 2y \frac{dy}{dx} = 2x + 2y \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{d(x^2 + y^2)}{dx} = \frac{d(x^2 + y^2)}{dy} \cdot \frac{dy}{dx} \Rightarrow 2x + 2y \frac{dy}{dx} = 2x + 2y \frac{dy}{dx}$$

$$(د) \quad \frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} \Rightarrow x \frac{dy}{dx} = y$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} \Rightarrow x \frac{dy}{dx} = y$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} \Rightarrow x \frac{dy}{dx} = y$$

$$\frac{d(x^2 + y^2)}{dx} = \frac{d(x^2 + y^2)}{dy} \cdot \frac{dy}{dx} \Rightarrow 2x + 2y \frac{dy}{dx} = 2x + 2y \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{d(x^2 + y^2)}{dx} = \frac{d(x^2 + y^2)}{dy} \cdot \frac{dy}{dx} \Rightarrow 2x + 2y \frac{dy}{dx} = 2x + 2y \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{d(x^2 + y^2)}{dx} = \frac{d(x^2 + y^2)}{dy} \cdot \frac{dy}{dx} \Rightarrow 2x + 2y \frac{dy}{dx} = 2x + 2y \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{d(x^2 + y^2)}{dx} = \frac{d(x^2 + y^2)}{dy} \cdot \frac{dy}{dx} \Rightarrow 2x + 2y \frac{dy}{dx} = 2x + 2y \frac{dy}{dx}$$

٣) جد قيمة $\frac{y}{x}$ لكل من العلاقات الآتية عند النقط المبينة إزاء كل منها :

أ) $8x^2 + y^2 = \pi^2$ ، $(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4})$

ب) $2x^2 + y^2 = 2$ ، $(1, 1)$

ج) $3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$ ، $(1, 4)$

الحل

أ) $8x^2 + y^2 = \pi^2$ ؟
 $16x^2 + 2y^2 = 2\pi^2$
 $16x^2 + 2y^2 = 2\pi^2$

$16x^2 + 2y^2 = 2\pi^2$
 $8x^2 + y^2 = \pi^2$

$8x^2 + y^2 = \pi^2$
 $8x^2 + y^2 = \pi^2$

$\frac{8x^2 + y^2}{8x^2 - y^2} = \frac{\pi^2}{\pi^2}$

عند $(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4})$

$\frac{\frac{\pi}{2} \times 8 - \frac{\pi}{4} \times 8}{\frac{\pi}{2} \times 8 - \frac{\pi}{4} \times 8} = \frac{y}{x}$

$\frac{\pi \times 4 - \pi \times 2}{\pi \times 4 - \pi \times 2} = \frac{y}{x}$

ب) $2x^2 + y^2 = 2$ ، $(1, 1)$

$4x^2 + 2y^2 = 4$
 $4x^2 + 2y^2 = 4$

$4x^2 + 2y^2 = 4$
 $4x^2 + 2y^2 = 4$

$4x^2 + 2y^2 = 4$
 $4x^2 + 2y^2 = 4$

$4x^2 + 2y^2 = 4$
 $4x^2 + 2y^2 = 4$

$4x^2 + 2y^2 = 4$
 $4x^2 + 2y^2 = 4$

ج) $3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$ ، $(1, 4)$

$3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$
 $3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$

$3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$
 $3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$

$\frac{1}{4} = \frac{2}{x}$
 $\frac{1}{8} = \frac{y}{x}$

٤) إذا كان $جا(س + ص) = ص^2$ جتاس، فجد $ص'$.

الحل

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$\begin{aligned} \text{جبا}(س + ص) + (س + ص) \text{جبا}' &= ص^2 + 2ص \text{جبا}' \\ \text{جبا}'(س + ص) &= ص^2 - \text{جبا} \\ \text{جبا}' &= \frac{ص^2 - \text{جبا}}{س + ص} \end{aligned}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

منهاجي
متعة التعليم الهادف

٥) جد النقطة على منحنى العلاقة $\sqrt{ص} + \sqrt{س} = 3$ التي يكون عندها المماس أفقيًا.

الحل

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$\begin{aligned} 3 &= \sqrt{ص} + \sqrt{س} \\ 0 &= \frac{1}{2\sqrt{ص}} \text{ص}' + \frac{1}{2\sqrt{س}} \\ \frac{\text{ص}'}{\sqrt{ص}} &= -\frac{1}{\sqrt{س}} \iff \frac{1}{\sqrt{ص}} \text{ص}' = -\frac{1}{\sqrt{س}} \\ \text{المماس أفقي} &\iff \text{ص}' = 0 \end{aligned}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$\begin{aligned} -\frac{\text{ص}'}{\sqrt{ص}} &= \frac{1}{\sqrt{س}} \iff \text{ص}' = -\frac{\sqrt{ص}}{\sqrt{س}} \\ \text{نعوض} \quad 3 &= \sqrt{ص} + \sqrt{س} \iff 3 = \sqrt{ص} + \sqrt{س} \\ \iff 9 &= ص + س \quad (٠.٦٩) \end{aligned}$$

(٦) إذا كان $v = \sqrt{2s + 1}$ فجد $\frac{dv}{ds}$.

الحل

$$\frac{dv}{ds} = \frac{d}{ds} \sqrt{2s + 1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{2s + 1}} = \frac{1}{\sqrt{2s + 1}}$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{1}{\sqrt{2s + 1}}$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{1}{\sqrt{2s + 1}}$$

(٧) إذا كان $s = \cos v$ ، فأثبت أن $\frac{ds}{dv} = -\sin v$.

الحل

$$s = \cos v$$

$$\frac{ds}{dv} = -\sin v$$

$$\frac{ds}{dv} = -\sin v$$

نوع من أنواع

$$\frac{ds}{dv} = -\sin v$$

$$\frac{ds}{dv} = -\sin v$$

$$\frac{ds}{dv} = -\sin v$$

(٨) إذا كان $v = \cos s$ ، فجد $\frac{dv}{ds}$ عند النقطة $(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4})$.

الحل

$$v = \cos s$$

$$\frac{dv}{ds} = -\sin s$$

$$\frac{dv}{ds} = -\sin s$$

$$\frac{dv}{ds} = -\sin s$$

$$\frac{dv}{ds} = -\sin s$$

$$\frac{dv}{ds} = -\sin s$$

$$\frac{dv}{ds} = -\sin s$$

٩) إذا كان $s = \cos$ ، فأثبت أن: $s' = -2s + s^2 + s = 0$

الحل

$$s = \cos$$

$$-s' = \sin = -\cos^2$$

$$s' = \cos^2 = s^2$$

$$s' - s^2 = 0$$

$$s' - s^2 + 2s - s^2 = 0 \quad (\text{عند } s = \cos)$$

$$s' - 2s^2 + 2s = 0 \quad \text{وهو المطلوب}$$

١٠) إذا كان $v = 2n^2 + 3n$ ، $\frac{dv}{dn} = 4n$ ، فجد $\frac{dv}{ds}$ عند $n = 1$.

الحل

$$v = 2n^2 + 3n$$

$$\frac{dv}{dn} = 4n + 3$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{dv}{dn} \times \frac{dn}{ds}$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{4n + 3}{4n} = \frac{4n + 3}{4n}$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{4n + 3}{4n} = \frac{4n + 3}{4n}$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{4n + 3}{4n} = \frac{4n + 3}{4n}$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{4n + 3}{4n} = \frac{4n + 3}{4n}$$

$$\text{عند } n = 1$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{4(1) + 3}{4(1)} = \frac{7}{4}$$

(١١) إذا كان $s + v = \text{جاس}$ ، فأثبت أن:

$$v' = 2 \text{ص}'' \text{ (ظنا ص - قناص)}$$

الحل

$$v = \text{ص} + \text{جاس}$$

$$1 + v' = \text{ص}' + \text{جاس}' \text{ (تستعمل قاعدة المشتقة)}$$

$$v' = \text{ص}'' + \text{جاس}'' = \text{ص}'' + \text{ص}'' + \text{ص}'' = 3\text{ص}''$$

$$v' = \text{ص}'' + \text{جاس}'' = \text{ص}'' + \text{ص}'' + \text{ص}'' = 3\text{ص}''$$

$$v' = \text{ص}'' + \text{جاس}'' = \text{ص}'' + \text{ص}'' + \text{ص}'' = 3\text{ص}''$$

$$v' = \text{ص}'' + \text{جاس}'' = \text{ص}'' + \text{ص}'' + \text{ص}'' = 3\text{ص}''$$

$$v' = \text{ص}'' + \text{جاس}'' = \text{ص}'' + \text{ص}'' + \text{ص}'' = 3\text{ص}''$$

$$v' = \text{ص}'' + \text{جاس}'' = \text{ص}'' + \text{ص}'' + \text{ص}'' = 3\text{ص}''$$

(١٢) إذا كان $s + v = \text{جاس}$ ، فأثبت أن:

$$v' = \frac{2\text{ص}''}{s-1}$$

الحل

$$v = \text{ص} + \text{جاس}$$

$$v' = \text{ص}' + \text{جاس}'$$

$$v' = \text{ص}'' + \text{جاس}'' = \text{ص}'' + \text{ص}'' + \text{ص}'' = 3\text{ص}''$$

$$v' = \text{ص}'' + \text{جاس}'' = \text{ص}'' + \text{ص}'' + \text{ص}'' = 3\text{ص}''$$

$$v' = \text{ص}'' + \text{جاس}'' = \text{ص}'' + \text{ص}'' + \text{ص}'' = 3\text{ص}''$$

$$v' = \text{ص}'' + \text{جاس}'' = \text{ص}'' + \text{ص}'' + \text{ص}'' = 3\text{ص}''$$

$$v' = \text{ص}'' + \text{جاس}'' = \text{ص}'' + \text{ص}'' + \text{ص}'' = 3\text{ص}''$$

$$v' = \text{ص}'' + \text{جاس}'' = \text{ص}'' + \text{ص}'' + \text{ص}'' = 3\text{ص}''$$

$$v' = \text{ص}'' + \text{جاس}'' = \text{ص}'' + \text{ص}'' + \text{ص}'' = 3\text{ص}''$$

$$v' = \text{ص}'' + \text{جاس}'' = \text{ص}'' + \text{ص}'' + \text{ص}'' = 3\text{ص}''$$

$$v' = \text{ص}'' + \text{جاس}'' = \text{ص}'' + \text{ص}'' + \text{ص}'' = 3\text{ص}''$$

$$\frac{c'}{s-1} = \frac{(c''+c')(s-1)}{s-1}$$

وهو المطلوب $\frac{c'}{s-1} = c''+c'$