

## إجابات أسئلة الدرس

### الاشتقاق الضمني

(١) جد  $\frac{dy}{dx}$  لكل مما يأتي :

أ)  $x^2 + 4y^2 = 16$

ج)  $x^2 + 3y = x^3$

ب)  $\sqrt{x^2 + 3y} = 2$

د)  $(x+y)^2 = x^2$

الحل

أ)  $x^2 + 4y^2 = 16$   
 $\frac{d}{dx}(x^2 + 4y^2) = \frac{d}{dx}16$

$2x + 8y \frac{dy}{dx} = 0$

$8y \frac{dy}{dx} = -2x$

$\frac{dy}{dx} = \frac{-x}{4y}$

ب)  $\sqrt{x^2 + 3y} = 2$   
 $\frac{d}{dx}(\sqrt{x^2 + 3y}) = \frac{d}{dx}2$

$\frac{1}{2\sqrt{x^2 + 3y}}(2x + 3 \frac{dy}{dx}) = 0$

$\frac{2x + 3 \frac{dy}{dx}}{2\sqrt{x^2 + 3y}} = 0$

$$(ج) \quad 1 \times c + c' s = c' c^3 + c^3 c'$$

$$c^3 - c = c' s - c' c^3$$

$$\frac{c^3 - c}{s - c^3} = \frac{(s - c^3) c'}{s - c^3}$$

$$\frac{c^3 - c}{s - c^3} = c'$$

$$(د) \quad \text{حيثما } (s) = (s + c) = c^2$$

$$s = c^2 \text{ حيثما } (s) = c^2 + c^2 \text{ حيثما } (s) = c^2$$

$$\frac{s - c^2}{s} = \frac{c^2 - c^2}{s} = 0$$

$$\frac{s - c^2}{s} = 0$$

$$\frac{s - c^2}{s} = 0$$

(٢) جد  $\frac{y^2}{x^2}$  لكل مما يأتي :

(ب)  $4x^2 + 3y^2 = 16$

(د)  $\sqrt{y} = x + 2$

أ)  $(x^2 - 4) = 3$

ج)  $x = 3y$

الحل

أ)  $x^2 - 4 = 3$

$x^2 - 4 = 3$

$x^2 - 4 = 3$

$x^2 - 4 = 3$

$x^2 - 4 = 3$

$x^2 - 4 = 3$

$x^2 - 4 = 3$

$x^2 - 4 = 3$

$$\frac{1}{y^2} + \frac{1}{y} - \frac{2x-2}{y^3} = 0$$

$$(ب) \quad 1 + y - \frac{2x-2}{y^2} = 0$$

$$1 + y - \frac{2x-2}{y^2} = 0$$

$$\frac{1+y}{y^2} = \frac{2x-2}{y^2}$$

$$1+y = 2x-2$$

$$\frac{1+y}{y^2} = \frac{2x-2}{y^2}$$

$$\frac{1+y}{y^2} = \frac{2x-2}{y^2}$$

$$\frac{1+y}{y^2} = \frac{2x-2}{y^2}$$

$$\frac{1+y}{y^2} = \frac{2x-2}{y^2}$$

$$\frac{1+y}{y^2} = \frac{2x-2}{y^2}$$

$$\frac{1+y}{y^2} = \frac{2x-2}{y^2}$$

$$\frac{1+y}{y^2} = \frac{2x-2}{y^2}$$

$$\frac{1+y}{y^2} = \frac{2x-2}{y^2}$$

$$(ج) \quad \frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} \quad \text{حيث } y = x^2$$

$$\frac{dy}{dx} = 2x = \frac{y}{x}$$

$$y = x^2 = (x+1)^2 - 2x - 1$$

$$\frac{dy}{dx} = 2(x+1) - 2 = 2x$$

$$\frac{d(x^2)}{dx} = \frac{d((x+1)^2 - 2x - 1)}{dx} = 2(x+1) - 2 = 2x$$

$$\frac{d(x^2)}{dx} = \frac{d(x^2 - 2x - 1)}{dx} = 2x - 2 = 2(x-1)$$

$$\frac{d(x^2)}{dx} = \frac{d(x^2 - 2x - 1)}{dx} = 2x - 2 = 2(x-1)$$

$$(د) \quad \frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} \quad \text{حيث } y = x^2$$

$$\frac{dy}{dx} = 2x = \frac{y}{x}$$

$$y = x^2 = (x+1)^2 - 2x - 1$$

$$\frac{dy}{dx} = 2(x+1) - 2 = 2x$$

$$\frac{d(x^2)}{dx} = \frac{d(x^2 - 2x - 1)}{dx} = 2x - 2 = 2(x-1)$$

$$\frac{d(x^2)}{dx} = \frac{d(x^2 - 2x - 1)}{dx} = 2x - 2 = 2(x-1)$$

$$\frac{d(x^2)}{dx} = \frac{d(x^2 - 2x - 1)}{dx} = 2x - 2 = 2(x-1)$$

٣) جد قيمة  $\frac{y}{x}$  لكل من العلاقات الآتية عند النقط المبينة إزاء كلٍّ منها :

أ)  $8x^2 + y^2 = \pi^2$  ،  $(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4})$

ب)  $2x^2 + y^2 = 2$  ،  $(1, 1)$

ج)  $3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$  ،  $(1, 4)$

الحل

أ)  $8x^2 + y^2 = \pi^2$  ؟  
 $16x^2 + 2y^2 = 2\pi^2$   
 $16x^2 + 2y^2 = 2\pi^2$

$16x^2 + 2y^2 = 2\pi^2$   
 $8x^2 + y^2 = \pi^2$

$8x^2 + y^2 = \pi^2$   
 $8x^2 + y^2 = \pi^2$

$\frac{8x^2 + y^2}{8x^2 - y^2} = \frac{\pi^2}{\pi^2}$

عند  $(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4})$

$\frac{\frac{\pi}{2} \times 8 - \frac{\pi}{4} \times 8}{\frac{\pi}{2} \times 8 - \frac{\pi}{4} \times 8} = \frac{y}{x}$

$\frac{\pi \times 4 - \pi \times 2}{\pi \times 4 - \pi \times 2} = \frac{y}{x}$

ب)  $2x^2 + y^2 = 2$  ،  $(1, 1)$

$4x^2 + 2y^2 = 4$   
 $4x^2 + 2y^2 = 4$

$4x^2 + 2y^2 = 4$   
 $4x^2 + 2y^2 = 4$

$4x^2 + 2y^2 = 4$   
 $4x^2 + 2y^2 = 4$

$4x^2 + 2y^2 = 4$   
 $4x^2 + 2y^2 = 4$

$4x^2 + 2y^2 = 4$   
 $4x^2 + 2y^2 = 4$

$4x^2 + 2y^2 = 4$   
 $4x^2 + 2y^2 = 4$

ج)  $3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$  ،  $(1, 4)$

$3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$   
 $3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$

$3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$   
 $3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$

$3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$   
 $3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$

$3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$   
 $3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$

$3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$   
 $3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$

٤) إذا كان جا(س + ص) = ص<sup>٢</sup> جتا(س)، فجد ص'.

الحل

منهاجي  
متعة التعليم الهادف

$$\begin{aligned} \text{جبا}(س + ص) &= (ص + ١)ص' = ص' - ص'ص + ص'ص + ص'ص \\ \text{جبا}(س + ص) + \text{جبا}(س + ص) &= ص' - ص'ص + ص'ص + ص'ص \\ \text{جبا}(س + ص) &= ص' - ص'ص + ص'ص + ص'ص \\ \text{ص'جبا}(س + ص) &= ص' - ص'ص + ص'ص + ص'ص \end{aligned}$$

منهاجي  
متعة التعليم الهادف

منهاجي  
متعة التعليم الهادف

$$\frac{\text{ص'جبا}(س + ص) - \text{ص'جبا}(س + ص)}{\text{ص'جبا}(س + ص) - \text{ص'جبا}(س + ص)}$$

٥) جد النقطة على منحنى العلاقة  $\sqrt{ص} + \sqrt{س} = ٣$  التي يكون عندها المماس أفقيًا.

الحل

منهاجي  
متعة التعليم الهادف

$$\sqrt{ص} + \sqrt{س} = ٣$$

$$\frac{1}{2\sqrt{ص}} = \frac{1}{2\sqrt{س}}$$

منهاجي  
متعة التعليم الهادف

$$\frac{1}{\sqrt{ص}} = \frac{1}{\sqrt{س}} \Leftrightarrow \sqrt{ص} = \sqrt{س}$$

$$\text{المماس أفقي} \Leftrightarrow \sqrt{ص} = \sqrt{س}$$

منهاجي  
متعة التعليم الهادف

$$\frac{\sqrt{ص}}{\sqrt{س}} = \frac{\sqrt{س}}{\sqrt{ص}} \Leftrightarrow \sqrt{ص} = \sqrt{س}$$

$$\text{نعوض } \sqrt{ص} = \sqrt{س} \text{ في } \sqrt{ص} + \sqrt{س} = ٣$$

$$\Leftrightarrow ٢\sqrt{ص} = ٣ \Rightarrow \sqrt{ص} = \frac{٣}{٢} \Rightarrow ص = \left(\frac{٣}{٢}\right)^2 = \frac{٩}{٤}$$

(٦) إذا كان  $v = \sqrt{2s + 1}$  فجد  $\frac{dv}{ds}$ .

الحل

$$v^2 = 2s + 1 \Rightarrow 2v \frac{dv}{ds} = 2$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{2}{2v} = \frac{1}{v}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2s + 1}}$$

(٧) إذا كان  $s = \cos v$ ، فأثبت أن  $v = \arccos s$ .

الحل

$$s = \cos v$$

$$1 = \cos v \times \frac{1}{\cos v}$$

$$v = \arccos \frac{1}{\cos v} = \arccos s$$

نوعنا

$$v = \arccos s$$

$$v = \arccos s$$

$$v = \arccos s \text{ وهو المطلوب.}$$

(٨) إذا كان  $v = \arcsin s$ ، فجد  $\frac{dv}{ds}$  عند النقطة  $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$ .

الحل

$$v = \arcsin s \Rightarrow s = \sin v$$

$$s = \sin v \Rightarrow \frac{ds}{dv} = \cos v \Rightarrow \frac{dv}{ds} = \frac{1}{\cos v}$$

$$\text{عند } (\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{4}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2}$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{1}{\cos v} = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{4}} = \sqrt{2}$$

$$\frac{dv}{ds} = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} = \frac{dv}{ds}$$



٩) إذا كان  $s = \cos$ ، فأثبت أن:  $s' = -2s + s^2 + s = 0$

الحل

$$s = \cos$$

$$-s' = \sin$$

$$s' = -\sin = -\sqrt{1-s^2}$$

$$s' = -\sqrt{1-s^2}$$

$$s' = -\sqrt{1-s^2} \Rightarrow s'^2 = 1-s^2$$

$$s' = -\sqrt{1-s^2} \Rightarrow s' = -\sqrt{1-s^2}$$

١٠) إذا كان  $v = 2n^2 + 3n$ ،  $\frac{dv}{dn} = 4n$ ، فجد  $\frac{dv}{ds}$  عند  $n = 1$ .

الحل

$$v = 2n^2 + 3n$$

$$\frac{dv}{dn} = 4n + 3$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{dv}{dn} \times \frac{dn}{ds}$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{4n+3}{\frac{1}{4n}}$$

$$\frac{dv}{ds} = (4n+3) \times 4n$$

$$\frac{dv}{ds} = 4n(4n+3)$$

$$\frac{dv}{ds} = 4 \times 1(4 \times 1 + 3)$$

$$\text{عند } n = 1$$

$$\frac{dv}{ds} = 4 \times 7 = 28$$

(١١) إذا كان  $s + v = \text{جاس}$ ، فأثبت أن:  
(ص)  $v^2 = \text{ظتا ص - قتا ص}$

الحل

$$s + v = \text{جاس}$$

$$1 + v' = \text{ص} \cdot \text{جاس}' \quad (\text{تعددرة})$$

$$v' = \text{ص} \cdot \text{جاس}' + \text{ص}' \cdot \text{جاس} - \text{جاس} \cdot \text{ص}'$$

$$v' = \text{ص}' \cdot \text{جاس} - \text{جاس} \cdot \text{ص}'$$

$$v' (\text{ص}') = \text{جاس} - \text{جاس} \cdot \text{ص}'$$

$$v' (\text{ص}') = \text{جاس} (1 - \text{ص}') \quad (\text{ص}') = \frac{1}{\text{جاس} - \text{جاس} \cdot \text{ص}'}$$

$$v' (\text{ص}') = \frac{1}{\text{جاس} - \text{جاس} \cdot \text{ص}'}$$

$$v' (\text{ص}') = \frac{1}{\text{جاس} - \text{جاس} \cdot \text{ص}'}$$

(١٢) إذا كان  $s + v = \text{جاس}$ ، فأثبت أن:

$$\frac{v^2}{s-1} = v + \text{ص}$$

الحل

$$v + \text{ص} = \text{جاس} + s \cdot v$$

$$v - s \cdot v = \text{جاس}$$

$$v' (1 - s) = \text{جاس}'$$

$$v' (1 - s) = \text{جاس}' \quad (\text{تشتير})$$

$$v' (1 - s) = \text{جاس}' - (s \cdot v' + v \cdot s')$$

$$v' (1 - s) = \text{جاس}' - s \cdot v' - v \cdot s'$$

$$v' (1 - s) = \text{جاس}' - s \cdot v' - v \cdot s'$$

$$v' (1 - s) = \text{جاس}' - s \cdot v' - v \cdot s'$$

$$v' (1 - s) = \text{جاس}' - s \cdot v' - v \cdot s'$$

$$v' (1 - s) = \text{جاس}' - s \cdot v' - v \cdot s'$$

$$v' (1 - s) = \text{جاس}' - s \cdot v' - v \cdot s'$$

$$\frac{c'}{s-1} = \frac{(c''+c')(s-1)}{s-1}$$

وهو المطلوب  $\frac{c'}{s-1} = c''+c'$