إجابات تدريبات الدرس

الاتصال على فترة

تدريب ١

$$\text{إذا كان ق(س)} = \begin{cases} \text{س}^{٢} & \text{،} \quad ٣ \leq \text{س} < ٥ \\ \text{س} + ٢٠ & \text{،} \quad ٥ \leq \text{س} < ٧ \\ ٩ & \text{،} \quad \text{س} = ٧ \end{cases}$$

فابحث في اتصال الاقتران ق على الفترة [٣ ، ٧) ، والفترة [٣ ، ٧].

الحل

$\text{س}^{٢}$ كثير حدود متصل على (٣، ٥)

س + ٢٠ كثير حدود متصل على (٥، ٧)

نبحث الاتصال عند الأطراف س = ٣ ، ٧

عند نقاط التحول س = ٥

$\boxed{\text{عند س} = ٣}$

١) ق(٣) = ٩

٢) نهــا ق(س) = ٩
س ← ٣+

٣) نهــا ق(س) = ق(٣)
س ← ٣+

∴ ق متصل عند س = ٣

$\boxed{\text{عند س} = ٥}$

١) $\text{هـ}(٥) = ٥ + ٢٠ = ٢٥$

٢) $\lim\limits_{\text{س} \to ٥^{+}} \text{هـ}(\text{س}) = ٢٥$

$\lim\limits_{\text{س} \to ٥^{-}} \text{هـ}(\text{س}) = ٥^{٢} = ٢٥$

$\Leftarrow \lim\limits_{\text{س} \to ٥} \text{هـ}(\text{س}) = ٢٥$

٣) $\lim\limits_{\text{س} \to ٥} \text{هـ}(\text{س}) = \text{هـ}(٥)$ ∴ هـ متصل عند س = ٥

$\boxed{\text{عند س} = ٧}$

١) $\text{هـ}(٧) = ٩$

٢) $\lim\limits_{\text{س} \to ٧^{-}} \text{هـ}(\text{س}) = ٢٧$

٣) $\lim\limits_{\text{س} \to ٧^{-}} \text{هـ}(\text{س}) \neq \text{هـ}(٧)$ ∴ هـ غير متصل عند س = ٧

هـ متصل على الفترة [٣، ٧)

تدريب ٢

إذا كان ل(س) =
$$\begin{cases} \dfrac{\text{س}^{٢} - ٢٥}{\text{س} - ٥} &، \text{س} \neq ٥ \\ ٥ + \text{س} &، \text{س} = ٥ \end{cases}$$

فابحث في اتصال الاقتران ل على مجاله.

الحل

$\dfrac{\text{س}^{٢} - ٢٥}{\text{س} - ٥}$ نسبي متصل على مجاله (لأنه صفر المقام لا ينتمي للمجال)

عند س = ٥

١) $\text{ل}(٥) = ٥ + ٥ = ١٠$

٢) $\lim\limits_{\text{س} \to ٥} \text{ل}(\text{س}) = \lim\limits_{\text{س} \to ٥} \dfrac{\text{س}^{٢} - ٢٥}{\text{س} - ٥}$

$\lim\limits_{\text{س} \to ٥} \dfrac{\cancel{(\text{س} - ٥)}(\text{س} + ٥)}{\cancel{\text{س} - ٥}} = ٥ + ٥ = ١٠$

٣) $\lim\limits_{\text{س} \to ٥} \text{ل}(\text{س}) = \text{ل}(٥)$

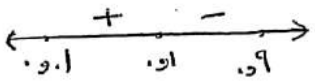
ل(س) متصل عند س = ٥ ∴ ل(س) متصل على ح .

تدريب ٣

إذا كان ق(س) = | ٠,١ – س | ، فابحث في اتصال الاقتران ق على الفترة [٠,٠١ ، ٠,٩].

الحل

٠,١ – س = صفر ⇐ س = ٠,١



ق(س) = { س – ٠,١ ، ٠,١ < س ≤ ٠,٩
{ ٠,١ – س ، ٠,٠١ ≤ س ≤ ٠,١

س – ٠,١ كثير حدود متصل لجميع قيم س > ٠,١

٠,١ – س كثير حدود متصل لجميع قيم س < ٠,١

عند س = ٠,١

١) ق(٠,١) = صفر

٢) نها ق(س) = صفر ، س ← ٠,١⁺
نها ق(س) = صفر ، س ← ٠,١⁻
⇐ نها ق(س) = صفر ، س ← ٠,١

∴ ق متصل عند س = ٠,١

عند س = ٠,٠١

١) ق(٠,٠١) = ٠,١ – ٠,٠١ = ٠,٠٩

٢) نها ق(س) = ٠,٠٩ ، س ← ٠,٠١⁺

٣) نها ق(س) = ق(٠,٠١) ، س ← ٠,٠١⁺ ∴ ق متصل عند س = ٠,٠١

عند س = ٠,٩

١) ق(٠,٩) = ٠,٩ – ٠,١ = ٠,٨

٢) نها ق(س) = ٠,٨ ، س ← ٠,٩⁻

٣) نها ق(س) = ق(٠,٩) ، س ← ٠,٩⁻ ∴ ق متصل عند س = ٠,٩

ق(س) متصل على [٠,٠١ ، ٠,٩].

تدريب ٤

إذا كان

$$\text{ع}(\text{س}) = \begin{cases} \dfrac{\text{جا أ س}}{\text{٥ س}} & \text{،} \quad -\pi \leq \text{س} < ٠ \\ ٢ & \text{،} \quad \text{س} = ٠ \\ \text{ب}\,(٢+\text{س}) & \text{،} \quad ٠ < \text{س} \leq \pi \end{cases}$$

متصلاً على الفترة $[-\pi \text{ ، } \pi]$، فجد قيمة كلٍّ من الثابتين أ ، ب

الحل

$$\lim_{\text{س} \to ٠^+} \text{ع}(\text{س}) = \lim_{\text{س} \to ٠^-} \text{ع}(\text{س}) = \text{ع}(٠)$$

$$\text{ع}(٠) = \lim_{\text{س} \to ٠^-} \text{ع}(\text{س})$$

$$٢ = \lim_{\text{س} \to ٠^-} \frac{\text{جا أس}}{\text{٥س}}$$

$$٢ = \frac{\text{أ}}{٥} \Rightarrow \boxed{\text{أ} = ١٠}$$

$$\text{ع}(٠) = \lim_{\text{س} \to ٠^+} \text{ع}(\text{س})$$

$$٢ = \text{ب}\,(٢+٠)$$

$$\frac{٢}{٢} = \frac{\text{٢ب}}{٢} \Rightarrow \boxed{١ = \text{ب}}$$