

إجابات تدريبات الدرس

المتغير العشوائي المنفصل وتوزيع ذي الحدين

تدريب (١):

في تجربة إلقاء قطعتي نقد مرّة واحدة، دلّ المتغير العشوائي ع على عدد مرّات ظهور الكتابة على الوجه الظاهر:



- (١) جد القيم التي يمكن أن يأخذها المتغير العشوائي ع.
- (٢) اكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي ع.
- (٣) بيّن أنّ ل هو اقتران احتمال للمتغير العشوائي ع.

الحل:



$$\left\{ (ص ص)، (ص ك)، (ك ص)، (ك ك) \right\} = \Omega$$

$$\text{قيم ع} = \{٠، ١، ٢\}$$

$$ل (س = ٠) = ل (ص ص) = \frac{1}{4}$$

$$ل (س = ١) = ل (ص ك، ك ص) = \frac{2}{4}$$

$$ل (س = ٢) = ل (ك ك) = \frac{1}{4}$$



٢	١	٠	س
$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	ل (س)



$$\sum ل (س) = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = 1 = 1 \text{ إذن: ل هو اقتران احتمال.}$$

تدريب (٢):

إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س معطى في المجموعة:

$$\{(٠، ٢، ٠)، (٠، ٣، ١)، (٠، ١، ٢)، (٣، ٣، ب)\}$$

الحل:

$$١ = ٠، ٢ + ٠، ٣ + ٠، ١ + ٠، ٣ + ب$$

$$١ = ٠، ٦ + ٠، ٣ + ب$$

$$٠، ٦ - ٠، ٦ -$$

$$ب = ٠، ٤ \iff ب = ٣ \iff ب = \frac{4}{3}$$



تدريب (٣):



إذا كان س متغيراً عشوائياً ذا حدين، ومعامله: $n = 7, p = 0.7$ ، فجد كلاً مما يأتي:

- (١) ل (س = ٥). (٢) ل (س ≤ ٤). (٣) ل (س ≥ ٢).

الحل:



$$(١) \text{ ل (س = ٥) } = \binom{7}{0} (0.7)^0 (0.3)^{7-0} = 0.3^7 = 0.0002187$$

$$0.0002187 = 0.3 \times 0.16807 \times 7 = 0.3 \times 0.16807 \times \frac{7!}{1! 6!} =$$

$$(٢) \text{ ل (س ≤ ٤) } = \text{ل (س = ٤) } + \text{ل (س = ٣) } + \text{ل (س = ٢) } + \text{ل (س = ١) } + \text{ل (س = ٠)}$$

$$\text{ل (س = ٤) } = \binom{7}{4} (0.7)^4 (0.3)^{7-4} = 0.3^3 (0.7)^4 = 0.027 \times 0.2401 = 0.0064827$$

$$0.0064827 = 0.3 \times 0.2401 \times \frac{7!}{4! 3!} =$$

$$0.0064827 = 0.21609 \times \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} =$$



$$\text{ل (س = ٦) } = \binom{7}{6} (0.7)^6 (0.3)^{7-6} = 0.7^6 (0.3) = 0.117649 \times 0.3 = 0.0352947$$

$$\text{ل (س = ٥) } = 0.0002187 + 0.0064827 + 0.0352947 = 0.0420001$$

$$\text{ل (س ≤ ٤) } = 0.0420001 + 0.0002187 + 0.0352947 + 0.0064827 = 0.0840002$$



$$(٣) \text{ ل (س ≥ ٢) } = \text{ل (س = ٢) } + \text{ل (س = ٣) } + \text{ل (س = ٤) } + \text{ل (س = ٥) } + \text{ل (س = ٦) } + \text{ل (س = ٧)}$$

$$\text{ل (س = ٠) } = \binom{7}{0} (0.7)^0 (0.3)^7 = 0.0002187$$

$$\text{ل (س = ١) } = \binom{7}{1} (0.7)^1 (0.3)^6 = 0.7 \times 0.000729 \times 7 = 0.00352947$$

$$\text{ل (س = ٢) } = \binom{7}{2} (0.7)^2 (0.3)^5 = 0.021 \times 0.00243 \times 21 = 0.00102001$$

$$0.00102001 = 0.0081 \times 0.027 \times \frac{7!}{2! 5!} =$$

$$0.00102001 = 0.003969 \times 10 = 0.003969 \times \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4}{2 \times 1} =$$



$$\text{ل (س ≥ ٢) } = 0.00102001 + 0.003969 + 0.0102001 + 0.0210001 + 0.0352947 + 0.0002187 = 0.0717001$$

تدريب (٤):

غرس مزارع ٧ شتلات، وكانت نسبة احتمال نجاح غرس الشتلة الواحدة هي ٦٠%. ما احتمال نجاح غرس ٣ شتلات على الأقل؟

الحل:

$$n = 7, p = 0,6$$

المطلوب: $P(X \leq 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)$

$$P(X = 0) = \binom{7}{0} (0,6)^0 (0,4)^7 = 0,016384$$

$$P(X = 1) = \binom{7}{1} (0,6)^1 (0,4)^6 = 0,04096$$

$$P(X = 2) = \binom{7}{2} (0,6)^2 (0,4)^5 = 0,036864$$

$$P(X = 3) = \binom{7}{3} (0,6)^3 (0,4)^4 = 0,036864$$

$$P(X \leq 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) = 0,096256$$

$$P(X \leq 3) = 0,096256 - 0,016384 = 0,079872$$