

إجابات تدريبات الدرس

المتغير العشوائي المنفصل وتوزيع ذي الحدين

تدريب (١):

في تجربة إلقاء قطعتي نقد مرّة واحدة، دلّ المتغير العشوائي ع على عدد مرّات ظهور الكتابة على الوجه الظاهر:



- (١) جد القيم التي يمكن أن يأخذها المتغير العشوائي ع.
- (٢) اكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي ع.
- (٣) بيّن أنّ ل هو اقتران احتمال للمتغير العشوائي ع.

الحل:



$$\left\{ (ص ص)، (ص ك)، (ك ص)، (ك ك) \right\} = \Omega$$

$$\text{قيم ع} = \{٠، ١، ٢\}$$

$$ل(س = ٠) = ل(ص ص) = \frac{1}{4}$$

$$ل(س = ١) = ل(ص ك، ك ص) = \frac{2}{4}$$

$$ل(س = ٢) = ل(ك ك) = \frac{1}{4}$$



س	٠	١	٢
ل(س)	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$



$$\sum ل(س) = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = 1 = 1 \text{ إذن: ل هو اقتران احتمال.}$$

تدريب (٢):

إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س معطى في المجموعة:

$$\{(٠، ٢، ٠)، (٠، ٣، ١)، (٠، ١، ٢)، (٣، ٣، ب)\}$$

الحل:

$$١ = ٠، ٢ + ٠، ٣ + ٠، ١ + ٠، ٣ + ب$$

$$١ = ٠، ٦ + ٠، ٣ + ب$$

$$٠، ٦ - ٠، ٦ -$$

$$ب = ٠، ٤ \iff ب = ٣ \iff ب = \frac{4}{3}$$



تدريب (٣):



إذا كان S متغيراً عشوائياً ذا حدين، ومعامله: $n = 7, p = 0.7$ ، فجد كلاً مما يأتي:
 (١) $L(S = 5)$. (٢) $L(S \leq 4)$. (٣) $L(S \geq 2)$.

الحل:



$$L(S = 5) = \binom{7}{5} (0.7)^5 (0.3)^2 = 0.3 \times 0.16807 \times 7 = 0.3 \times 0.16807 \times \frac{7!}{5!2!} = 0.302526$$

$$L(S \leq 4) = L(S = 0) + L(S = 1) + L(S = 2) + L(S = 3) + L(S = 4)$$

$$L(S = 4) = \binom{7}{4} (0.7)^4 (0.3)^3 = 0.9 \times 0.2401 \times \frac{7!}{4!3!} = 0.324135$$



$$0.324135 = 0.21609 \times \frac{7!}{2!5!} = 0.324135$$



$$L(S = 6) = \binom{7}{6} (0.7)^6 (0.3)^1 = 1 \times 0.117649 \times 1 = 0.117649$$

$$L(S = 5) = 0.302526 \text{ (من الفرع (١))}$$

$$L(S \leq 4) = 0.302526 + 0.117649 + 0.324135 = 0.744310$$



$$L(S \geq 2) = L(S = 1) + L(S = 2) + L(S = 3) + L(S = 4) + L(S = 5) + L(S = 6) + L(S = 7)$$

$$L(S = 0) = \binom{7}{0} (0.7)^0 (0.3)^7 = 0.000729$$

$$L(S = 1) = \binom{7}{1} (0.7)^1 (0.3)^6 = 0.10206 = 0.00243 \times 0.7 \times 7 = 0.00243 \times 1 (0.3)^6 (0.7)^1 = 0.10206$$



$$L(S = 2) = \binom{7}{2} (0.7)^2 (0.3)^5 = 0.081 \times 0.49 \times \frac{7!}{2!5!} = 0.059535$$

$$0.059535 = 0.003969 \times 15 = 0.003969 \times \frac{7!}{2!5!} = 0.059535$$

$$L(S \geq 2) = 0.059535 + 0.10206 + 0.000729 = 0.162324$$

تدريب (٤):

غرس مزارع ٧ شتلات، وكانت نسبة احتمال نجاح غرس الشتلة الواحدة هي ٦٠%. ما احتمال نجاح غرس ٣ شتلات على الأقل؟

الحل:

$$n = 7, p = 0,6$$

المطلوب: $P(X \leq 3) = P(X = 3) + P(X = 2) + P(X = 1) + P(X = 0)$

$$P(X = 0) = \binom{7}{0} (0,6)^0 (0,4)^7 = 0,016384$$

$$P(X = 1) = \binom{7}{1} (0,6)^1 (0,4)^6 = 0,04096$$

$$P(X = 2) = \binom{7}{2} (0,6)^2 (0,4)^5 = 0,036864$$

$$P(X = 3) = \binom{7}{3} (0,6)^3 (0,4)^4 = 0,036864$$

$$P(X \leq 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) = 0,096256$$

$$P(X \leq 3) = 0,096256 - 0,016384 = 0,079872$$