إجابات التمارين والمسائل

قوانين الأسس (1)

السؤال الأول

جد قيمة كل مما يأتي :

أ) $\frac{٥^{-٢} \times ٢٠^{٤}}{٢^{٧}}$ ب) $(٦٤)^{\frac{١}{٢}} \times (٦٤)^{\frac{١}{٣}}$ جـ) $\frac{\sqrt{٢}}{١٦^{\frac{١}{٨}}}$

د) $\frac{(٢٤)^{٣}}{٦^{٥} \times ٩^{-٢}}$ هـ) $\frac{\sqrt{١٢٦}}{\sqrt{٦}}$ و) $\sqrt{٩٠٠} \times \sqrt{١٩٦}$

الحل :

أ) $\frac{٥^{-٢} \times ٢٠^{٤}}{٢^{٧}} = \frac{٥^{-٢} \times (٥ \times ٢ \times ٢)^{٤}}{٢^{٧}} = \frac{٥^{-٢} \times ٥^{٤} \times ٢^{٤} \times ٢^{٤}}{٢^{٧}} = \frac{٥^{-٢+٤} \times ٢^{٤+٤}}{٢^{٧}}$

$= \frac{٥^{٢} \times ٢^{٨}}{٢^{٧}} = ٥^{٢} \times ٢^{٨-٧} = ٢٥ \times ٢ = ٥٠$

ب) $(٦٤)^{\frac{١}{٢}} \times (٦٤)^{\frac{١}{٣}} = \sqrt{٦٤} \times \sqrt[٣]{٦٤} = ٨ \times ٤ = ٣٢$

جـ) $\frac{\sqrt{٢}}{١٦^{\frac{١}{٨}}} = \frac{\sqrt{٢}}{(٢^{٤})^{\frac{١}{٨}}} = \frac{\sqrt{٢}}{٢^{\frac{١}{٢}}} = \frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}} = ١$

د) $\frac{(٢٤)^{٣}}{٦^{٥} \times ٩^{-٢}} = \frac{(٦ \times ٤)^{٣}}{٦^{٥} \times ٩^{-٢}} = \frac{٦^{٣} \times ٤^{٣}}{٦^{٥} \times ٩^{-٢}} = ٦^{٣-٥} \times ٤^{٣} \times ٩^{٢}$

$= ٦^{-٢} \times ٤^{٣} \times ٩^{٢} = \frac{١}{٦^{٢}} \times ٤^{٣} \times ٩^{٢} = \frac{٦٤ \times ٨١}{٣٦} = ١٤٤$

هـ) $\frac{\sqrt{١٢٦}}{\sqrt{٦}} = \sqrt{\frac{١٢٦}{٦}} = \sqrt{\frac{٧ \times ٢ \times ٣ \times ٣}{٢ \times ٣}} = \sqrt{٢١}$

و) $\sqrt{٩٠٠} \times \sqrt{١٩٦} = ٣٠ \times ١٤ = ٤٢٠$

السؤال الثاني

أ) $(\sqrt[3]{7})^{-3}$

ب) $\dfrac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^{5}}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^{-5}}$

جـ) $\left(\dfrac{1}{(\sqrt{6})^{-3}}\right)^{2}$

د) $\left(\dfrac{\sqrt{2}\times\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{5}}\right)^{12}$

هـ) $(\sqrt{2}-1)^{10}(\sqrt{2}+1)^{10}$

و) $\left(\dfrac{256}{625}\right)^{-\frac{1}{4}}$

الحل :

أ) $(\sqrt[3]{7})^{-3} = (7^{\frac{1}{3}})^{-3} = 7^{-1} = \dfrac{1}{7}$

ب) $\dfrac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^{5}}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^{-5}} = (\sqrt{3}-\sqrt{2})^{5-(-5)} = (\sqrt{3}-\sqrt{2})^{10}$

لفهم إجابات أسئلة درس قوانين الأسس (1) ، شاهد الفيديو التالي

جـ) $\left(\dfrac{1}{(\sqrt{6})^{-3}}\right)^{2} = ((\sqrt{6})^{3})^{2} = (\sqrt{6})^{6} = (6^{\frac{1}{2}})^{6} = 6^{3} = 216$

د) $\left(\dfrac{\sqrt{2}\times\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{5}}\right)^{12} = \left(\dfrac{2^{\frac{1}{2}}\times 3^{\frac{1}{3}}}{5^{\frac{1}{3}}}\right)^{12} = (2^{\frac{1}{2}}\times(\dfrac{3}{5})^{\frac{1}{3}})^{12} = (2^{\frac{1}{2}})^{12}\times((\dfrac{3}{5})^{\frac{1}{3}})^{12}$

$= 2^{6}\times(\dfrac{3}{5})^{4} = 64\times\dfrac{81}{625} = \dfrac{5184}{625}$

هـ) $(\sqrt{2}-1)^{10}(\sqrt{2}+1)^{10} = ((\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1))^{10}$

$= (\sqrt{2}\times\sqrt{2}+\sqrt{2}-\sqrt{2}-1)^{10} = ((\sqrt{2})^{2}-1)^{10} = (2-1)^{10} = 1^{10} = 1$

و) $\left(\dfrac{256}{625}\right)^{-\frac{1}{4}} = \left(\dfrac{625}{256}\right)^{\frac{1}{4}} = \left(\dfrac{5^{4}}{4^{4}}\right)^{\frac{1}{4}} = ((\dfrac{5}{4})^{4})^{\frac{1}{4}} = \dfrac{5}{4}$

السؤال الثالث

برهنْ أنه إذا كان أ ، ب عددين حقيقين بحيث أ ، ب ≠ صفرا ، وكان ن عددا نسبيا على فرض أنَّ $(\frac{أ}{ب})^{ن}$ معرّف ، فإنَّ : $(\frac{أ}{ب})^{ن} = (\frac{ب}{أ})^{-ن}$

الحل :

$$(\frac{أ}{ب})^{ن} = \frac{أ^{ن}}{ب^{ن}} = أ^{ن} \times ب^{-ن} = \frac{ب^{-ن}}{أ^{-ن}} = (\frac{ب}{أ})^{-ن}$$

السؤال الرابع

حديقتان مربعتا الشكل ، طول ضلع الأولى (س) م ، وطول ضلع الثانية (ص) م ، اكتب على صورة أسس كلا من :

١) حاصل ضرب مساحتيهما .

٢) ناتج قسمة مساحتيهما.

هل يمكن كتابة :-

١) ناتج جمع مساحتيهما على صورة أسس؟

٢) ناتج طرح مساحتيهما على صورة أسس؟

الحل :

مساحة الحديقة الأولى = $س^{٢}$ ، مساحة الحديقة الثانية = $ص^{٢}$

١) حاصل ضرب مساحتيهما = مساحة الحديقة الأولى × مساحة الحديقة الثانية = $س^{٢} \times ص^{٢} = (س\ ص)^{٢}$

٢) ناتج قسمة مساحتيهما = $\frac{\text{مساحة الحديقة الأولى}}{\text{مساحة الحديقة الثانية}} = \frac{س^{٢}}{ص^{٢}} = (\frac{س}{ص})^{٢}$

**ناتج جمع مساحتيهما = $س^{٢} + ص^{٢}$ وهي لا تساوي $(س + ص)^{٢}$

**ناتج طرح مساحتيهما = $س^{٢} - ص^{٢}$ وهي لا تساوي $(س - ص)^{٢}$