

إجابات تمارين ومسائل الدرس

النقطة الحرجة

(١) جد النقط الحرجة لكل من الاقترانات الآتية:

أ) ق(س) = س^٤ - ٤س + ١ ، س ∈ [-٢، ٢]

ب) ق(س) = جا س + جتا س ، س ∈ [٠، π٢]

ج) ق(س) = س^٢ |س - ١| ، س ∈ [-٣، ٢]

د) ق(س) = √جتا س ، س ∈ [٠، π]

هـ) ق(س) = $\left. \begin{array}{l} ١ + ٢س \\ ٢س \end{array} \right\}$ ، $١ \geq س \geq ٢-$ ، $٢ \geq س \geq ١$ ،

الحل

أ) ق(س) = س^٤ - ٤س + ١ ، س ∈ [-٢، ٢]

ق(س) = س^٣ - ٤

ق(س) = ٠ = س^٣ - ٤ ← س = ٤ ← س = ٣ = ١

س = ١

النقاط الحرجة:

(١، -٢) ، (٢، ٩) ، (-٢، ٥٢)

ب) $\forall (s) \Rightarrow \text{جاس} + \text{جتاس} = s, s \in [0, 2\pi]$
 $\bar{\forall} (s) \Rightarrow \text{جتاس} - \text{جاس}$
 $\bar{\forall} (s) \Rightarrow \text{جتاس} - \text{جاس} = 0, \leftarrow \text{جتاس} = \text{جاس}$
 $s = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$
 النقاط الحرجة:

$(1, 2\pi), \left(\frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{\pi}{4}\right), \left(\frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{5\pi}{4}\right), (1, 0)$

ج) $\forall (s) \Rightarrow s^2 = |s-1|, s \in [-3, 2]$
 $s = 1 \leftarrow 0 = 1 - s$

$\longleftarrow \begin{array}{c} 1-s \\ 1-s \end{array} \longrightarrow$

$\forall (s) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} s^2 - 2s - 3 < 0, \\ 1 \leq s \leq 2 \end{array} \right\}$

$\bar{\forall} (s) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} s^2 - 2s - 3 > 0, \\ s > 2 \end{array} \right\}$

$\bar{\forall} (s) \Rightarrow (s-1) \neq (s-1) \leftarrow \bar{\forall} (s)$ غير موجودة

$\bar{\forall} (s) \Rightarrow s = 0 \leftarrow s = 0, \frac{2}{3}$

النقاط الحرجة:
 $(0, 0), \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right), (1, 1), (2, 2), (-3, -3)$

د) $\forall (s) \Rightarrow \sqrt{\text{جتاس}^2} = s, s \in [0, \pi]$

$\forall (s) \Rightarrow |\text{جتاس}|$

$\text{جتاس} = 0 \leftarrow s = \frac{\pi}{2}$
 $\longleftarrow \begin{array}{c} \text{جتاس} \\ \frac{\pi}{2} \end{array} \longrightarrow$

$\forall (s) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{جتاس} \geq 0, \\ \frac{\pi}{2} \geq s \geq \frac{\pi}{4} \end{array} \right\}$

$\bar{\forall} (s) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{جتاس} < 0, \\ \pi > s > \frac{\pi}{4} \end{array} \right\}$

النقاط الحرجة:

$(0, \frac{\pi}{4}), (1, \pi), (1, 0)$

هـ) $\forall (s) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} s^2 + 1 \geq 2 - s, \\ 1 \leq s \leq 2 \end{array} \right\}$

$\bar{\forall} (s) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} s^2 > 2 - s, \\ 2 > s > 1 \end{array} \right\}$

$\forall (s)$ متصل عند $s = 1$ و قابل للأشتقاق
 النقاط الحرجة: $(1, 0), (2, -5), (2, 2)$

٢) جد قيم أ، ب التي تجعل للاقتران ق(س) = س^٣ + أس^٢ + ب س نقطتين حرجتين عند س = ١، س = ٣.



الحل

$$ق(س) = س^3 + ٢س + ب$$

$$ق(١) = ٠ \leftarrow ٠ = ١ - ٣ + ٢ + ب$$

$$\boxed{١} \dots \dots ٣ - = ١٢ - ب \leftarrow$$

$$ق(٣) = ٠ \leftarrow ٠ = ٢٧ + ٢٦ + ب$$

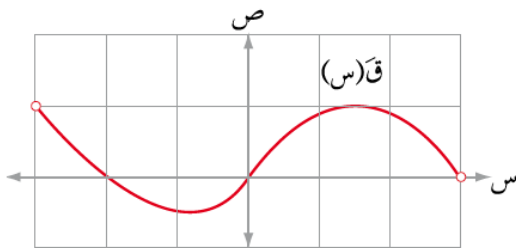
$$\boxed{٢} \dots \dots ٢٧ - = ب + ١٦$$

$$\boxed{٢} - \boxed{١}$$

$$٣ - = ١٢ - ب$$

$$٩ - = ب \leftarrow ٣ - = ١ \leftarrow \frac{٢٧ - = ب + ١٦}{٢٤ = ١٨ -}$$

$$٢٤ = ١٨ -$$



الشكل (٣-٩)

٣) يمثل الشكل (٣-٩) منحنى المشتقة الأولى للاقتران كثير الحدود ق المعرف على الفترة [٣، ٣-] اعتمد على ذلك في تعيين النقط الحرجة للاقتران ق.

الحل

$$ق(٣) = ٠ \leftarrow ٠ = ٢ - ٤٠ = س$$

$$ق(٣-) = ٣٠٣ = س$$



$$(٤) \text{ جد النقط الحرجة للاقتزان ق(س) } = \frac{١ - ٣س}{١ + ٣س}$$

الحل

$$\overline{\text{ق(س)}} = \frac{٢س٢ \times (١ - ٣س) - ٢س٢ \times (١ + ٣س)}{(١ + ٣س)^٢}$$

$$\overline{\text{ق(س)}} = \frac{٢س٦}{(١ + ٣س)^٢}$$

$$\overline{\text{ق(س)}} = ٠ = \frac{٢س٦}{(١ + ٣س)^٢} \leftarrow ٠ = س$$

النقطة الحرجة: (٠-١)